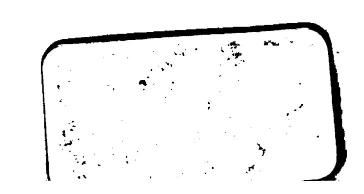
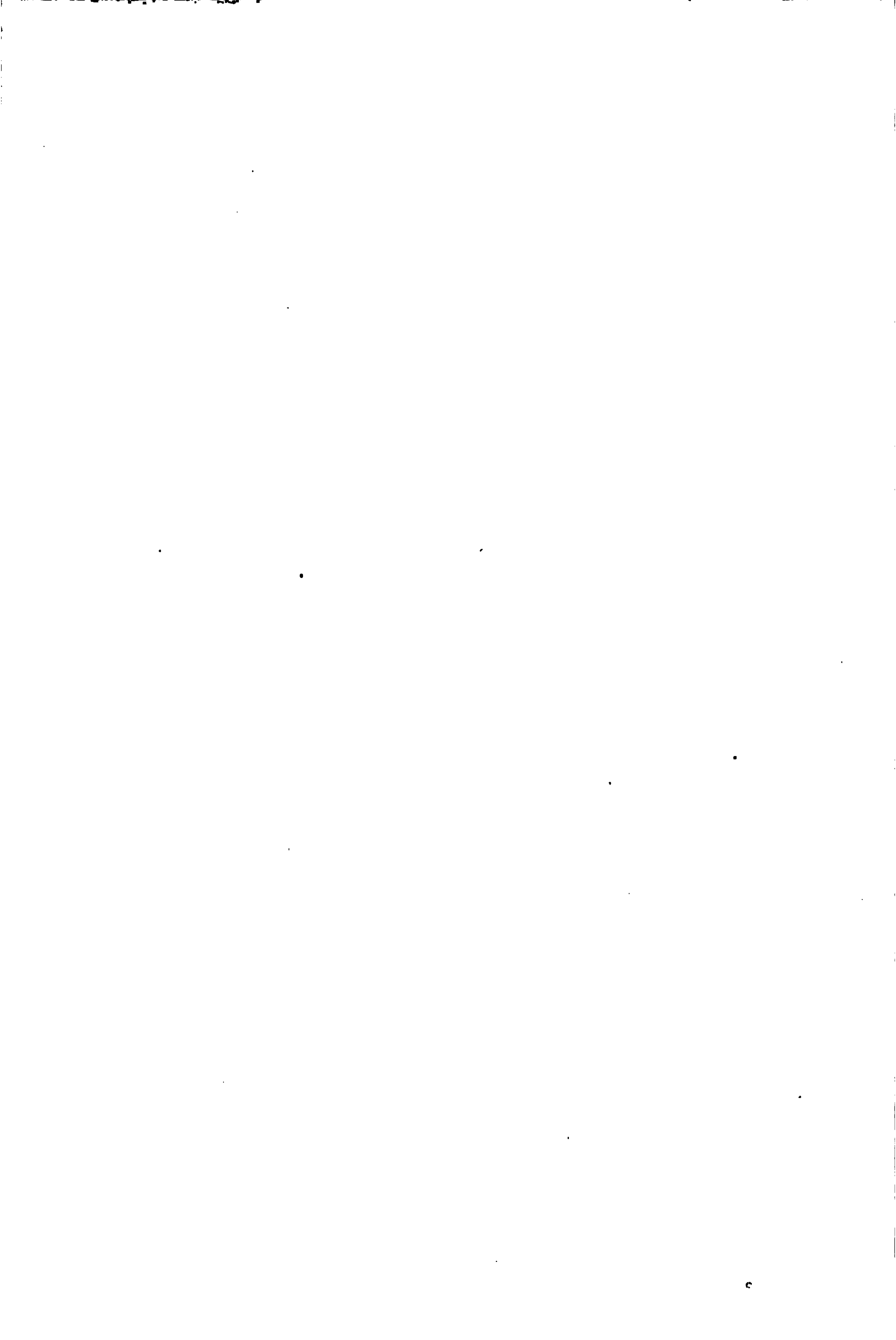




Progr.









ALLGEMEINE
ENCYKLOPÄDIE DER PHYSIK.

BEARBEITET

VON

P. W. BRIX, G. DECHER, F. C. O. VON FEILITZSCH, F. GRASHOF, F. HARMS,
H. HELMHOLTZ, G. KARSTEN, H. KARSTEN, C. KUHN, J. LAMONT,
J. PFEIFFER, E. E. SCHMID, F. SCHULZ, L. SEIDEL, G. WEYER, W. WUNDT.

HERAUSGEGEBEN

VON

GUSTAV KARSTEN.

II. BAND.
LEHRBUCH DER KRYSTALLOGRAPHIE.

LEIPZIG,
LEOPOLD VOSS.
1861.

LEHRBUCH

DER

KRYSTALLOGRAPHIE

VON

Dr. HERMANN KARSTEN,

ORDENTLICHEM PROFESSOR DER MATHEMATIK UND PHYSIK ZU ROSTOCK, DIRECTOR DER NAVIGATIONS-SCHULE DASELBST, UND MEHRERER GELEHRTEN GESELLSCHAFTEN MITGLIEDE.

LEIPZIG,
LEOPOLD VOSS.
1861.


BIBLIOTHECA · BODLEIANA ·
DOMINUS ILLUMINATIO MEA

Vorrede.

Das Lehrbuch der Krystallographie, welches ich hiedurch als einen Theil dieser Encyklopädie dem gelehrten Publicum vorlege, ist, diesem Zwecke entsprechend, abweichend in seiner Darstellungsweise von solchen, welche als Abtheilungen einer Naturgeschichte geschrieben sind, gehalten worden. Nicht die Beschreibung der Krystalle, sondern die Entwickelung ihrer physischen Grundbedingung war hiebei die Hauptaufgabe, und glaube ich dieser dadurch genügt zu haben, dass ich den beschreibenden Theil auf die unumgänglichen Grenzen eingeschränkt, dagegen die allgemeinen Beziehungen zwischen Cohäsion, Structur und Gestaltung, so wie die darauf bezüglichen Rechnungen und Messungen stärker betont habe.

Die im XII. Kapitel enthaltene summarische Aufzählung der physischen Eigenschaften der Krystalle bezweckt nur eine Andeutung der Beziehungen, welche dieselben alle zur Structur und Form haben, während die vollständige Entwickelung derselben den entsprechenden Abschnitten der Physik, wie Optik, Elektricitätslehre u. s. w. vorbehalten bleiben muss.

Das im XIII. Kapitel gegebene Krystallverzeichniss kann, namentlich für die auf künstlichem Wege dargestellten Krystalle, auf absolute Vollständigkeit keinen Anspruch machen, doch hoffe ich, dass dasselbe durch Nebeneinanderstellung der chemischen und krystallographischen Fundamente für den Gebrauch manche Bequemlichkeit gewähren wird.

Rostock, im August 1861.

H. KARSTEN.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

Einleitung 1

Kapitel I. Allgemeine Eigenschaften der Krystalle. (§. 1—37.) 11

Begriff des Krystalls (§. 1). Innere und äussere Gestaltungserscheinungen (§. 2, 3). Grundgesetz der rationalen Verhältnisse (§. 4). Krystallaxen und Fundamentalverhältniss (§. 5). Elemente eines Krystallsystems (§. 6). Bezeichnung der Krystallflächen (§. 7). Erweiterung des Begriffes der Axen (§. 8). Träger der Krystallflächen, Neigungswinkel derselben gegen die Axen (§. 9, 10). Projection (§. 11—15). Zone und Zonengesetze (§. 16—18). Anzahl der zur Bestimmung der Elemente erforderlichen Messungen (§. 19). Theoretische Entwickelung des Gesetzes der rationalen Verhältnisse aus der besonderen Beschaffenheit der Cohäsion (§. 20—24). Erörterungen der darin enthaltenen physischen Vorbedingung (§. 25). Relative Stärke der Cohäsion in den abgeleiteten Richtungen (§. 26). Gesetz der Symmetrie(§. 27). Holoedrische und hemiedrische Krystallsysteme (§. 28). Gleichwerthige Träger (§. 29). Bezeichnung der Krystallformen (§. 30). Krystallsysteme (§. 31). Verschiedenheit der Grundansichten vom Wesen des krystallinischen Zustandes und verschiedene Bezeichnungsweisen (§. 32—37).

Kapitel II. Rechnungsformeln. (§. 38—50.) 40

Allgemeine (§. 38—45), des zwei und eingliedrigen Systems (§. 46), des zwei und zweigliedrigen (§. 47), des viergliedrigen (§. 48), des rhomboedrischen (§. 49), des regelmässigen (§. 50).

Kapitel III. Regelmässiges System. (§. 51—72.) 53

Allgemeines (§. 51—53). Würfel (§. 54). Octaeder (§. 55). Rhombendodecaeder (§. 56). Pyramidenwürfel (§. 58). Leucitoide (§. 59). Pyramidenoctaeder (§. 60). Pyramidendodecaeder (§. 61). Hemiedrie (§. 62). Tetraeder (§. 63). Pyramidentetraeder (§. 64). Deltoiddodecaeder (§. 65). Hexakistetraeder (§. 66). Pentagondodecaeder (§ 67). Trapezoidalicositetraeder (§. 68). Gedrehte Hemiedrie (§. 69). Combinationen (§. 70). Veränderte Axenstellung (§. 71). Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen als Bedingung des Systems (§. 72).

Kapitel IV. Rhomboedrisches System. (§. 73—84.) 65

Allgemeines (§. 73—75). Rhomboeder, Säulen, gerade Endfläche (§. 76, 77). Skalenoeder (§. 78). Hemiedrie (§. 79). Geneigtflächige Hemiedrie (§. 80). Gedrehte und parallelflächige Hemiedrie (§. 81). Sechsgliedriges System (§. 82). Hemiedrische Fälle (§. 83). Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen des Systems (§. 84).

Seite

Kapitel V. Viergliedriges System. (§. 85—94.) 84

Allgemeines (§. 85). Viergliedrige Octaeder, Säulen und gerade Endfläche (§. 86—89). Dioctaeder und achtseitige Säulen (§. 90, 91). Hemiedrische Formen. Geneigtflächige Hemiedrie (§. 92). Parallelflächige (§. 93). Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen (§. 94).

Kapitel VI. Zwei und zweigliedriges System. (§. 95—101.) 90

Allgemeines (§. 95). Zwei und zweigliedrige Octaeder (§. 96). Rhombische Säulen (§. 97). Endflächen (§. 98). Hemiedrie, tetraedrische (§. 99), polare (§. 100). Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen (§. 101).

Kapitel VII. Zwei und eingliedriges System. (§. 102—104.) 95

Allgemeines (§. 102). Rhombische Säulen und Flächenpaare (§. 103). Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen (§. 104).

Kapitel VIII. Ein und eingliedriges System. (§. 105—107.) 99

Allgemeines (§. 105). Formen und Combinationen (§. 106). Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen (§. 107).

Kapitel IX. Zwillingskrystalle. (§. 108—116.) 101

Allgemeines (§. 108, 109). Zwillinge des regelmässigen Systems (§. 110, 111), des rhomboedrischen (§. 112), des viergliedrigen (§. 113), des zwei und zweigliedrigen (§. 114), des zwei und eingliedrigen (§. 115), des ein und eingliedrigen Systems. (§. 116).

Kapitel X. Winkelmessung. (§. 117—123.) 112

Goniometer (§. 117), von Carangeau (§. 118), von Wollaston (§. 119), von Mitscherlich (§. 120), von Babinet (§. 121), von Adelmann (§. 122). Mikroskopische Winkelmessung (§. 123).

Kapitel XI. Vergleichung verschiedener Bezeichnungsweisen. (§. 124—128.) 123

Allgemeines (§. 124). Modificirte Haüy'sche Bezeichnung (§. 125). Bezeichnung von Mohs (§. 126), von Naumann (§. 127), von Weiss (§. 128).

Kapitel XII. Anderweitige physikalische Eigenschaften der Krystalle in ihrer Beziehung zur Form. (§. 129—134.) 128

Verschiedene Axensysteme (§. 129). Elasticität (§. 130). Optische Erscheinungen (§. 131). Thermische Erscheinungen (§. 132). Elektrische Erscheinungen (§. 133). Magnetische Erscheinungen (§. 134).

Kapitel XIII. Krystall-Verzeichniss. (§. 135—140.) 137

Regelmässiges System (§. 135), rhomboedrisches (§. 136), viergliedriges (§. 137), zwei und zweigliedriges (§. 138), zwei und eingliedriges (§. 139), ein und eingliedriges System (§. 140).

Literatur 164

Einleitung.

Insofern ein physischer Körper seinen Raum auf ausschliessliche Weise einnimmt, erkennen wir als Eigenschaften desselben **Ausdehnung** und **Undurchdringlichkeit**, und verstehen unter diesen Ausdrücken nichts Anderes als das unmittelbare Resultat der Erfahrung, dass der von dem Körper eingenommene Raum irgendwie begrenzt, also messbar ist, und die diesen Raum erfüllende Materie das gleichzeitige Vorhandensein einer andern in demselben ausschliesst. Die Betrachtung eines begrenzten Raumes, die Bestimmung desselben nach seiner Grösse und der relativen Lage seiner Grenzen, mit einem Worte, die Untersuchung der Gestalt des Körpers, kann dabei ganz unabhängig von gleichzeitiger Beachtung der Materie desselben stattfinden und ist dann eine rein mathematische; oder sie verbindet mit dieser Untersuchung eine andere, über die Art und Weise, wie die Raumerfüllung durch die Materie beschaffen ist, sie wird dann eine physikalische Bestimmung des Körpers.

Erfüllt die Materie den Raum des Körpers in allen seinen Theilen nach demselben Gesetze, so ist der Körper ein mechanisch einfacher; findet das Gegentheil, also verschiedenartige Raumerfüllung durch die Materie in den verschiedenen Theilen des Körpers, statt, so ist er ein mechanisch zusammengesetzter.

Ein mechanisch einfacher Körper ist hiernach nothwendig in allen seinen Punkten von gleicher materieller Beschaffenheit, die Materie muss deshalb seinen Raum continuirlich erfüllen und kann in verschiedenen gleichen Theilen des Körpers weder quantitative noch qualitative Verschiedenheit erkennen lassen, so lange nicht eine äussere Einwirkung solche Verschiedenheit hervorbringt.

Die Art und Weise der Raumerfüllung durch die Materie kann nun in einem mechanisch einfachen Körper verschieden sein, sowohl in Beziehung auf die Menge der in einer gewissen Einheit des Raumes enthaltenen Materie, deren Verhältniss zu dem Raume wir mit dem Ausdruck „Dichtigkeit" bezeichnen, als auch in Beziehung auf die Art und Grösse des Widerstandes, welchen der Körper einer jeden durch äussere Einwirkung erstrebten Veränderung seiner materiellen Beschaffenheit entgegensetzt.

Diese einem jeden Körper eigenthümliche besondere Beschaffenheit der Raumerfüllung, sofern sie in dem Bestreben sich zu erkennen giebt, die Continuität der Materie zu erhalten, nennen wir Cohäsion.

Cohäsion ist also eine Eigenschaft der materiellen Körper; sie kann aber auch als eine Kraft bezeichnet werden, in dem allgemeineren Sinne, in welchem wir unter Kraft die Ursache irgend einer Wirkung verstehen, und nicht allein die Ursache einer Bewegung, so dass wir solche Eigenschaften der Körper, als deren Folgen wir gewisse Erscheinungen wahrnehmen, mit diesem Worte zu bezeichnen berechtigt sind, und können wir demgemäss die Cohäsion Kraft der Continuität nennen. Indem wir erkennen, dass Cohäsion nur vorhanden ist, so lange die Continuität besteht, aber augenblicklich aufhört, sobald eine Trennung der Theile eines Körpers eintritt, können wir dieselbe nicht als eine Kraft bezeichnen, welche von einem materiellen Punkt oder Körper aus auf eine wenn auch unermessbar kleine Entfernung hin wirkt, sondern nur als eine solche, die in dem Körper selbst thätig ist. Cohäsion kann deshalb auch nur da zwischen vorher getrennten Körpern entstehen, wo bei der Berührung die Selbstständigkeit der einzelnen aufhört und ein neues Continuum, ein neuer Körper gebildet wird. So fliessen zwei Flüssigkeitstropfen zusammen und es entsteht aus beiden ein neues Continuum, in welchem Cohäsion vorhanden ist, während zwei feste Körper, in beliebig innige Berührung gebracht, nie einen neuen Körper in Folge dieser Berührung bilden, nie cohäriren, sondern nur einander adhäriren können, weil in der Berührung stets die Grenze zwischen beiden vorhanden bleibt und kein neues Continuum entsteht.

Diese Verschiedenheit in dem Verhalten flüssiger und fester Körper lässt sofort erkennen, dass die Cohäsion in beiden auf verschiedene Weise wirksam ist, und da gerade diese verschiedene Wirksamkeit der Cohäsion den besonderen Zustand eines jeden Körpers bedingt, so sind die Zustände passend Cohäsionszustände zu nennen, welche Benennung wir der sonst üblichen „Aggregatzustände“ vorziehen müssen, weil letztere die Vorstellung einer Aggregation, d. h. einer Zusammensetzung der Körper aus einzelnen, an sich getrennten Theilen, in sich fasst, welche mit der continuirlichen Erfüllung des Raumes durch die Materie in jedem physikalisch einfachen Körper nicht im Einklange ist.

In qualitativer Hinsicht ist nun ein zwiefaches Verhalten der Cohäsion in einem Körper denkbar: entweder dieselbe wirkt nach allen Richtungen mit gleicher Stärke oder nicht, und diese Verschiedenheit ist es, durch welche der Unterschied zwischen beiden Cohäsionszuständen bedingt wird. Im ersteren Falle ist der Körper flüssig, im letzteren fest.

Wenn vorher die Cohäsion als Kraft der Continuität der Materie bezeichnet und zugleich ausgesprochen ist, dass sie nur in der continuirlichen Masse, nicht aber auf irgend welche Entfernung hin wirksam gedacht werden müsse, so werden wir die absolute Grösse dieser Kraft nur an der Grösse des Widerstandes abmessen können, welchen sie der Aufhebung der Continuität, der mechanischen Trennung der Theile des Körpers von einander entgegensetzt. Eine solche Trennung der Theile wird nun nur durch eine äussere, in bestimmter Richtung wirkende Kraft hervorgebracht werden können, also in Beziehung auf eine solche

auch der Cohäsion eine bestimmte Richtung beigelegt werden müssen, und zwar wird der durch die Cohäsion geleistete Widerstand stets in derjenigen Richtung wirksam werden müssen, welche der äusseren trennenden Kraft gerade entgegengesetzt ist. Zeigt uns nun die Erfahrung, dass die Grösse dieses Widerstandes nach verschiedenen Richtungen nicht in allen Körpern dieselbe ist, so erkennen wir daraus, dass der oben als denkbar hingestellte Unterschied zwischen verschiedenen Körpern in Beziehung auf die Qualität ihrer Cohäsion ein wirklicher ist. Finden wir ferner, dass durch dieselbe Verschiedenheit in der Thätigkeit der Cohäsion Erscheinungen hervorgebracht werden müssen, wie wir sie einerseits an flüssigen, andererseits an festen Körpern wahrnehmen, so werden wir den Grund dieser beiden verschiedenen Zustände eben in der Qualität der Cohäsion zu suchen haben.

Denken wir uns die Cohäsion in einem Körper nach einer einzigen Richtung wirksam, so wird eine in dieser Richtung wirkende äussere Kraft den vollen Widerstand derselben erleiden, wogegen eine andere Kraft, deren Richtung auf der ersteren senkrecht steht, in dieser vorhandenen Cohäsion kein Hinderniss finden, also eine Trennung der Theile des Körpers bewirken würde. Bei jeder andern Richtung der äusseren Kraft wird dieselbe durch die Cohäsion einen Widerstand erleiden, dessen Grösse zu der des vollen Widerstandes in demselben Verhältniss steht, wie die ganze äussere Kraft zu dem in die Richtung der vorhandenen Cohäsion fallenden Theile derselben, wenn wir die Kraft nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte in zwei andere zerlegt denken, deren eine in die Richtung der Cohäsion, die andere in die hierauf senkrechte fällt. In diesem Sinne werden wir also auch die Cohäsion wie eine bewegende Kraft betrachten und die Grösse des nach einer gegebenen Richtung von derselben ausgeübten Widerstandes aus der gegebenen Grösse des Widerstandes nach einer andern Richtung mittels des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte herleiten können. Wenn nun auch diese Betrachtung nur auf den Fall eine directe Anwendung findet, wo die Einwirkung der äusseren Kraft in einem einzigen Punkte gedacht wird, so lassen sich doch hieraus leicht die Erscheinungen herleiten, welche unter den angenommenen Bedingungen überhaupt in dem Körper stattfinden müssen. Nehmen wir an, eine äussere bewegende Kraft wirke nicht auf einen einzelnen Punkt, sondern auf einen beliebigen Theil des Körpers, so wird die hierdurch bewirkte Bewegung dieses Theils in einer Verschiebung desselben gegen den andern Theil bestehen, und diejenigen Punkte des Körpers, in welchen hierbei eine Veränderung ihrer gegenseitigen Stellung stattfindet, werden sich in der Grenze des bewegten und des ruhenden Körpertheils befinden, welche stets eine Fläche und, wenn die Bewegung in Folge der Einwirkung einer einzigen, in bestimmter Richtung wirkenden Kraft ist, eine Ebene, eine Summe von Ebenen oder eine cylindrische Fläche sein muss, je nachdem die Figur des bewegten Theils geradlinig oder krummlinig begrenzt ist. Betrachten wir den einfachsten Fall, den einer ebenen Grenze zwischen beiden Körpertheilen, so wird die in einer einzigen Richtung wirkende Cohäsion einer solchen Verschiebung keinen Widerstand entgegensetzen, wenn dieselbe in einer auf der der Cohäsion senkrechten Richtung stattfindet. In der auf der Richtung

der Cohäsion senkrechten Ebene muss also nach allen Richtungen die Trennung ohne andern Widerstand erfolgen als den, welchen das Beharrungsvermögen der Materie bedingt. Da in der That bei einer solchen Bewegung die Continuität der Materie in der Ebene, in welcher die Verschiebung erfolgt, und in der einzigen Richtung, in welcher sie als vorhanden gedacht ist, keine Veränderung erleidet, so wird die Cohäsion, als die Kraft, welche nur die Continuität zu erhalten bestrebt ist, nicht wirksam werden können, vielmehr die Trennung der Theile des Körpers in einer Richtung, in welcher die Cohäsion gar nicht wirkt, auch ohne Widerstand erfolgen. Befindet sich die Richtung der Cohäsion in der Trennungsebene selbst, so kann die Cohäsion der Verschiebung beider Theile des Körpers gegen einander ebenfalls keinen Widerstand leisten, weil dann weder in dem bewegten noch in dem ruhenden Theile des Körpers eine Veränderung der Continuität in der einzigen Richtung, in welcher sie vorhanden ist, stattfindet. Der Verschiebung in jeder gegen die der Cohäsion geneigten Richtung wird dieselbe jedoch widerstehen, und die Grösse dieses Widerstandes im Verhältniss zu dem dem Zerreissen in der Richtung der Cohäsion selbst entgegenwirkenden ist von dem Winkel zwischen beiden Richtungen abhängig.

Wenn es nun auch einen wirklichen Körper von der Beschaffenheit des eben gedachten nicht geben kann, da durch die Körperlichkeit selbst und die derselben zukommende räumliche Ausdehnung das Vorhandensein von Continuität in mindestens drei nicht in einer Ebene liegenden Richtungen, also Cohäsion in denselben, nothwendig gefordert wird, so wird es doch wirkliche Körper geben können, in welchen die Cohäsion nach einer einzigen Richtung eine grössere Intensität besitzt als nach allen übrigen, und das Verhalten solcher Körper wird ein dem vorhin entwickelten ganz ähnliches sein. Die Verschiebung der Theile eines solchen Körpers gegen einander in einer Ebene wird ein Minimum von Kraft erfordern, wenn die Richtung der Bewegung auf dem Maximum der Cohäsion senkrecht steht oder mit dessen Richtung zusammenfällt.

Aus dem Vorhandensein von nur zwei Richtungen der Cohäsion würde auf dieselbe Weise folgen, dass eine Verschiebung der Theile des Körpers gegen einander in derjenigen Ebene, in welcher diese beiden Richtungen liegen, sowie in der auf beiden zugleich senkrechten Richtung, d. h. einer geraden Linie, welche auf ersterer Ebene senkrecht steht, ohne Widerstand der Cohäsion stattfinden kann, in jeder anderen Richtung aber einen solchen erleiden muss. Es wird dabei der Winkel zwischen beiden Richtungen der Cohäsion insofern in Betracht kommen, als zwar in der Ebene selbst, welche beide Richtungen enthält, die Verschiebung ohne Widerstand erfolgen wird, dieser Winkel mag ein rechter oder schiefer sein, nicht aber in gleicher Weise in jeder auf der ersteren senkrechten Ebene.

Schneiden sich beide Richtungen unter rechtem Winkel, so findet in den auf jeder derselben senkrechten Ebenen nach keiner Richtung ein Widerstand statt, weil jede in solcher Ebene denkbare gerade Linie stets mit einer der beiden gegebenen Richtungen in dieselbe Ebene fällt und auf der andern senkrecht steht. Ist der Winkel zwischen den gegebenen Richtungen aber ein

schiefer, so kann die Verschiebung in einer auf diesen Richtungen senkrechten Ebene nur dann ohne Widerstand geschehen, wenn die Richtung der Bewegung mit der auf beiden gegebenen Richtungen senkrechten geraden Linie zusammenfällt.

Denken wir uns nunmehr drei nicht in derselben Ebene liegende Richtungen der Cohäsion in einem Körper, so ist dies die geringste Zahl der denkbaren ausschliesslichen Richtungen, welche einen wirklichen Körper bedingen können. In diesem Falle wird es, wie aus den vorhergehenden Betrachtungen unmittelbar folgt, drei Ebenen geben, in welchen die Cohäsion der Verschiebung der Theile des Körpers den kleinsten Widerstand entgegensetzt, die Ebenen nämlich, deren Lage durch je zwei der gegebenen Richtungen bestimmt ist. In diesen Ebenen wird ferner dann die Verschiebung ohne allen Widerstand geschehen können, wenn die Richtung der Bewegung auf der nicht in derselben Ebene liegenden dritten Cohäsionsrichtung senkrecht ist, und leidet einen zunehmenden Widerstand bis zu der Richtung der Bewegung, welche mit der dritten Cohäsionsrichtung den kleinsten Winkel macht.

Sind mehr als drei in verschiedenen Ebenen liegende Richtungen der Cohäsion vorhanden, so werden durch die Zusammenwirkung derselben allemal gewisse Ebenen bestimmt werden, in welchen die Verschiebung der Theile des Körpers gegen einander den geringsten Widerstand erleidet, andere, in welchen der Widerstand ein relatives Minimum ist, und noch andere, in welchen er ein Maximum wird. Die Lage dieser Ebenen gegen einander und das Verhältniss zwischen der Stärke des Widerstandes in denselben wird durch die Anzahl, Stärke und Lage der verschiedenen Richtungen bedingt sein, in welchen die Cohäsion wirksam ist, allemal aber in einer bestimmten Ebene eine bestimmte und von der in andern Ebenen vorhandenen verschiedene Grösse des Widerstandes stattfinden müssen, wenn die Zahl der vorhandenen Richtungen der Cohäsion eine endliche ist.

Wird die Anzahl der Richtungen, in welchen die Cohäsion wirkt, unendlich gross, d. h. cohärirt der Körper nach allen Richtungen, so kann die Intensität der Cohäsion entweder nach allen Richtungen gleich gross oder nach einigen grösser als nach andern gedacht werden.

Im ersteren Falle, bei gleich starker Cohäsion nach allen Richtungen im Raum, wird die Verschiebung der Theile des Körpers gegen einander nach keiner Richtung hin durch die Cohäsion einen Widerstand erleiden können. Eine beliebige äussere Kraft nämlich, welche eine solche Verschiebung zu bewirken strebt, wird mit einer Richtung der Cohäsion zusammenfallen, die Bewegung in dieser Richtung keinen Widerstand durch die in eben derselben und allen darauf senkrechten Richtungen wirkenden Cohäsionskräfte erleiden können, die aus allen übrigen zusammengesetzten Cohäsionskräfte, bei der nach allen Richtungen vorhandenen gleichen Stärke derselben, stets als zwei gleich grosse und entgegengesetzte Kräfte erhalten werden, also auf die gedachte Bewegung keinen Einfluss ausüben können. In einem Körper, dessen Cohäsion nach allen Richtungen im Raum gleich gross ist, kann also diese Kraft der Bewegung der Theile an einander keinen Widerstand entgegensetzen, die Theilchen desselben

sind im Inneren absolut beweglich, d. h. ihre gegenseitige Lage kann durch die geringste fremde Kraft verändert werden.

Ist die Cohäsion nach allen Richtungen vorhanden, aber nicht von gleicher Stärke, so wird es nothwendig irgend ein Minimum der Cohäsion in dem Körper geben müssen, welches in allen Richtungen vorhanden ist, und welches, wenn es allein vorhanden wäre, den vorigen Fall der absoluten Beweglichkeit ergeben würde. Die Grösse des Widerstandes, welchen die Verschiebung der Theile des Körpers erfährt, wird hier offenbar bedingt durch den in einigen Richtungen vorhandenen Ueberschuss von Cohäsion und wird sich daher ein solcher Körper in Beziehung auf die innere Beweglichkeit seiner Theile eben so verhalten, als wenn in ihm die Cohäsion ausschliesslich nach denjenigen Richtungen wirksam wäre, in welchen sie eine grössere Stärke besitzt als in den übrigen. Die Verschiebung der Theile eines solchen Körpers gegen einander in bestimmten Ebenen und nach bestimmten Richtungen wird also stets mit Widerstand erfolgen, dessen Stärke in jedem einzelnen Falle von der Richtung und relativen Stärke der in dem Körper vorhandenen vorwiegenden Cohäsion abhängig ist.

Die beiden verschiedenen Cohäsionszustände der Körper sind demnach ganz einfach folgendermassen charakterisirt:

1) Die Cohäsion wirkt im Inneren des Körpers nach allen Richtungen mit gleicher Stärke, der Körper ist flüssig;
2) die Cohäsion wirkt nach verschiedenen Richtungen in dem Körper mit ungleicher Stärke, der Körper ist fest.

Ebenso wie die innere Beweglichkeit den flüssigen Zustand charakterisirt, und vollständige Gleichgültigkeit in Betreff der Lage der Theile gegen einander als Folge der Gleichheit der Cohäsion nach allen Richtungen in dem flüssigen Körper statt einer bestimmten Structur vorhanden ist, so dass man den flüssigen Zustand auch als denjenigen bezeichnen könnte, welcher jeder inneren Structur ermangelt, so ist dagegen dem festen Körper eine bestimmte Structur eigenthümlich, welche durch seine Cohäsionsverhältnisse unmittelbar bedingt wird. Denn indem durch die verschiedene Grösse der Cohäsion nach verschiedenen Richtungen im Raum des festen Körpers Ebenen bestimmt werden, in welchen die Verschiebung der Theile gegen einander ein absolutes oder relatives Minimum des Widerstandes erleidet, wird der Körper in der Richtung dieser Ebenen leichter als in jeder andern Richtung zerschlagen werden können, er wird spaltbar, und die Eigenschaft der Spaltbarkeit nach bestimmten Richtungen ist daher eine einfache Folge der vorhandenen Unterschiede der Cohäsion.

Die Spaltbarkeit ist nun unter den festen Körpern bei denen besonders beobachtet worden, deren Structur wir krystallinische oder blätterige nennen, indem die Bezeichnung „blätteriger Bruch“ auch statt des Wortes Spaltbarkeit gebraucht zu werden pflegt, bei welchem Ausdrucke man von der unmittelbaren Erscheinung ausgehend die parallel gewissen Ebenen vorhandene leichtere Theilbarkeit mit einer wirklichen Theilung des Körpers verwechselte und die durch die ausgeführte oder gedachte Theilung parallel diesen Ebenen erhaltenen Lamellen oder Blätter als die nächsten mechanischen Bestandtheile des Körpers dachte. Andere feste Körper lassen solche Unterschiede nicht erkennen und

werden amorphe genannt, welche Bezeichnung sich zwar zunächst auf den Mangel einer bestimmten äusseren Gestalt, dann aber auch auf die fehlende oder wenigstens nicht erkennbare krystallinisch-blätterige Structur bezieht.

Wenn nun nach dem oben Gesagten der feste Zustand durch Differenzen der Cohäsion nach verschiedenen Richtungen bedingt, die nächste Folge solcher Differenzen aber die Spaltbarkeit nach gewissen Ebenen ist, so erkennen wir in den Körpern mit krystallinischer Structur diejenigen, in welchen der feste Zustand seinem inneren Wesen nach am vollständigsten ausgebildet ist, d. h. in welchen durch die ganze Masse des einzelnen Körpers hindurch die nach bestimmten Richtungen vorhandenen Differenzen der Cohäsion unveränderlich sind. Ein amorpher fester Körper ist dagegen ein solcher, in welchem der feste Zustand nicht durch die ganze Masse hindurch zur vollständigen und gleichmässigen Ausbildung gelangt ist, oder in welchem die vorhandenen Differenzen der Cohäsion nicht in constanten, sondern unregelmässig veränderlichen Richtungen vorhanden sind.

Wir können diesen Unterschied auch einfach so bezeichnen, dass wir sagen: der krystallinische Körper ist ein vollkommen, der amorphe ein unvollkommen ausgebildeter fester Körper; oder: die krystallinische Structur ist die eines regelmässigen, die amorphe die eines unregelmässigen festen Körpers.

Es ist in den bisherigen Betrachtungen die absolute Grösse der in einem Körper vorhandenen Cohäsion ganz unberücksichtigt gelassen, indem der Unterschied zwischen den verschiedenen Cohäsionszuständen, auf dessen Feststellung es hier zunächst ankam, nicht ein quantitativer, sondern allein ein qualitativer ist. In der That ist es nicht blos denkbar, sondern sogar wahrscheinlich, dass die Cohäsion verschiedener Flüssigkeiten eine verschiedene absolute Grösse besitze; sobald sie nur in jeder einzelnen nach allen Richtungen dieselbe Grösse hat, wird der Charakter der Flüssigkeit, die absolute innere Beweglichkeit der Theile, dadurch stets bestimmt sein. Ebenso kann es feste Körper geben, deren absolute Cohäsion geringer als die einer Flüssigkeit ist; wenn nur nach verschiedenen Richtungen in diesen Körpern ungleiche Stärke der Cohäsion vorhanden ist, so muss die absolute innere Beweglichkeit der Theile aufhören, und der Charakter der Starrheit ist gegeben. Wir sind zwar gewohnt, die absolute Grösse der Cohäsion starrer Körper für bei weitem beträchtlicher zu halten als die flüssiger, und in den meisten Fällen ist das Verhältniss beider zu einander auch wohl ein solches, allein durchaus nothwendig ist dies nicht. Der Umstand, dass die Messung der Cohäsion flüssiger Körper mit viel grösseren Schwierigkeiten verbunden ist, als die Bestimmung der absoluten Festigkeit starrer Körper, hat zu dieser an sich nicht nothwendigen Annahme gewiss viel beigetragen, noch mehr aber die Vorstellung, welche man sich von dem Wesen der Flüssigkeit macht, wonach dasselbe durch das Gleichgewicht zwischen Cohäsions- und Expansivkraft charakterisirt zu werden pflegt, wenn die Flüssigkeit tropfbar, durch ein Ueberwiegen der letzteren, wenn sie ausdehnsam sein soll. Da nach dieser Vorstellung in flüssigen Körpern gar keine Wirkung der Cohäsion wahrnehmbar sein kann, so würde danach allerdings von einer

Bestimmung der Grösse der Cohäsion nur bei festen Körpern die Rede sein können und dieselbe in solchen allemal stärker als in flüssigen gefunden werden müssen. Allein nach der Bestimmung des Begriffs Cohäsion, welche wir vorangestellt haben, findet dieselbe unbedingt auch in Flüssigkeiten statt, indem das Bestreben, die Continuität der Materie zu erhalten, für flüssige Körper sich unzweifelhaft in allen Erscheinungen an denselben erkennen lässt.

Ebenso wohl als das innere mechanische Verhalten der Körper durch die Art und Weise bedingt ist, in welcher die Cohäsion in denselben wirksam ist, muss die Cohäsion auch die äussere Begrenzung der Körper bedingen, und würde sich die Gestalt derselben vollständig aus der besonderen Beschaffenheit der Cohäsion in jedem einzelnen Falle herleiten lassen, wenn nicht gleichzeitig mit derselben andere Kräfte wirksam wären, welche die äussere Gestalt der Körper mit bestimmen.

Von jedem Punkte im Inneren des Körpers aus wird die in einer bestimmten Richtung wirkende Cohäsion nach zwei Seiten thätig sein, indem die Continuität der Materie rings um den Punkt vorhanden ist; ein Punkt in der Oberfläche des Körpers erfährt dagegen die Einwirkung der Cohäsion nur nach einer Seite, nach dem Inneren des Körpers hin, indem nur nach dieser Seite hin ein materielles Continuum vorhanden ist.

Nehmen wir wiederum zuerst das Vorhandensein der Cohäsion in einer einzigen Richtung an, so wird die Continuität der Materie an der Oberfläche in dieser Richtung nur dann durch äussere Einwirkung keine Veränderung erleiden, wenn die Oberfläche in allen ihren Punkten auf der gegebenen Richtung senkrecht steht, also eine Ebene ist, und die äussere Einwirkung in dieser Ebene stattfindet. Eine Veränderung der Oberflächengestalt durch eine anders gerichtete äussere Einwirkung wird ebenso nur dann in allen Punkten der Oberfläche einen gleich grossen Widerstand von der Cohäsion erleiden, wenn die Oberfläche eine auf der Richtung der Cohäsion senkrechte Ebene ist. Das Vorhandensein einer einzelnen Richtung der Cohäsion wird also eine Begrenzung des Körpers durch zwei auf dieser Richtung senkrechte, unter einander also parallele Ebenen nothwendig zur Folge haben, wenn gar keine gleichzeitige andere Einwirkung stattfindet; die in der Grenzebene befindlichen Punkte befinden sich in Beziehung auf diese Richtung der Cohäsion im Gleichgewichte. Die ebene Begrenzung eines in einer einzigen Richtung cohärirenden Körpers erhalten wir als Bedingung des Gleichgewichts durch ganz ähnliche Betrachtungen, wie die horizontale Oberfläche einer Flüssigkeit, wenn wir diese lediglich unter dem Einflusse der in allen ihren Punkten nach der gleichen verticalen Richtung wirkenden Schwere uns denken. Denn wenn auch die Cohäsion nicht wie die Schwere als eine in beliebigen Entfernungen wirkende bewegende Kraft gedacht werden kann, sondern nur in der continuirlichen Materie selbst wirksam ist, so wird doch insofern auch von einem Gleichgewicht derselben die Rede sein können, als das Bestreben, die Continuität zu erhalten, in verschiedenen Punkten und nach verschiedenen Richtungen hin gleich oder ungleich sein kann, sich in gleichem oder ungleichem Widerstande gegen die Aufhebung der Continuität äussert. Im Inneren des Körpers wird das Gleichgewicht der Cohäsion in allen Punkten vor-

handen sein, da dieselbe in jedem Punkte die Continuität der Materie nach einer beliebigen Richtung und der dieser gerade entgegengesetzten zu erhalten bestrebt ist; an der Oberfläche, wo nur nach einer Seite hin Cohäsion vorhanden ist, wird ein Gleichgewicht derselben nur darin bestehen können, dass alle Punkte ein gleiches Bestreben, die Continuität zu erhalten, besitzen, nach den gleichen Richtungen gegen das Innere des Körpers hin dem Zerreissen auch den gleichen Widerstand entgegensetzen.

Indem nun das Vorhandensein einer jeden einzelnen Richtung der Cohäsion die Begrenzung des Körpers nach zwei auf dieser Richtung senkrechten Ebenen bedingt, wird eine beliebige endliche Zahl solcher Richtungen ebenso viele parallele Flächenpaare bestimmen, deren Normalen die zugehörigen Richtungen der Cohäsion sind, die Gesammtoberfläche des Körpers also durch eine gewisse Anzahl ebener Flächen gebildet werden müssen.

Sind unendlich viele Richtungen der Cohäsion vorhanden, so wird die Zahl der Begrenzungsebenen ebenfalls unendlich, d. h. die Gesammtoberfläche des Körpers eine krumme Fläche werden, und zwar bei gleicher Stärke der Cohäsion nach allen Richtungen diejenige krumme Fläche, deren Krümmung in allen Punkten gleich gross ist, d. h. eine Kugelfläche.

Hieraus folgt, dass die Gestalt eines Körpers, wenn sie, vollkommen frei von fremden Einflüssen, allein als Folge der vorhandenen Cohäsion gebildet ist, eine kugelförmige sein muss, wenn der Körper flüssig, eine von lauter ebenen Flächen begrenzte, wenn er fest ist.

Ebenso, wie feste Körper nur dann deutliche Spaltungsrichtungen erkennen lassen, oder die krystallinische Structur zeigen, wenn die in bestimmten Richtungen allein oder vorherrschend wirkende Cohäsion durch die ganze Masse des Körpers hindurch gleichmässig thätig ist, wird auch die Begrenzung derselben durch ebene Flächen nur bei vollständiger Ausbildung, bei ungestörter Wirkung der Cohäsion, vorhanden sein, unregelmässige Structur aber auch unregelmässige Begrenzung begleiten.

Ein unabhängig von fremden Einwirkungen vollständig und regelmässig ausgebideter fester Körper ist ein Krystall.

Den Krystallen, als denjenigen Körpern, welche den Charakter der Starrheit am reinsten besitzen, kommen daher die beiden Haupteigenschaften vollkommener fester Körper zu: Spaltbarkeit parallel bestimmten unveränderlichen Ebenen und äussere Begrenzung durch ebene Flächen. Beide sind zusammengehörige Folgen der durch die ganze Masse des Körpers constant vorhandenen Verschiedenheit der Cohäsion nach verschiedenen Richtungen im Raum.

Die in der Natur vorkommenden Krystalle sind wohl niemals ganz frei von äusseren Einflüssen gebildet und entsprechen daher dem hier aufgestellten Begriffe nur genähert, namentlich sind die fremden Einflüsse an der Oberfläche mehr oder weniger erkennbar, und da dieselben verschiedene Theile des Körpers in ungleicher Weise treffen, so gehört eine vollständige, der reinen Wirkung der Cohäsion entsprechende Ausbildung eines Krystalls an seiner ganzen Oberfläche zu den selteneren Fällen, während die inneren Gestaltungserscheinungen, die krystallinische Structur, auch an den äusserlich gestörten Krystallen stets

mit grösserer Sicherheit beobachtet werden können. Gleichwohl wird die theoretische Betrachtung von der Annahme einer vollständigen und ungestörten Ausbildung der Krystalle ausgehen und aus den für die vollendeten Formen gefundenen Gesetzen diejenigen Eigenschaften herleiten, welche auch in dem unvollkommen ausgebildeten Krystall die ihm eigenthümliche Beschaffenheit der Cohäsion erkennen lässt.

Die Aufgabe der Krystallographie ist es nun, den Zusammenhang zwischen den Formen der Krystalle und der Wirkung der Cohäsion in denselben näher zu bestimmen und die verschiedenen Fälle, in welchen sich ein besonderer Ausdruck dieses gesetzlichen Zusammenhangs zu erkennen giebt, systematisch geordnet zusammenzustellen. Sie muss daher einerseits beschreibend sein, indem sie die verschiedenen wirklich vorkommenden Formen angiebt, andererseits rechnend, indem sie einen Ausdruck für die Beziehung der einzelnen Flächen eines Krystalls zu einander aufsucht, welcher stets durch eine Rechnungsform sich wird darstellen lassen, da es hier auf die Bestimmung der Lage gerader Linien gegen einander, also auf den Zusammenhang zwischen Winkeln ankommt, und als das Resultat der mit der Beschreibung verbundenen Rechnung erst die Gesetze der Krystallbildung erhalten.

In der historischen Entwickelung der Krystallographie sehen wir, ganz naturgemäss und dem Gange aller Naturforschung entsprechend, die einfache Beschreibung der Rechnung vorangehen, wobei freilich, der Beschaffenheit der Krystalle als geometrischer Körper entsprechend, die grössere Schärfe der Rechnung relativ früher zur Anwendung gelangte als bei anderen Gegenständen der Naturbetrachtung; in der Entwickelung eines Systems der Wissenschaft wird es aber nicht erforderlich sein, diesem historischen Gange streng zu folgen.

Da die Krystallographie es mit Aufsuchung der Gesetze zu thun hat, welchen die Gestaltungserscheinungen in Folge der ausschliesslich gedachten Wirkung der Cohäsion in festen Körpern unterworfen sind, so wird sie, wie oben schon bemerkt, die vollständig ausgebildeten Formen zum Gegenstand ihrer Betrachtung nehmen, die Aufzählung der Abweichungen von der vollendeten Form aber der reinen Naturbeschreibung überlassen und nur in solchen Fällen auf diese Abweichungen Rücksicht nehmen können, wo dieselben nicht als zufällige, durch irgend welche äussere Einwirkungen hervorgebrachte, sondern durch die Zusammenwirkung verschiedener Cohäsionserscheinungen bedingte erkannt werden.

Insofern der feste Zustand überhaupt durch das Vorhandensein von Differenzen der Cohäsion bedingt ist, könnte es scheinen, als ob die Wissenschaft, welche sich mit der Aufsuchung der aus diesen Differenzen folgenden Gesetze der Gestaltung beschäftigt, auch den Fall zu betrachten haben würde, wo diese Differenzen nicht mehr constant, sondern veränderlich auftreten, also selbst die Gestaltungserscheinungen unkrystallinischer fester Körper betrachten müsse; da jedoch in diesem Falle die Unregelmässigkeit der Cohäsion als eine rein zufällige erscheint, nicht aber die Veränderung in der Richtung der vorhandenen Cohäsionsdifferenzen nach bestimmten Gesetzen erfolgt, so ist hier eben keine Aufsuchung der Gesetze mehr möglich. Sollte vielleicht später auch in dieser Veränderlichkeit

ein Gesetz gefunden und dadurch auch die Gestaltungserscheinungen unkrystallinischer fester Körper einer wissenschaftlichen Betrachtung fähig werden, so würde diese den zweiten Abschnitt einer allgemeinen Cohäsionslehre der festen Körper bilden, deren erster und bisher einzig durchgebildeter die Krystallographie ist.

Kapitel I.

Allgemeine Eigenschaften der Krystalle.

§. 1. Begriff des Krystalls.

Krystall ist ein durch die Cohäsion allein nach Structur und äusserer Form bestimmter fester Körper.

Das wesentlichste Merkmal des krystallinischen Zustandes ist demzufolge Verschiedenheit der Cohäsion nach verschiedenen Richtungen im Raum, und zwar mit constanter Intensität derselben nach einer jeden einzelnen bestimmten Richtung durch die ganze Masse des Körpers hindurch.

§. 2. Innere und äussere Gestaltungserscheinungen.

Die Verschiedenheit der Cohäsion nach verschiedenen Richtungen giebt sich in der Structur und äusseren Form zu erkennen.

Die erstere, krystallinische oder blätterige Structur genannt, zeigt die Eigenthümlichkeit, dass es in jedem Krystall gewisse Richtungen von bestimmter Lage giebt, in welchen derselbe sich leichter als in andern zerschlagen lässt, und dass die Bruchflächen in diesen Richtungen vollkommene Ebenen bilden. Solche Ebenen der leichteren Spaltbarkeit, welche Spaltungsebenen genannt werden, kann es verschiedene von grösserer oder geringerer Deutlichkeit und unter verschiedenen Winkeln gegen einander geneigte geben.

Die grössere Deutlichkeit einer bestimmten Spaltungsebene verglichen mit anderen giebt zu erkennen, dass die Intensität der Cohäsion in der auf ihr senkrechten Richtung sich von der in benachbarten Richtungen stärker unterscheidet als bei den andern.

Beispiele: Eine Ebene sehr vollkommener Spaltbarkeit zeigt der Glimmer.

Zwei Spaltungsebenen von gleicher Vollkommenheit senkrecht auf einander: Zirkon, Rutil.

Zwei Spaltungsebenen von ungleicher Vollkommenheit senkrecht auf einander: Feldspath.

Zwei Spaltungsebenen von gleicher Vollkommenheit schiefwinkelig gegen einander: Hornblende.

Zwei Spaltungsebenen von ungleicher Vollkommenheit schiefwinkelig gegen einander: Epidot.

Drei Spaltungsebenen von gleicher Vollkommenheit senkrecht auf einander: Steinsalz, Bleiglanz.

Drei Spaltungsebenen von ungleicher Vollkommenheit senkrecht auf einander: Anhydrit.

Drei Spaltungsebenen, deren vollkommenste auf den beiden andern senkrecht steht, letztere von gleicher Vollkommenheit und schiefwinkelig gegen einander: Schwerspath.

Drei Spaltungsebenen, die vollkommenste auf den beiden andern senkrecht, diese ungleich und schiefwinkelig: Gyps.

Drei Spaltungsebenen von gleicher Vollkommenheit und unter gleichen schiefen Winkeln gegen einander geneigt: Kalkspath.

Vier Spaltungsebenen von gleicher Vollkommenheit und gleicher Neigung gegen einander: Flussspath u. s. w.

Die Spaltbarkeit der Krystalle ist auch wohl mit dem Ausdruck „Durchgang der Blätter“ bezeichnet worden. Indem man sich nämlich die Theilung des Krystalls parallel den Spaltungsebenen wirklich ausgeführt denkt, erhält man in Beziehung auf jede einzelne von parallelen Ebenen begrenzte Lamellen oder Blätter, welche einander in dem Krystall durchkreuzen, sobald mehr als eine Spaltungsebene vorhanden ist. Manche Krystallographen sind von der Annahme einer ursprünglich vorhandenen solchen Theilung der Krystalle ausgegangen, indem sie aus der beobachteten Theilbarkeit auf eine wirkliche Theilung schlossen, eine Vorstellung, welche mit den Ansichten über das Wesen der Materie überhaupt im genauesten Zusammenhange steht, die von der Annahme ursprünglicher materieller Elemente ausgeht und alle Körper durch Aggregation derselben entstanden denkt. Wir folgern indessen aus der beobachteten Theilbarkeit noch nicht eine vorhandene Theilung, sondern erkennen in derselben nur Unterschiede der Cohäsion.

Das allgemeine äussere Merkmal eines Krystalls ist die Begrenzung desselben durch lauter ebene Flächen, welche wir Krystallflächen nennen. Jede Krystallfläche ist also eine Ebene, und je zwei Krystallflächen schneiden sich in einer geraden Linie, einer Kante, der gemeinschaftliche Durchschnitt je dreier oder mehrerer wird ein Punkt, in welchem drei oder mehr Kanten zusammenstossen und eine Ecke bilden.

Die äussere Begrenzung des Krystalls durch ebene Flächen ist ebenso Folge der Cohäsionsunterschiede nach verschiedenen Richtungen wie die Spaltbarkeit. Jede einzelne Krystallfläche oder jedes Paar einander paralleler Krystallflächen ist der Effect der Wirkung einer besonderen Cohäsionsrichtung, nämlich der auf der Krystallfläche senkrechten. Es sind deshalb an einem bestimmten Krystall *nur* solche Flächen möglich, deren Normale irgend eine ursprüngliche oder durch Zusammenwirkung ursprünglicher entstandene abgeleitete ausgezeichnete Richtung der Cohäsion ist.

§. 3.

Weil Spaltungsebenen und Krystallflächen auf gleiche Weise durch Cohäsionsunterschiede bedingt werden, so kann an jedem Krystall eine Spaltungsebene auch als Krystallfläche erscheinen und umgekehrt.

Es ist wohl zu beachten, dass hiermit nur die Möglichkeit ausgesprochen ist, dass eine Spaltungsebene Krystallfläche werden kann, sowie dass umgekehrt einer vorhandenen Krystallfläche eine Spaltungsebene parallel werden kann, nicht aber die Nothwendigkeit, dass die einem Krystall angehörigen Spaltungsebenen an demselben auch als Krystallflächen auftreten und umgekehrt jeder wirklichen Krystallfläche auch eine Spaltungsebene parallel sein müsse.

§. 4. Grundgesetz der rationalen Verhältnisse.

Die allgemeine geometrische Beziehung der Spaltungsebenen und Krystallflächen desselben Krystalls unter einander lässt sich durch das folgende Gesetz, welches wir das Grundgesetz der rationalen Verhältnisse nennen wollen, ausdrücken.

Wenn durch einen beliebigen Punkt im Inneren eines Krystalls drei Ebenen parallel irgend welchen Spaltungsebenen oder Krystallflächen desselben gelegt werden, und eine vierte Fläche des Krystalls die durch die drei ersten bestimmten Durchschnittslinien in einem gewissen Verhältnisse der Abstände von

dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte schneidet, so müssen die von einer andern möglichen Fläche oder Spaltungsebene abgeschnittenen Stücke derselben Linien zu den ersten in rationalem Verhältnisse stehen.

Es seien OX, OY, OZ (*Fig. 1*) die Durchschnittslinien der drei Ebenen XY, XZ, YZ, welche irgend welchen Spaltungsebenen oder Krystallflächen parallel sein sollen, ABC eine vierte Fläche, welche die ersten Linien in den Abständen OA, OB, OC so schneidet, dass $OA : OB : OC = a : b : c$, so muss, wenn DEF einer andern Spaltungsebene oder Fläche desselben Krystalls parallel sein soll, $OD : OE : OF = \frac{1}{m} a : \frac{1}{n} b : \frac{1}{p} c$ sein, wo m, n und p rationale Zahlen sind, den besonderen Werth 0 eingeschlossen.

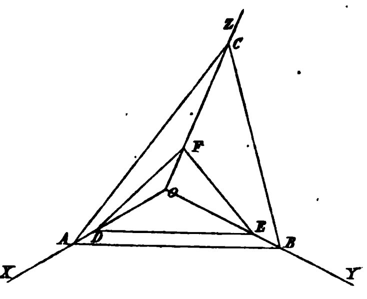


Fig. 1.

Wenn m, n oder p den Werth 0 bekommen, so ist die betreffende Fläche der Linien OX, OY oder OZ parallel, es können also höchstens zwei dieser Zahlen 0 werden.

§. 5. Krystallaxen und Fundamentalverhältniss.

Nennen wir drei solche gerade Linien, wie OX, OY, OZ, Axen des Krystalls, den Punkt O den Mittelpunkt und das Verhältniss $a:b:c$ der drei Abschnitte OA, OB, OC zu einander das Fundamentalverhältniss derselben, so lässt sich das obige Gesetz auch einfach so aussprechen:

Bei gegebener Richtung und Fundamentalverhältniss der Axen eines Krystallsystems muss jede mögliche Fläche desselben die Axen in Abständen vom Mittelpunkte schneiden, deren Verhältniss zu einander das rationaler Theile des Fundamentalverhältnisses ist.

§. 6. Elemente eines Krystallsystems.

Die Lage der Axen gegen einander wird durch die drei Winkel XOY, XOZ, YOZ bestimmt, das Fundamentalverhältniss $a:b:c$ ist gegeben, wenn zwei der Verhältnisszahlen $\frac{a}{b}$, $\frac{a}{c}$ und $\frac{b}{c}$ bekannt sind, es werden demnach fünf Grössen zur Bestimmung eines besonderen Krystallsystems ausreichen, wenn wir mit diesem Ausdruck „Krystallsystem" den Inbegriff aller derjenigen Krystalle bezeichnen, welche sich auf die nach Richtung und Fundamentalverhältniss gleichen Axen zurückführen lassen. Diese fünf Grössen nennen wir Elemente des Krystallsystems.

Da es an sich gleichgültig ist, welche drei unter den beobachteten Spaltungsebenen oder Krystallflächen zur Bestimmung der Richtungen OX, OY und OZ gewählt, und durch welche vierte Fläche die Abschnitte OA, OB, OC auf diesen Linien bestimmt werden, so scheint die Auswahl der Elemente eines Krystallsystems willkürlich, und sind auch wirklich für ein und dasselbe Krystallsystem verschiedene Gruppen von Elementen denkbar. Aus dem Gesetz der rationalen Verhältnisse folgt aber, dass die verschiedenen möglichen Gruppen von Elementen eines Krystall-

systems sich vermittelst der den einzelnen Flächen zugehörigen Verhältnisszahlen aus einander ableiten lassen werden.

Zweckmässig wird es sein, unter allen möglichen Elementen eines Krystallsystems diejenigen zur weiteren Ableitung der dem System angehörigen Flächen zu benutzen, welche sowohl unter einander als für die übrigen Krystallflächen die einfachsten Ausdrücke geben.

§. 7. Bezeichnung der Krystallflächen.

Bei gegebener Lage und Fundamentalverhältniss der Axen ist die Lage einer Fläche vollkommen bestimmt, wenn die Zahlen m, n und p bekannt sind, durch welche das Verhältniss der von der Fläche abgeschnittenen Stücke der Axen zu dem Fundamentalverhältniss so bedingt wird, dass diese Stücke sich verhalten wie $\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c$. Zur Bezeichnung einer Krystallfläche könnte man sich daher dieses Verhältnisses selbst bedienen, wenn es nicht noch kürzer wäre, die Coefficienten allein dazu zu benutzen und das Verhältniss $a : b : c$ als ein für das System gegebenes dabei vorauszusetzen. Wir werden das Zeichen (m, n, p) in diesem Sinne gebrauchen und mit demselben also die Krystallfläche bezeichnen, welche die Axen in dem Verhältniss der Abstände $\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c$ vom Mittelpunkte schneidet. Sofern dabei die Unterscheidung der beiden entgegengesetzten Richtungen derselben Axe vom Mittelpunkt aus in Betracht kommt, werden wir, die eine Seite jeder Axe als positive gedacht, durch das dem betreffenden Coefficienten vorgesetzte Zeichen — ausdrücken, dass der Durchschnittspunkt der Fläche mit der betreffenden Axe auf der entgegengesetzten Seite der letzteren liegt. Es bezeichnet also $(-m, n, p)$ eine Fläche, welche die Axen in demselben Verhältnisse schneidet wie (m, n, p), deren Durchschnittspunkt mit der ersten Axe aber auf der entgegengesetzten Seite liegt.

§. 8. Erweiterung des Begriffs der Axen.

Da das Gesetz der rationalen Verhältnisse für alle wirklichen und möglichen Flächen eines Krystallsystems gilt, so werden auch die Durchschnittslinien möglicher Flächen als krystallographische Axen gewählt werden können, und können wir daher irgend drei durch einen Punkt im Inneren des Krystalls gelegte gerade Linien, welche diesem Gesetze genügen, als krystallographische Axen annehmen. Der Kürze wegen wollen wir dieselben stets mit den ihrem Fundamentalverhältniss entsprechenden Buchstaben bezeichnen, also die Axen selbst a, b und c nennen, wenn das Fundamentalverhältniss derselben $a : b : c$ ist.

§. 9. Träger der Krystallflächen.

Die vom Mittelpunkte auf eine Krystallfläche gezogene senkrechte Gerade nennen wir den Träger der Krystallfläche. Die Lage der Fläche ist bestimmt, wenn die Winkel zwischen ihrem Träger und den Axen bestimmt sind.

§. 10. Neigungswinkel der Träger gegen die Axen.

Es seien (*Fig. 2*) OX, OY, OZ die Richtungen der Axen, ABC die Krystallfläche (m, n, p), OM der Träger derselben, so erhält man, wenn in der Krystallfläche die geraden Linien MA, MB, MC gezogen werden, die drei bei M rechtwinkeligen Dreiecke OMA, OMB, OMC, und aus diesen $OM = OA \cos MOA = OB \cos MOB = OC \cos MOC$, oder, weil $OA : OB : OC = \frac{1}{m} a : \frac{1}{n} b : \frac{1}{p} c$,

$$\frac{a}{m} \cos MOA = \frac{b}{n} \cos MOB = \frac{c}{p} \cos MOC.$$

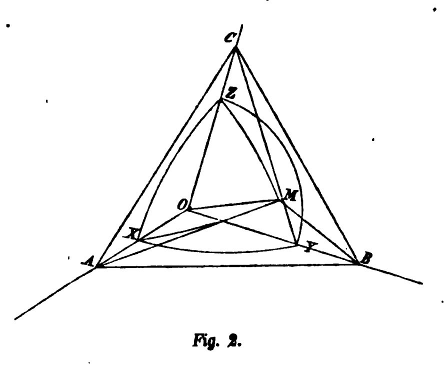


Fig. 2.

Beschreibt man mit OM als Radius eine Kugel um O, deren Oberfläche von den Axen in X, Y und Z geschnitten wird, so werden die Winkel MOA, MOB, MOC durch die Bogen MX, MY, MZ gemessen, wir erhalten also:

$$\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{n} \cos MZ \quad \Big\} \quad \ldots \ldots \quad 1).$$

§. 11. Projection.

Den Durchschnittspunkt einer vom Mittelpunkt auf eine Krystallfläche gezogenen Senkrechten mit irgend einer andern Fläche nennen wir die Projection der Krystallfläche auf dieselbe, die letztere die Projectionsfläche. Ist die Projectionsfläche eine um den Mittelpunkt des Krystallsystems beschriebene Kugel, so werden die Projectionen der Krystallflächen die Pole der ihnen parallelen grössten Kreise und können daher auch Pole der Krystallflächen genannt werden.

Die Projection der Krystallflächen auf die Oberfläche einer Kugel gewährt den Vortheil, dass die wichtigsten krystallographischen Rechnungen mit Hülfe derselben auf Formeln der sphärischen Trigonometrie zurückgeführt werden können, während andere Projectionsmethoden, z. B. die auf eine Ebene, wenn sie auch in der Construction manche Erleichterung gewähren und zur bildlichen Darstellung eines Krystallsystems zweckmässig gebraucht werden können, nicht eine so directe Anwendung auf die Rechnung zulassen.

Die Durchschnittspunkte der Axen mit der Projectionssphäre sollen stets mit X, Y, Z bezeichnet werden, der Pol einer Krystallfläche mit demselben Zeichen wie die Fläche.

§. 12.

Wenn X, Y, Z (*Fig. 3*) die Durchschnittspunkte der Axen mit der Projectionssphäre, ABC das Polardreieck von XYZ ist, so sind A, B und C auch die Pole der Krystallflächen $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 0)$ und $(1, 0, 0)$.

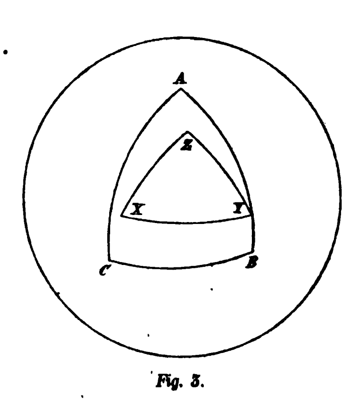


Fig. 3.

Denn weil A der Pol des grössten Kreises XY, in welchem die Axen a und b liegen, ist, so wird die Ebene, welche die Kugel in A berührt, und jede ihr parallele, also auch die Krystallfläche, deren Pol A ist, der Ebene XY parallel sein, die Axen a und b also im Unendlichen schneiden. Die Gleichung 1) wird für dieselbe:

$$\frac{a}{0} \cos AX = \frac{b}{0} \cos AY = \frac{c}{p} \cos AZ,$$

worin, weil $\cos AX = 0$, $\cos AY = 0$, die beiden ersten Ausdrücke unbestimmt, folglich p willkürlich wird und $= 1$ gesetzt werden kann; das Zeichen von A ist demnach $(0, 0, 1)$. Ebenso ergiebt sich das Analoge für B und C.

§. 13.

Wenn M der Pol der Fläche (m, n, p) ist, so ist

$$\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ.$$

Liegen M und C auf derselben Seite des grössten Kreises AB, so ist MX kleiner als ein Quadrant, $\cos MX$ also positiv; liegen sie auf entgegengesetzten Seiten, so ist MX grösser als ein Quadrant, $\cos MX$ negativ. Wird m im ersten Falle positiv angenommen, so wird es im letzteren negativ werden. Es ist aber leicht zu erkennen, dass im ersten Falle der Durchschnitt der Krystallfläche mit der Axe a auf derselben Seite des Mittelpunktes erfolgt, auf welcher der Punkt X liegt, im letzteren auf der entgegengesetzten Seite. Sind also X, Y, Z die als positiv angenommenen Durchschnitte der Axen mit der Projectionssphäre, so werden die ihnen entgegengesetzten die negativen sein. Die algebraischen Vorzeichen der Coefficienten m, n, p sind also übereinstimmend mit den für die trigonometrischen Functionen eingeführten.

Liegt M in einem der grössten Kreise AB, AC oder BC, so ist entweder MX, MY oder MZ ein Quadrant, der Cosinus des betreffenden Bogens wird 0, und mit ihm der entsprechende Coefficient m, n oder p.

§. 14.

Zwischen den Abständen dreier in demselben grössten Kreise liegender Punkte von drei andern auf der Kugelfläche liegenden Punkten findet eine einfache Beziehung statt, welche durch die Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} (\cos MY \cos M'Z - \cos MZ \cos M'Y) \cos M''X \\ + (\cos MZ \cos M'X - \cos MX \cos M'Z) \cos M''Y \\ + (\cos MX \cos M'Y - \cos MY \cos M'X) \cos M''Z \end{array}\right\} = 0 \quad .. \; 2)$$

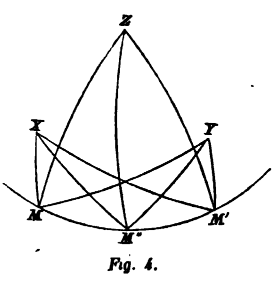


Fig. 4.

ausgedrückt wird, in welcher M, M', M'' drei in demselben grössten Kreise liegende Punkte, X, Y, Z drei andere Punkte der Kugel bedeuten.

Aus den sphärischen Dreiecken MXM'' und $M'XM''$ folgt:

$$\cos MX = \cos M''X \cos MM'' + \sin M''X \sin MM'' \cos MM''X$$

$$\cos M'X = \cos M''X \cos M'M'' + \sin M''X \sin M'M'' \cos M'M''X$$

durch Multiplication der ersten Gleichung mit $\sin M'M''$, der zweiten mit $\sin MM''$ erhält man, wenn man bedenkt, dass

$$\cos MM''X + \cos M'M''X = 0, \text{ und}$$

$$\sin M'M'' \cos MM'' + \cos M'M'' \sin MM'' = \sin MM'$$

als Summe beider die Gleichung:

$$\cos MX \sin M'M'' + \cos M'X \sin MM'' = \cos M''X \sin MM'$$

und ebenso aus den Dreiecken MYM'', $M'YM''$ und MZM'', $M'ZM''$ die analogen Gleichungen:

$$\cos MY \sin M'M'' + \cos M'Y \sin MM'' = \cos M''Y \sin MM'$$

$$\cos MZ \sin M'M'' + \cos M'Z \sin MM'' = \cos M''Z \sin MM'.$$

Durch Elimination von $\sin M'M''$, $\sin MM''$ und $\sin MM'$ aus diesen drei Gleichungen erhält man die Gleichung 2).

§. 15.

Sind X, Y, Z die Durchschnittspunkte der Axen mit der Projectionssphäre, M und M' die Pole zweier Krystallflächen, so ist, wenn die Zeichen dieser Flächen (m, n, p) und (m', n', p') sind:

$$\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ$$

$$\frac{a}{m'} \cos M'X = \frac{b}{n'} \cos M'Y = \frac{c}{p'} \cos M'Z.$$

Eliminirt man vermittelst dieser Gleichungen $\cos MX$, $\cos MY$, $\cos MZ$, $\cos M'X$, $\cos M'Y$ und $\cos M'Z$ aus der Gleichung 2), so erhält man

$$(np' - n'p)\, a \cos M''X + (m'p - mp')\, b \cos M''Y + (mn' - m'n)\, c \cos M''Z = 0$$

oder, wenn $np' - n'p = u$, $m'p - mp' = v$, $mn' - m'n = w$ gesetzt wird:

$$ua \cos M''X + vb \cos M''Y + wc \cos M''Z = 0 \quad \ldots \quad 3)$$

als Bedingungsgleichung dafür, dass der Pol der Fläche M'' mit denen der Flächen M und M' in demselben grössten Kreise liege.

Durch die Coefficienten u, v, w ist dieser grösste Kreis bestimmt, und bedienen wir uns derselben, indem wir ihm das Zeichen $[u, v, w]$ geben. Da m, n, p, m', n', p' stets rationale Zahlen sind, werden auch u, v, w stets rationale Werthe haben müssen.

§. 16. Zone.

Krystallflächen, deren Pole alle in demselben grössten Kreise liegen, bilden eine Zone; den grössten Kreis, welcher alle diese Pole enthält, nennen wir den Zonenkreis.

Aus dieser Definition des Begriffs einer Zone folgt, dass alle derselben angehörigen Flächen auf der Fläche des Zonenkreises senkrecht stehen müssen, weil die Träger aller Flächen in die Ebene dieses Kreises fallen. Hieraus folgt ferner, dass die beim Durchschnitt irgend zweier Flächen derselben Zone entstehenden Kanten stets unter einander parallele Linien werden müssen, deren Richtung zugleich die der Normalen auf den Zonenkreis ist. Ebenso folgt aber auch umgekehrt

aus dem Parallelismus der Kanten einer Reihe von Krystallflächen, dass ihre Pole sämmtlich in demselben grössten Kreise liegen müssen, und lässt sich daher eine Zone auch als die Summe aller der Flächen eines Krystallsystems bezeichnen, welche einander in parallelen Kanten schneiden.

Als Zeichen einer Zone bedienen wir uns des im vorigen Paragraphen erhaltenen $[u, v, w]$, worin u, v und w die in der Bedingungsgleichung 3) enthaltenen Coefficienten sind.

Diese Gleichung $ua \cos M''X + vb \cos M''Y + wc \cos M''Z = 0$ enthält demnach die Bestimmung der Zone $[u, v, w]$ durch die beiden Flächen (m, n, p), (m', n', p') und die aus derselben und den Gleichungen

$$\frac{a}{m''} \cos M''X = \frac{b}{n''} \cos M''Y = \frac{c}{p''} \cos M''Z$$

durch Elimination erhaltene:

$$m''u + n''v + p''w = 0$$

enthält die Bedingung dafür, dass die Fläche (m'', n'', p'') in der Zone $[u, v, w]$ liegt. Es bedarf hierbei kaum der Bemerkung, dass, weil zur Erfüllung der Gleichung 3) nur ein constantes Verhältniss der Zahlen u, v und w zu einander erforderlich ist, dieses Verhältniss stets durch die möglichst kleinsten Zahlenwerthe ausgedrückt wird.

§. 17. Bestimmung einer Fläche durch zwei Zonen.

Sind zwei Zonen $[u, v, w]$, $[u', v', w']$ gegeben, so ist durch dieselben die beiden gemeinschaftliche Krystallfläche bestimmt. Der Pol derselben ist der Durchschnittspunkt beider Zonenkreise. Es sei dieser Punkt M, so haben wir, weil derselbe zugleich in beiden Zonenkreisen liegen muss:

$$u\,a \cos MX + v\,b \cos MY + w\,c \cos MZ = 0$$
$$u'a \cos MX + v'b \cos MY + w'c \cos MZ = 0.$$

Durch Elimination erhält man hieraus:

$$\frac{a}{vw' - v'w} \cos MX = \frac{b}{u'w - uw'} \cos MY = \frac{c}{uv' - u'v} \cos MZ$$

oder, wenn $vw' - v'w = m$, $u'w - uw' = n$, $uv' - u'v = p$ wird

$$\left.\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4).$$

Das Zeichen der Fläche M ist also (m, n, p), und werden m, n und p hier wieder rational sein, wenn es u, v, w und u', v', w' sind.

§. 18. Zonengesetz.

Da die durch die Flächen (m, n, p) und (m', n', p') bestimmte Zone $[u, v, w]$ mittels der Werthe

$$u = np' - n'p \qquad v = m'p - mp' \qquad w = mn' - m'n$$

und ebenso die in den beiden Zonen $[u, v, w]$, $[u', v', w']$ liegende Fläche (m, n, p) durch die Werthe:

$$m = vw' - v'w \qquad n = u'w - uw' \qquad p = uv' - u'v$$

bestimmt wird, also die Coefficienten m, n, p und u, v, w aus einander stets durch symmetrische Gleichungen abgeleitet werden können und aus der Rationalität der einen vermöge der Form dieser Gleichungen stets auch die der andern Coefficienten folgt, so ergiebt sich hieraus eine allgemeine Beziehung zwischen den Flächen und Zonen eines Krystallsystems, welche wir das Zonengesetz nennen wollen.

In einem Krystallsystem sind nur solche Flächen möglich, welche je zweien Zonen dieses Systems zugleich angehören.

Das Zonengesetz ist eine directe Folge des Gesetzes der rationalen Verhältnisse und kann als ein anderer Ausdruck desselben Gesetzes angesehen werden. Denn da eine Krystallzone in irgend einem System stets durch zwei Flächen desselben bestimmt wird, diese mögen nun als ursprüngliche angenommen oder aus andern vorhandenen nach dem Gesetze der rationalen Verhältnisse abgeleitet sein, so ist die Rationalität der Coefficienten u, v und w stets nothwendige Bedingung für die Möglichkeit derselben, sowie umgekehrt die Coefficienten m, n, p stets aus je zwei Werthen von u, v und w vermöge der obigen Bedingungsgleichungen hergeleitet und als rationale Zahlen erhalten werden können, wenn nur diese Werthe selbst rational sind.

§. 19. Anzahl der zur Bestimmung der Elemente erforderlichen Messungen.

Aus dem oben festgestellten Begriff der sphärischen Projection ergiebt sich unmittelbar, dass, wenn (*Fig. 5*) X, Y, Z die Durchschnittspunkte der Axen mit der Projectionssphäre, M und M' die Pole der Flächen (m, n, p) und (m', n', p') sind, der Bogen MM' den Neigungswinkel der Träger dieser Flächen gegen einander messen, also den Neigungswinkel der Flächen gegen einander zu zwei Rechten ergänzen muss. Durch Messung eines solchen Winkels und Verbindung des so gefundenen Werthes von MM' mit den Gleichungen

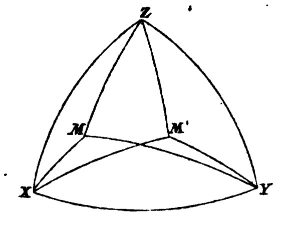


Fig. 5.

$$\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ$$

$$\frac{a}{m'} \cos M'X = \frac{b}{n'} \cos M'Y = \frac{c}{p'} \cos M'Z$$

wird sich im Allgemeinen ein Element des Krystallsystems bestimmen lassen, zur vollständigen Bestimmung aller Elemente also höchstens die Messung von fünf solchen Neigungswinkeln nothwendig sein.

Die wirkliche Ausführung dieser Rechnung im allgemeinsten Falle führt zu sehr zusammengesetzten Formeln, weshalb die vollständige Entwickelung derselben hier nicht gegeben werden soll, vielmehr der Betrachtung der einzelnen Fälle die nöthige Aufsuchung der ihnen angemessenen Rechnungsformen angereiht werden wird. In den meisten und wichtigsten Fällen wird ohnehin dadurch eine Vereinfachung der Rechnung bewirkt, dass die Elemente des Systems nicht alle von einander unabhängig, sondern durch gewisse Bedingungen, wie die der Gleichheit zweier oder dreier mit einander verbunden sind.

§. 20. Theoretische Entwickelung des Gesetzes der rationalen Verhältnisse aus der besonderen Beschaffenheit der Cohäsion.

Das Fundamentalgesetz der rationalen Verhältnisse, welches bisher als reiner Erfahrungssatz betrachtet worden ist, lässt sich auch theoretisch aus der besonderen Beschaffenheit der Cohäsion in den Krystallen herleiten, wenn man von gewissen sehr einfachen Voraussetzungen über die Wirkung der letzteren ausgeht, deren Zulässigkeit kaum zu bezweifeln ist.

Die nach einer bestimmten Richtung in einem Körper vorhandene Cohäsion lässt sich durch eine gerade Linie darstellen, welche nach Richtung und Länge als Maass dieser Kraft betrachtet werden kann, wenn durch die Längeneinheit die Einheit der Cohäsion ausgedrückt wird.

Die Cohäsion ist zwar keine bewegende Kraft, sondern eine Kraft des Widerstandes, und scheint es deshalb nicht ohne Weiteres erlaubt, als Ausdruck für dieselbe sich desselben Maasses zu bedienen, welches für bewegende Kräfte in Folge des Satzes, dass Wirkung und Ursache proportional sein müssen, sich direct ergiebt. Wenn dort durch eine nach Richtung und Länge bestimmte gerade Linie als Bezeichnung des Weges, welchen die Einheit der Masse in der Einheit der Zeit in Folge der Einwirkung einer Kraft zurücklegen würde, eine unmittelbare Wirkung dieser Kraft ausgedrückt wird, und diese, wegen der Proportionalität von Ursache und Wirkung, als Maass für die Kraft selbst gebraucht werden kann, so haben wir zwar in einer solchen geraden Linie keinen unmittelbaren Ausdruck für die Wirkung einer einzelnen Cohäsionskraft, gleichwohl werden wir diese gerade Linie ebenso als Maass für die Cohäsion gebrauchen können, wie dies bei bewegenden Kräften der Fall ist. Denn da die Cohäsion als Kraft, welche die Continuität der Materie in einer bestimmten Richtung erhält, offenbar gemessen wird durch die in derselben Richtung ihr gerade entgegengesetzte bewegende Kraft, welche eine Trennung der Theile des Körpers bewirkt, so wird auf sie dasselbe Maass anwendbar sein, wie auf diese, d. h. eine nach Richtung und Länge bestimmte gerade Linie. Es wird die Zulässigkeit dieser Ausdrucksweise noch einleuchtender, wenn man bedenkt, dass durch solche gerade Linien nicht sowohl die absolute Grösse als vielmehr das Verhältniss nach verschiedenen Richtungen wirkender Cohäsionskräfte zu einander dargestellt werden soll, und dies Verhältniss nothwendig gleich sein muss dem der bewegenden Kräfte, welche eine Trennung der Theile in denselben Richtungen hervorzubringen vermögen.

Die in einem Krystalle vorhandenen Cohäsionskräfte werden sich also in ihrem Verhältnisse zu einander durch gerade Linien ausdrücken lassen, welche alle durch irgend einen im Inneren des Körpers befindlichen Punkt gezogen sind und der Länge nach sich wie diese Cohäsionskräfte verhalten.

Die aus je zweien, dreien oder mehreren dieser Cohäsionskräfte zusammengesetzte mittlere Richtung der Cohäsion wird aus den einzelnen auf dieselbe Weise erhalten werden, wie dies bei bewegenden Kräften der Fall ist, d. h. mittels des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte.

Jeder einzelnen Richtung der Cohäsion entspricht eine Spaltungsebene oder Krystallfläche, parallel der auf dieselbe senkrechten Ebene, und ist also das, was oben Träger der Krystallfläche genannt wurde, nichts Anderes als die gerade Linie, welche die Richtung der besonderen Wirkung der Cohäsion angiebt, welche als die Ursache der Entstehung dieser Fläche anzusehen ist.

Der Träger einer abgeleiteten Krystallfläche wird hiernach nichts Anderes als die Resultante aus denjenigen Cohäsionskräften, welche zur Bildung dieser Fläche mitgewirkt haben.

§. 21. Fortsetzung.

Es seien (*Fig. 6*) O der Mittelpunkt der Projectionssphäre, X, Y, Z die Durchschnittspunkte der Axen mit derselben, $a:b:c$ deren Fundamentalverhältniss, M der Pol der Fläche (1, 1, 1), ABC das Polardreieck von XYZ, so dass AO, BO und CO im Mittelpunkt der Kugel auf den Ebenen YZ, XZ und XY senkrecht stehende gerade Linien sind, so wird OM, der Träger der Fläche (1, 1, 1), als Resultante aus drei Cohäsionskräften betrachtet werden können, welche in die Richtungen AO, BO, CO fallen, wenn es die Diognale eines Parallelepipedums ist, dessen Kanten, in die Richtung dieser Linien fallend, ihrer Länge nach das Verhältniss dieser Cohäsionskräfte angeben. Es seien diese Kräfte A, B und C. Ziehen wir MP parallel der Ebene BC, MQ parallel der Ebene AC und MR parallel der Ebene AB, so sind OP, OQ, OR die Kanten des Parallelepipedums, dessen Diagonale MO ist. Es sei also $OP:OQ:OR = A:B:C$.

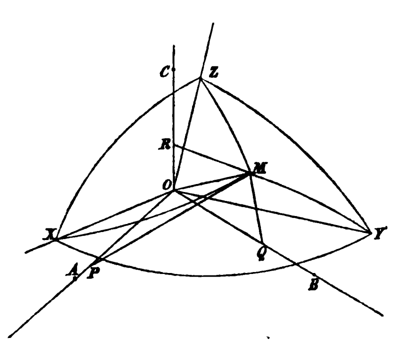


Fig. 6.

Aus den Dreiecken OMP, OMQ und OMR folgt:

$$OM = \frac{OP \sin OPM}{\sin PMO} = \frac{OQ \sin OQM}{\sin QMO} = \frac{OR \sin ORM}{\sin RMO}.$$

Da aber OP auf YZ, OQ auf XZ und OR auf XY senkrecht stehen, und PM, QM, RM der Reihe nach den Ebenen BC, AC, AB parallel sind, deren Pole wieder X, Y und Z sind, ist:

$$\sin OPM = \cos POX = \cos AX$$
$$\sin OQM = \cos QOY = \cos BY$$
$$\sin ORM = \cos ROZ = \cos CZ$$

und

$$\sin PMO = \cos MOX = \cos MX$$
$$\sin QMO = \cos MOY = \cos MY$$
$$\sin RMO = \cos MOZ = \cos MZ.$$

Wir erhalten also die Bedingungsgleichungen:

$$\frac{A \cos AX}{\cos MX} = \frac{B \cos BY}{\cos MY} = \frac{C \cos CZ}{\cos MZ}$$

dafür, dass MO die Resultante aus drei in die Richtungen AO, BO und CO fallenden Kräften, welche in dem Verhältniss $A:B:C$ stehen, sei.

Verbinden wir diese Gleichungen mit den Gleichungen:

$$a \cos MX = b \cos MY = c \cos MZ,$$

durch welche die Bedingung ausgedrückt wird, dass die Krystallfläche, deren Pol M ist, die also auf OM senkrecht steht, die Axen in dem Verhältnisse $a:b:c$ schneidet, so erhalten wir:

$$aA \cos AX = bB \cos BY = cC \cos CZ \quad \ldots\ldots \quad 5).$$

Bedenkt man nun, dass $A \cos AX$ derjenige Theil der Cohäsionskraft A ist, welcher in die Richtung der krystallographischen Axe OX fällt, wenn wir uns A in zwei Theile nach der Richtung dieser Axe und der darauf senkrechten zerlegt denken, und dass dieselbe Beziehung zwischen den Kräften B und C und den Axen OY und OZ stattfindet, so kann man das durch die Gleichungen 5) bestimmte Gesetz wörtlich so ausdrücken:

Sind irgend welche drei ursprüngliche Cohäsionskräfte vorhanden, so stehen die durch dieselben bedingten krystallographischen Axen senkrecht auf den durch je zwei dieser Kräfte gelegten Ebenen, und das Fundamentalverhältniss derselben ist das umgekehrte desjenigen Theils der Cohäsionskräfte, welcher in die Richtung der Axen fällt.

Stehen die Axen auf einander senkrecht; so ist

$$\cos AX = \cos BY = \cos CZ = 1,$$

machen sie gleiche schiefe Winkel mit einander, so ist

$$\cos AX = \cos BY = \cos CZ,$$

in beiden Fällen reduciren sich die Gleichungen 5) auf $aA = bB = cC$.

§. 22. Fortsetzung.

Die soeben gemachte Voraussetzung des Vorhandenseins irgend dreier ursprünglicher Cohäsionskräfte lässt sich leicht als die allgemeinste erkennen, welche denkbar ist. Denn wie viele solche Kräfte auch vorhanden sein mögen, so wird es doch immer drei Richtungen im Raume geben, nach welchen sich alle diese Kräfte zerlegt denken lassen, und die in diese Richtungen fallenden Resultanten aus allen Kräften werden denselben gleichgeltend sein, also als die alleinigen ursprünglichen Kräfte betrachtet und zur Herleitung der Elemente des durch sie bedingten Krystallsystems benutzt werden können. Ebenso wie die Auswahl dreier Richtungen im Raum für die Zusammensetzung der vorhandenen Cohäsionskräfte an sich willkürlich ist, werden es auch die hieraus folgenden Richtungen der möglichen krystallographischen Axen sein, allein es wird immer eine solche Beziehung zwischen allen diesen denkbaren Systemen vorhanden sein, welche die Herleitung des einen aus dem andern gestattet. Das jedesmal einfachste System wird stets den einfachsten krystallographischen Elementen entsprechen und daher der wirklichen Entwickelung zum Grunde zu legen sein.

§. 23. Fortsetzung.

Nehmen wir allgemein M (*Fig. 6*) als den Pol der Fläche (m, n, p) an, so wird OM diejenige Richtung der Cohäsionskraft sein, welche die Fläche

(m, n, p) bedingt. Betrachten wir OM als Diagonale eines Parallelepipedums, dessen Kanten in die Richtungen OA, OB und OC fallen, so werden die auf diesen Linien abgeschnittenen Stücke OP, OQ, OR in einem solchen Verhältnisse zu einander stehende Cohäsionskräfte bezeichnen, dass durch ihre Zusammenwirkung die Fläche (m, n, p) bedingt werden wird.

Nun haben wir, wenn $A' : B' : C'$ dieses Verhältniss $OP : OQ : OR$ bezeichnet, wie in §. 21:

$$\frac{A' \cos AX}{\cos MX} = \frac{B' \cos BY}{\cos MY} = \frac{C' \cos CZ}{\cos MZ}$$

und zugleich 1):

$$\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ,$$

folglich:

$$\frac{a}{m} A' \cos AX = \frac{b}{n} B' \cos BY = \frac{c}{p} C' \cos CZ,$$

eine Bedingung, welche durch die Gleichungen 5) erfüllt ist, wenn

$$A' = mA \quad B' = nB \quad C' = pC \Big\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 6).$$

Durch die Gleichungen 6) wird der Satz ausgedrückt, dass die eine abgeleitete Fläche eines Krystallsystems bedingende besondere Cohäsionskraft aus der Zusammenwirkung dreier in die Richtung der ursprünglichen fallenden Kräfte entstehe, welche zu diesen im umgekehrten Verhältniss von demjenigen stehen, welches die von der Fläche auf den Axen abgeschnittenen Stücke zu dem Fundamentalverhältniss derselben haben.

§. 24. Fortsetzung.

Hieraus folgt weiter, dass die Rationalität der Coefficienten m, n und p dann eine Folge der Zusammensetzung der Kräfte sein wird, wenn sich nachweisen lässt, dass diese stets zu einem rationalen Verhältnisse der in die Richtungen der drei ursprünglichen Kräfte fallenden Componenten einer jeden in dem Systeme möglichen zusammengesetzten Kraft führt. Diese Rationalität ist aber eine directe Folge des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte, folglich auch die der Coefficienten m, n und p.

Gehen wir von drei ursprünglichen Kräften aus, dieselben seien nun unmittelbar gegeben, oder die Resultanten aus allen vorhandenen Kräften, so wird sich aus denselben irgend eine mittlere Kraft nur dadurch herleiten lassen, dass je zwei derselben oder alle drei zusammenwirkend gedacht werden, oder, in einer weiteren Stufe der Ableitung, dass irgend eine dieser ersten abgeleiteten mit einer oder zweien der ursprünglichen Kräfte, oder endlich, dass irgend zwei, drei oder mehrere der früher abgeleiteten Kräfte unter einander verbunden werden. In allen diesen Fällen ist aber die Rationalität des Verhältnisses der in die Richtung der ursprünglichen Kräfte fallenden Componenten einer so zusammengesetzten Kraft zu den ursprünglichen als Folge des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte direct einzusehen.

Es seien z. B. (*Fig.* 7) OA, OB, OC nach Richtung und Länge die drei ursprünglichen Kräfte, dann ist OD, die mittlere aus OA und OC, der Träger der Krystallfläche (1, 0, 1), in welcher zwei der ursprünglichen Kräfte in einfachem Verhältniss mit einander verbunden sind. OE, durch die Verbindung aller drei Kräfte im Verhältniss der Einheit erhalten, ist der Träger der Krystallfläche (1, 1, 1).

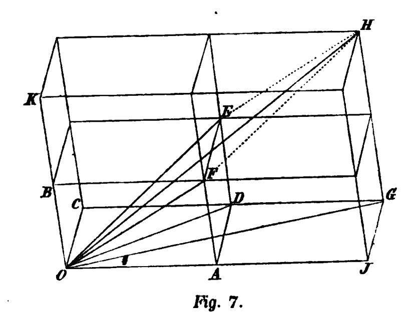


Fig. 7.

Durch Verbindung von OD mit OA erhält man als weitere Ableitung OG, welches zugleich als Diagonale des Parallelogramms $OJGC$ erkannt wird, dessen Seiten OJ und OC sich zu einander verhalten, wie $2\,OA : 1\,OC$, und welches der Träger der Fläche (2, 1, 0) wird.

OH, die Diagonale des Parallelepipedums, dessen Seiten OJ, OK und OC in dem Verhältniss $2\,AO : 2\,BO : 1\,CO$ stehen, wird sich durch Verbindung von OF, der mittleren Kraft aus OA und OB mit OE, der mittleren aus allen dreien, erhalten lassen; es ist der Träger von (2, 2, 1).

Wie weit man nun auch auf diesem Wege der Entwickelung fortschreiten will, so muss doch stets die zuletzt erhaltene Resultante die Diagonale eines solchen Parallelepipedums werden, dessen in die Richtung von OA, OB und OC fallende Kanten zu diesen Längen in rationalem Verhältnisse stehen.

§. 25. Erörterung der darin enthaltenen physischen Vorbedingung.

Die Möglichkeit des Auftretens einer bestimmten Krystallfläche ist nach dieser Entwickelungsweise nur an die Bedingung geknüpft, dass nicht allein die in dem Körper vorhandenen Cohäsionskräfte einzeln oder in ihrer einfachen Gesammtwirkung zur Thätigkeit gelangen, sondern auch durch ihre Verbindung zu je zwei oder drei mittlere, oder durch fortgesetzte solche Ableitung andere ausgezeichnete Zwischenrichtungen erhalten werden können, deren Effect in der Bildung der darauf senkrechten Krystallflächen oder Spaltungsebenen selbstständig und neben dem der übrigen zur Erscheinung kommt.

Wenn die Cohäsion eine bewegende Kraft wäre, so würde diese Annahme unzulässig erscheinen, da bei der Verbindung bewegender Kräfte der Effect der einzelnen in dem Totaleffect aller enthalten ist und ausser diesem nicht nochmals selbstständig werden kann, allein sie ist eben, ihrem Wesen nach von den bewegenden Kräften verschieden, als Kraft der Continuität fähig, in der oben angegebenen Weise wirksam zu werden, was sich, wenn auch nicht direct beweisen, doch aus dem Verhalten ähnlicher erhaltender Kräfte in der Natur mit grosser Wahrscheinlichkeit schliessen lässt.

Eine der Cohäsion sehr ähnliche Kraft ist die Elasticität, als deren Folge wir das Bestreben der Körper, ihre Gestalt zu erhalten, ansehen; sie ist daher ebenfalls eine Kraft des Widerstandes, nämlich gegen die Aenderung in der Form, wie die Cohäsion die Kraft des Widerstandes gegen die Trennung der Materie ist. Wir legen einem jeden Körper einen gewissen Grad der Elasticität bei, insofern wir bemerken, dass es für denselben ein Maximum einer äusseren bewegenden Kraft giebt, welchem das Bestreben, die Form zu erhalten, noch völlig zu widerstehen

vermag, während bei einer darüber hinausgehenden Stärke der äusseren Einwirkung eine Formveränderung eintritt. Wir denken uns diese erhaltende Kraft ferner in einer bestimmten Richtung wirksam, insofern sie einer in bestimmter Richtung wirkenden äusseren Kraft widersteht. Ob nun die Stärke der Elasticität eines Körpers nach verschiedenen Richtungen stets gleich gross oder verschieden sei, können wir hier unerörtert lassen, indem es zunächst nur darauf ankommt, zu erkennen, dass eine solche Wirkung gleichzeitig in mehreren Richtungen stattfinden könne. Als Gesammtwirkung der Elasticität eines Körpers nach allen Richtungen, in welchen sie in demselben wirksam ist, müssen wir diejenigen Erscheinungen ansehen, welche die Erhaltung der Form des Körpers im Ganzen begleiten, und können von dieser Wirkung noch diejenige unterscheiden, welche sich nicht auf die Form des ganzen Körpers, sondern einzelner Theile desselben bezieht. Zeigt nun die Erfahrung, dass neben der Gesammtwirkung der Elasticität noch eine partielle, nicht in jener enthaltene, also selbstständige, vorhanden sein kann, so haben wir hierin ein Beispiel von gleichzeitiger Wirkung einer einzelnen erhaltenden Kraft mit einer aus dieser und andern zusammengesetzten. Ein solches Beispiel bieten uns die Schwingungen einer elastischen Saite dar, welche gleichzeitig für die ganze Saite und aliquote Theile derselben stattfinden können, bei welchen also die Gesammtwirkung der Elasticität neben der einzelner Theile gleichzeitig und selbstständig zur Erscheinung kommt. Die Analogie zwischen dieser Wirkung der Elasticität und der Wirkung der Cohäsion in den Krystallen tritt noch mehr hervor, wenn man beachtet, dass die Länge der ganzen Saite zu der zu gleicher Zeit mit derselben schwingender Theile stets in rationalem Verhältniss steht.

Setzen wir diesen Vergleich noch etwas weiter fort, so finden wir sehr leicht noch andere Erscheinungen aus dem Gebiete der Akustik, welche die Aehnlichkeit zwischen Elasticität und Cohäsion erkennen lassen. Ein nahe liegendes Beispiel bieten die Combinationstöne. Die Entstehung derselben ist bedingt durch die zweier einzelner Töne, deren Schwingungszahlen beide zu der des Combinationstons in rationalem Verhältnisse stehen. Hier wird die selbstständige Wirkung der Elasticität als Erzeugerin der beiden einzelnen Töne neben der zugleich stattfindenden gemeinschaftlichen in dem Combinationstone besonders auffallend, ja es ist Bedingung der Entstehung des letzteren, dass beide erstere zugleich für sich vorhanden seien, und nicht blos eine aus den beiden Einzelnwirkungen zusammengesetzte Wirkung der Elasticität in irgend einem Körper.

Man könnte gegen diesen Vergleich der Cohäsion mit der Elasticität vielleicht einwenden, dass letztere, wenn auch ursprünglich nur eine erhaltende Kraft, doch zugleich eine bewegende sei, insofern der Widerstand gegen Formänderung der Körper diese letztere nicht ausschliesse, sondern innerhalb der Grenzen der Elasticität zulasse, und dann zu einer Bewegung führe, deren Ziel die Wiederherstellung der Form sei, während die Cohäsion als Widerstand gegen die Aufhebung der Continuität der Materie innerhalb der Grenzen ihrer Wirksamkeit jede Bewegung ausschliesse; allein dieser Unterschied zwischen beiden Kräften bezieht sich nicht auf den Vergleichungspunkt, welcher hier der wesentliche ist, nämlich die neben einander bestehende Wirkung aller vorhandenen Kräfte und einzelner derselben, es mag nun als ihre Wirkung Bewegung eintreten oder nicht. Nur insofern ist der eben erwähnte Unterschied in Beziehung auf unseren Vergleichungspunkt von Bedeutung, als die in Folge der Elasticität eintretenden Bewegungen höchst selten als reine Wirkungen dieser Kraft beobachtet werden können, sondern meistens durch die gleichzeitige Einwirkung anderer Kräfte modificirt werden, während die reine Wirkung der Cohäsion in dem vollständig ausgebildeten Krystall möglichst scharf hervortritt.

Ebenso wie in den durch elastische Schwingungen hervorgebrachten Tönen die Rationalität des Verhältnisses der Gesammtwirkung zu der der einzelnen Theile von uns als Harmonie wahrgenommen wird, so in den durch die Cohäsion bedingten Krystallformen die Rationalität des Verhältnisses der die einzelnen Flächen erzeugenden Cohäsionskräfte zu einander als Harmonie der Gestalt, und können wir, in diesem Sinne den Vergleich durchführend, die Krystalle mit vollem Recht als diejenigen festen Körper bezeichnen, in welchen die Cohäsion ihre harmonische Entwickelung gefunden hat.

§. 26. Relative Stärke der Cohäsion in den abgeleiteten Richtungen.

Die nach der angegebenen Methode erhaltenen abgeleiteten Cohäsionskräfte werden in der Construction durch gerade Linien dargestellt, die im Allgemeinen an Länge zunehmen, je weiter die Ableitung fortschreitet. Hieraus könnte ein Zweifel gegen die Wahrheit der der ganzen Methode zum Grunde liegenden Naturanschauung entspringen, wenn man in diesen Längen einen Ausdruck für die relative Stärke der Cohäsion nach den durch dieselben geraden Linien bezeichneten Richtungen erhalten zu haben glaubte, da ja der ganzen Entwickelung die Voraussetzung zum Grunde liegt, dass die ursprünglichen Kräfte, von welchen die Construction ausgeht, den ausgezeichneten Richtungen der Cohäsion angehören, also die grösste Intensität besitzen sollen. Allein aus der befolgten Methode ist auch dieser Schluss nicht zu ziehen, vielmehr ist es eben nur die Richtung der abgeleiteten Kräfte, welche durch die als Diagonalen der verschiedenen Parallelogramme erhaltenen geraden Linien bestimmt worden ist, und zwar nicht mittels der absoluten Grösse, sondern nur mittels des Verhältnisses der Intensität, in welchem die ursprünglichen Kräfte als Componenten der abgeleiteten wirksam werden. Die Längen der durch die Construction für die abgeleiteten Kräfte erhaltenen geraden Linien werden nur für je zwei solche Kräfte als Ausdruck für ihre relative Intensität genommen werden dürfen, welche auf einer gleichen Stufe der Ableitung stehen.

Da die Cohäsion keine bewegende Kraft ist, so wird, wie vorher bereits erörtert, eine neben einander bestehende Thätigkeit der einzelnen und der aus denselben zusammengesetzten Kräften stattfinden können, woraus sich der Schluss sofort ergiebt, dass die zusammengesetzte Kraft nicht die einzelnen mit enthalte, wenigstens nicht vollständig enthalten müsse, sondern nur eine verhältnissmässige Wirkung derselben, ja, dass sie dieselbe nicht in ihrer Selbstständigkeit aufheben könne, da diese erfahrungsmässig daneben besteht. Wie gross nun der Antheil jeder einzelnen Kraft in quantitativer Hinsicht sei, welcher in der zusammengesetzten zur Wirkung kommt, und wie gross die hierdurch bestimmte Intensität der Cohäsion in den abgeleiteten Richtungen, lässt sich durch die Beobachtung direct schwerlich ermitteln. Die einfachste und wahrscheinlichste Annahme ist, dass diese Intensität durch die Länge des Trägers der Krystallfläche, welche aus der besondern Richtung der Cohäsion hervorgeht, ausgedrückt wird, wenn dieser dieselbe Längeneinheit zum Grunde gelegt ist, wie den auf den krystallographischen Axen erhaltenen Abschnitten, und diese Einheit zugleich die Einheit der Kraft ausdrückt. Wir erhalten dann als Ausdruck für die Intensität (*Fig. 2*):

$$OM = \frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ,$$

in welchen Ausdrücken die absoluten Werthe von a, b und c auf dieselbe Einheit zu beziehen sind, wie die in den Bedingungsgleichungen 5) und 6) den Grössen A, B, C zu Grunde gelegte, und mittels dieser letzteren Gleichungen in Einheiten der Kraft ausgedrückt werden können. Auf dieselbe Einheit bezogen geben dann die Linien OP, OQ, OR in *Fig. 6* diejenigen Theile der ursprünglichen Cohäsionskräfte an, welche in jeder abgeleiteten zur wirklichen Thätigkeit gelangen.

§. 27. Gesetz der Symmetrie.

Ausser dem Grundgesetz der rationalen Verhältnisse und dem unmittelbar daraus folgenden Zonengesetze finden wir nun noch ein anderes Grundgesetz bei den Krystallen, das Grundgesetz der Symmetrie, welches ebenfalls aus der Wirkung der Cohäsion hergeleitet werden kann.

Jede einzelne Cohäsionsrichtung bedingt in der äusseren Begrenzung die auf ihr senkrechte Ebene, sie ist der Träger der in dieser letzteren vorhandenen Krystallfläche, und da sie durch die ganze Masse des Körpers hindurch wirksam ist, so wird die Begrenzung an den beiden entgegengesetzten Seiten durch solche Ebenen stattfinden, zu jedem Träger werden zwei unter einander parallele Krystallflächen gehören, sobald die in der Richtung desselben thätige Cohäsion zur vollen ungestörten Wirkung gelangt.

Da die Zwischenrichtungen der Cohäsion aus den ursprünglichen durch Zusammenwirkung derselben nach einem bestimmten Verhältnisse entstehen, so wird es entweder nur eine einzelne oder mehrere demselben Verhältniss entsprechende geben können, je nachdem die Grundrichtungen verschieden oder gleich, unter ungleichen oder gleichen Winkeln gegen einander geneigt sind. Sobald nun mehrere solche Zwischenrichtungen von gleichem Werthe, d. h. in welchen dasselbe Verhältniss der Grundkräfte enthalten ist und welche die gleiche Lage gegen die analogen Grundkräfte haben, möglich sind, werden sie bei ungestörter Wirkung der Cohäsion auch alle zugleich in die Erscheinung treten. Dies geschieht, indem jede solche Richtung als Träger eines Paares paralleler Krystallflächen auftritt, so, dass durch alle vorhandenen gleichwerthigen Träger eine von symmetrisch gegen die Axen und den Mittelpunkt gelegenen Flächen begrenzte Krystallform erhalten wird.

Das Gesetz der Symmetrie fordert nun, dass entweder 1) alle Träger von gleichem Werthe nebst den zugehörigen Flächenpaaren vollzählig vorhanden sind, oder 2) wenn dies nicht der Fall ist, entweder die abwechselnde Hälfte der gleichwerthigen Träger fehlt, oder je eine Fläche des zu jedem gleichwerthigen Träger gehörigen Flächenpaares.

§. 28. Holoedrische und hemiedrische Krystallsysteme.

Diejenigen Krystallsysteme, in welchen der erste Fall der Symmetrie vorhanden ist, nennen wir holoedrische Systeme (auch homoedrische Systeme), indem an den Krystallen derselben die volle Zahl der möglichen Flächen von gleichem krystallographischen Werthe vorhanden ist (homoedrisch, insofern die gleichartigen Flächen alle in der Begrenzung vorkommen), und haben in ihnen

die jedem einzelnen Axenverhältnisse entsprechende Entwickelung der Symmetrie in der Krystallform allseitig dargestellt.

Tritt der zweite Fall ein, so ist das Krystallsystem **hemiedrisch**, und zwar **parallelflächig hemiedrisch**, wenn nur die Hälfte der gleichwerthigen Träger, **geneigtflächig hemiedrisch**, wenn nur die Hälfte der zu jedem Träger gehörigen Flächenpaare zur Ausbildung gelangt.

§. 29. Gleichwerthige Träger.

Die in einem Krystallsystem mögliche Anzahl der Träger von gleichem Werthe lässt sich aus den Neigungswinkeln und dem Fundamentalverhältniss der krystallographischen Axen oder aus dem diese bedingenden Verhältniss und der Richtung der ursprünglichen Cohäsionskräfte ableiten, und sind hier folgende verschiedene Fälle denkbar:

1) Die Axen stehen schiefwinkelig gegen einander und zwar
   a) mit ungleichen Neigungswinkeln;
   b) mit nur einem schiefen Winkel, während die beiden andern rechte sind, in beiden Fällen mit irgend welchem Fundamentalverhältniss;
   c) mit gleichen Neigungswinkeln und im Fundamentalverhältniss der Gleichheit.

2) Die Axen stehen alle drei senkrecht auf einander und sind im Fundamentalverhältniss
   a) alle drei verschieden;
   b) zwei gleich, aber von der dritten verschieden;
   c) alle drei gleich.

Die Aufsuchung der Anzahl gleichwerthiger Träger in jedem einzelnen dieser Fälle kann entweder mittels des krystallographischen Zeichens der zu einem gehörigen Krystallfläche und auf dasselbe angewandten Permutation der Coefficienten geschehen, oder direct aus der Construction hergeleitet werden. Der letztere Weg, welcher die Anschauung erleichtert, soll hier zunächst eingeschlagen werden.

Sind (*Fig. 8*) zunächst in einer Ebene OA und OC zwei beliebige Axen in dem Fundamentalverhältniss $a:c$, OA' und OC' die den ersten positiv gedachten gegenüberliegenden Seiten derselben, welche also negativ zu nehmen sein werden, und verhalte sich $OD = OD'$ zu $OE = OE'$ wie $\frac{1}{m}a : \frac{1}{p}c$, so sind DE, ED', $D'E'$ und $E'D$ die Richtungen der geraden Linien, welche die Axen in dem Verhältniss $\frac{1}{m}a : \frac{1}{p}c$ schneiden, und zwar alle, in welchen dies Verhältniss auftritt, nach beiden Richtungen beider Axen. Die gleichen und entgegengesetzten Träger von DE und $D'E'$ sind die darauf senkrechten OM und OM', von ED' und $E'D$ dagegen ON und ON', deren erstere wie letztere in eine Richtung zusammenfallen. Die Träger MM' und NN' sind in diesem Falle sowohl nach ihrer relativen Länge als auch nach ihrer Neigung gegen die Axen verschieden und werden daher nach dem Gesetze der Symmetrie einzeln vorhanden sein können; sie haben ungleiche Werthe. Dasselbe erkennen wir bei dieser An-

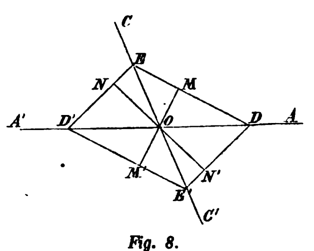


Fig. 8.

nahme zweier Axen für jedes andere Axenverhältniss abgeleiteter Linien. Auch eine Umkehrung der Zahlen m und p giebt deshalb von den hier gefundenen verschiedene Werthe der Träger, weil a und b verschieden sind, also das Verhältniss $\frac{1}{m}a : \frac{1}{p}c$ und das $\frac{1}{p}a : \frac{1}{m}c$ nicht umgekehrte Quotienten haben.

Bleiben alle Bezeichnungen wie vorher, jedoch bei rechtwinkeliger Stellung der Axen gegen einander, so erhalten (*Fig. 9*) die Träger MM' und NN' gleiche Werthe, werden also nach dem Gesetze der Symmetrie gleichzeitig vorhanden sein. Eine Umkehrung der Coefficienten m und p wird aber auch hier von diesen verschiedene Werthe der Träger geben, weil hier, wie vorher aus dem Verhältniss $\frac{1}{m}a : \frac{1}{p}c = OD : OE = \sin OED : \sin ODE$, durch Vertauschung von m und p nicht das umgekehrte Verhältniss der Neigungswinkel gegen die Axen erhalten wird, sondern ein ganz neues.

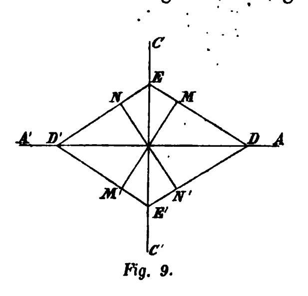


Fig. 9.

Sind beide Axen gleich und rechtwinkelig (*Fig. 10*), so erhalten wir aus dem Verhältniss $\frac{1}{m}a : \frac{1}{p}a$ zunächst bei gleicher Bezeichnung wie vorher das Trägerpaar MM' und NN' von gleichem Werthe, ausserdem aber aus dem Verhältnisse $\frac{1}{p}a : \frac{1}{m}a$, welches dem ersten umgekehrt gleich ist, das Trägerpaar $M''M'''$ und $N''N'''$ ebenfalls von gleichem Werthe, aber auch dem ersten gleichwerthig, da die Längen dieselben und die Winkel mit den Axen denen der ersteren in umgekehrter Folge gleich werden.

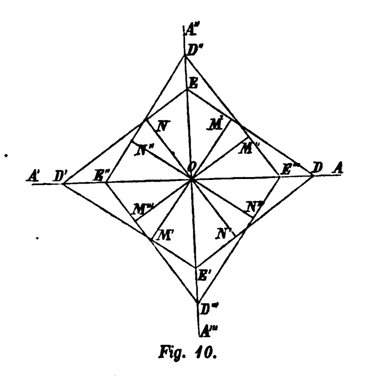


Fig. 10.

Wir erhalten also in einer Ebene entweder einzelne Träger oder je zwei oder je vier gleichwerthige, je nachdem die Axen schief gegen einander stehen und ungleich sind, oder senkrecht auf einander und ungleich, oder senkrecht auf einander und gleich.

Erweitern wir die Betrachtung auf den Raum, so erkennen wir zunächst, dass drei unter verschiedenen schiefen Winkeln gegen einander geneigte Axen von ungleichem Fundamentalverhältniss in jedem der von denselben gebildeten acht körperlichen Winkeln nur einen Träger zulassen, welcher einem gegebenen abgeleiteten Verhältniss entspricht, und dass unter diesen nur die in den entgegengesetzten Raumoctanten liegenden, welche in dieselbe Richtung fallen, gleiche Werthe, alle übrigen aber von diesen verschiedene erhalten müssen.

Die relative Länge und die Lage dieser vier Träger gegen die Axen wird durch Construction am einfachsten gefunden, indem man sie aus den sie bedingenden Componenten der Cohäsion direct als Diagonalen eines Parallelepipedums ableitet. Das Axenverhältniss $\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c$ fordert die Bedingungsgleichungen zwischen den Cohäsionskräften:

$$maA \cos AX = nbB \cos BY = pcC \cos CZ$$

nach 5) und 6), das Parallelepipedum also, dessen Kanten im Verhältniss

$$mA \cos AX : nB \cos BY : pC \cos CZ$$

stehen und dessen in einer Ecke zusammenstossende ebene Winkel die Supplemente der Neigungen der Axenebenen gegen einander sind, ist das verlangte, seine vier nach Länge und Neigung gegen die Axen verschiedenen Diagonalen sind die vier zu demselben Axenverhältniss gehörigen Träger, welche hierdurch sofort als verschiedenen Werthes erkannt werden.

In diesem Falle ist also keine Symmetrie der Träger vorhanden, sie treten alle einzeln auf.

Ist unter den Neigungswinkeln der Axen einer ein rechter, so sind zwar in der Ebene dieser beiden Axen, aber auch nur in dieser Ebene je zwei gleichwerthige Träger möglich, ausserhalb derselben nirgends; es kann daher dieser Fall als in dem vorigen enthalten betrachtet werden.

Sind bei beliebigem Fundamentalverhältniss der Axen zwei von den Neigungswinkeln derselben gegen einander rechte, der dritte ein schiefer, so erhalten wir nur in der Axenebene, in welcher der schiefe Winkel sich befindet, einzelne Träger, ausserhalb derselben stets je zwei gleichwerthige und von den beiden andern zu demselben Verhältnisse der Axenabschnitte gehörigen verschiedene. Durch Construction lassen sich die vier Träger darstellen als die Diagonalen eines Parallelepipedums, dessen Flächen sämmtlich Rechtecke sind, von denen aber nur je zwei auf einander senkrecht stehen, der dritte Neigungswinkel ein schiefer ist. Von den Diagonalen eines solchen Parallelepipedums sind je zwei die gegenüberliegenden spitzen und je zwei die stumpfen Ecken verbindende gleich und gegen die Kanten gleich geneigt.

Wenn die Neigungswinkel der Axen sämmtlich rechte sind, das Fundamentalverhältniss der Axen diesen verschiedene Werthe giebt, so wird in jedem Octanten des Raumes ein Träger möglich, welcher zu einem gegebenen Verhältniss der Axenabschnitte gehört, und alle diese Träger sind gleichwerthig; da je zwei entgegengesetzte in eine gerade Linie fallen, erhalten wir hier die Zahl 4 als die grösstmögliche gleichwerthiger Träger. In jeder durch je zwei Axen gelegten Ebene reducirt sich diese Zahl auf 2.

Erhalten zwei der Axen im Fundamentalverhältniss gleiche Werthe, so lassen sich die Abschnitte derselben mit einander vertauschen, wobei die dadurch erhaltenen Zwischenrichtungen gleiche Werthe behalten und auch die zugehörigen Träger gleichwerthig werden, wenn deren Neigungswinkel gegen die Axen bei umgekehrter Lage gleich gross sind. Bei rechtwinkeligen Axen wird dies immer, bei schiefwinkeligen innerhalb des spitzen und stumpfen Winkels für sich stattfinden, wodurch die ungleiche Anzahl gleichwerthiger Träger für diese verschiedenen Fälle bedingt wird.

Hieraus ergiebt sich für im Fundamentalverhältniss gleiche Axen nur dann eine grössere Anzahl gleichwerthiger Träger, wenn die Winkel sämmtlich rechte oder gleich grosse schiefe Winkel sind und in letzterem Falle alle drei Axen gleiche Werthe haben.

Sind alle drei Axen gleich und ihre Neigungswinkel gleiche schiefe Winkel, so werden die beiden Raumoctanten, in welchen die drei gleichen Neigungswinkel der Axen sich befinden, von den sechs übrigen zu unterscheiden sein, welche letztere jedesmal zwei gleiche und als dritten einen Neigungswinkel der Axen enthalten, welcher das Supplement eines jeden der beiden gleichen Winkel ist. Betrachten wir die ersteren als diejenigen, in welchen die Axen alle drei dasselbe Zeichen haben, so werden in den letzteren stets zwei Axenabschnitte mit dem entgegengesetzten Zeichen des dritten enthalten sein. Die Anzahl der gleichwerthigen Träger kann in beiden höchstens sechs werden, so dass zugleich die der einen Gruppe angehörigen von denen der andern verschieden sind, indem in den ersten beiden Raumoctanten durch Vertauschung des Verhältnisses je zweier

Axenabschnitte stets gleichwerthige Zwischenrichtungen erhalten werden, in den sechs übrigen aber nur die Verhältnisse der mit gleichen Zeichen versehenen Axen durch Vertauschung mit einander gleichwerthige Zwischenrichtungen geben.

Eine Verdoppelung dieser Zahl, also die Möglichkeit von zwölf gleichwerthigen Trägern, wird in dem Falle eintreten, wo die drei gleichen und unter gleichen schiefen Winkeln gegen einander geneigten Axen als die Resultanten solcher Cohäsionsrichtungen erhalten sind, welche noch eine zweite gleichartige Zusammensetzung zulassen, so dass die Axen bei dieser Verbindung der Kräfte denselben Werth und dieselbe gegenseitige Lage erhalten, wie bei den ersten, eine jede einzelne derselben aber in der Ebene, welche den Winkel zwischen je zweien der ersten Axen halbirt, der dritten Axe des ersten Systems symmetrisch gegenüberliegt. Dieser Fall wird dann eintreten, wenn die ursprünglich vorhandenen Cohäsionsrichtungen den Endkanten einer gleichschenkeligen sechsseitigen Pyramide parallel sind, deren je drei abwechselnde dann mit gleichem Rechte als Krystallaxen betrachtet werden können. Da für jedes dieser beiden gleichwerthigen Axensysteme dann die Zahl der gleichwerthigen Träger sechs wird, so erhalten wir für beide die Zahl zwölf. Dies ist zugleich die grösste Zahl gleichwerthiger Träger, welche für schiefwinkelige Axen möglich ist.

Rechtwinkelige Axen, deren zwei im Fundamentalverhältniss der Gleichheit stehen, lassen eine Vertauschung der Axenabschnitte dieser beiden Axen in jedem Raumoctanten zu, und alle so erhaltenen Träger müssen gleichwerthige werden; die grösstmögliche Zahl gleichwerthiger Träger ist in diesem Falle also acht.

Sind endlich alle drei Axen gleich, so wiederholen sich die Combinationen des vorigen Falles dreimal, und wir erhalten als grösstmögliche Zahl gleichwerthiger Träger 24, je sechs in jedem Raumoctanten, von welchen die in den gegenüberliegenden Raumoctanten enthaltenen stets in gleiche Richtungen zusammenfallen. Es ist dieser Fall der der gröstmöglichen Symmetrie eines Krystallsystems überhaupt.

§. 30. Bezeichnung der Krystallformen.

Durch das Vorhandensein aller zu gleichwerthigen Trägern gehörigen Krystallflächen oder einer bestimmten Hälfte derselben wird eine vollständige Begrenzung des Raumes, ein symmetrischer Krystallkörper, erhalten werden, wenn mindestens drei nicht in dieselbe Ebene fallende solche Träger vorhanden sind, oder, wenn die gleichwerthigen Träger in einer und derselben Ebene liegen, wenigstens eine symmetrische Begrenzung des Raumes durch auf dieser Ebene senkrechte Flächen. Alle gleichwerthigen Krystallflächen zusammengenommen bilden eine Krystallform, welche also entweder für sich ein vollständig begrenzter Körper sein kann oder erst durch Combination mit mindestens einer zweiten Krystallform einen abgeschlossenen Krystall giebt. Jede Krystallform lässt sich durch ein Zeichen ausdrücken, welches dem einer ihrer Flächen entnommen ist, wenn in diesem Zeichen nur erkennbar ist, ob die Krystallform einem holoedrischen oder hemiedrischen Systeme angehörig ist, d. h. ob die gleichwerthigen Träger und Flächen vollzählig oder nur zur Hälfte und in welcher Hälfte vorhanden sind. Bezeichnen wir mit $[m, n, p]$ die Krystallform, welche der Fläche (m, n, p) entspricht, d. h. welche durch das gleichzeitige Vorhandensein aller nach dem Gesetze der Symmetrie dieser Fläche gleichwerthigen Flächen gebildet wird, so ist damit der holoedrische Fall ausgedrückt. Die hemiedrischen Krystallformen, welche derselben Fläche entsprechen, sollen mit $\pi[m, n, p]$ und $\varkappa[m, n, p]$

bezeichnet werden, und zwar das erste Zeichen den Fall der parallelflächigen Hemiedrie, das letzte den der geneigtflächigen Hemiedrie ausdrücken, oder ersteres das Vorhandensein der abwechselnden Hälfte aller gleichwerthigen Träger, letzteres das Vorhandensein aller gleichwerthigen Träger, aber nur je einer der beiden zu demselben Träger gehörigen Flächen bezeichnen.

§. 31. Krystallsysteme.

Die verschiedenen Fälle der Symmetrie geben unmittelbar die Bestimmungen für die verschiedenen Krystallsysteme. Wir unterscheiden demgemäss folgende Systeme:

1) Das regelmässige System (tessulare, tesserale, sphäroedrische, isometrische, octaedrische System). Alle drei Axen stehen senkrecht auf einander und im Fundamentalverhältniss der Gleichheit; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 24.

Hemiedrische Fälle: a) geneigtflächig: das tetraedrische System;
b) parallelflächig: das pyritoedrische System.

2) Das rhomboedrische System (monotrimetrische, dreigliederige System). Alle drei Axen stehen im Fundamentalverhältniss der Gleichheit und schneiden einander unter gleichen schiefen Winkeln; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 6.

Als besonderen Fall desselben betrachten wir das sechsgliederige System (doppelrhomboedrisches, hexagonales System): zweimal drei gleiche unter gleichen Winkeln geneigte Axen; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 12.

3) Das viergliederige System (pyramidale, tetragonale, monodimetrische System). Alle drei Axen stehen senkrecht auf einander, zwei derselben im Fundamentalverhältniss der Gleichheit; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 8.

4) Das zwei und zweigliederige System (orthotype, prismatische, trimetrische, rhombische System). Alle drei Axen stehen senkrecht auf einander, in verschiedenen Fundamentalverhältnissen; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 4.

5) Das zwei und eingliederige System (hemiorthotype, monoklinoedrische, augitische System). Von den Neigungswinkeln der Axen sind zwei rechte, der dritte ein schiefer; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 2.

6) Das ein und eingliederige System (anorthotype, triklinoedrische System). Die Neigungswinkel der Axen sind sämmtlich schiefe; grösste Zahl der gleichwerthigen Träger 1.

Die von Weiss für die verschiedenen Krystallsysteme gewählten Namen sind hier den andern Benennungen derselben vorgezogen, obwohl in denselben die Bezeichnung der Axenverhältnisse, welche die Unterscheidung der Systeme bedingen, nicht so unmittelbar enthalten ist, als in einigen der von andern Krystallographen gewählten Synonyma, weil durch diese Namen der Typus der verschiedenen Systeme, wie er durch die in denselben vorherrschenden Flächencombinationen bestimmt ist, sich also aus der Anschauung der Krystalle direct ergiebt, am vollständigsten bezeichnet wird, so dass durch die Namen gleichsam ein allgemeines Bild der Krystalle selbst gegeben wird.

§. 32. Verschiedenheit der Grundansichten vom Wesen des krystallinischen Zustandes.

Die verschiedenen physikalischen Grundansichten vom Wesen der Materie überhaupt treten einander auf keinem Gebiete so scharf gegenüber, als bei der Betrachtung der Krystallbildung, und müssen dies schon aus dem Grunde, weil die Krystalle, welcher Grundansicht man auch den Vorzug geben mag, immer als diejenigen Körper erkannt werden, in welchen der starre Zustand seine vollständigste und reinste Entwickelung gefunden hat.

Der Anschauungsweise, welcher wir bisher gefolgt sind und nach welcher die Gestaltungserscheinungen des krystallinischen Zustandes als Folgen einer verschiedenartigen Wirkung der Cohäsionskräfte in den verschiedenen Körpern angesehen werden müssen, die Materie selbst aber stets als ein Continuum gedacht wird, steht die andere principiell entgegen, welche die Continuität der Materie nicht annimmt, sondern alle Körper als Aggregate ursprünglicher und an sich unveränderlicher Bestandtheile von bestimmter Form und Grösse, sogenannter Atome, ansieht und die Verschiedenheiten der körperlichen Beschaffenheit aus dieser Form und Grösse der Atome, sowie deren Stellung gegen einander herzuleiten versucht.

Man hat diesen beiden Grundanschauungen die Namen der dynamischen und atomistischen gegeben und durch diese Benennungen allerdings wesentliche Momente beider Ansichten ausgedrückt, ohne sie jedoch dadurch vollständig charakterisirt zu haben. Denn so wenig der Dynamiker die Existenz der Materie überhaupt aus dem Begriffe der Kraft herzuleiten vermag, vielmehr die Materie als etwas Gegebenes, seinem ursprünglichen Wesen nach mit ihm eigenthümlichen Kräften Versehenes betrachtet, ebenso wenig erklärt der Atomistiker das Wesen der Materie durch die Annahme von Atomen, oder ist befähigt, aus dieser Annahme die besondere Beschaffenheit eines Körpers zu erklären, ohne den Atomen gewisse Kräfte beizulegen; die Existenz der Materie an sich bleibt vielmehr nach beiden Anschauungsweisen etwas Geheimnissvolles, sie muss als Gegebenes angesehen und kann nicht weiter erklärt werden. Der Unterschied zwischen beiden Anschauungen besteht also im Wesentlichen darin, dass der Atomistiker das Gegebene, nicht weiter Erklärliche in dem Atom sucht, ihm also eine gewisse Grenze angewiesen denkt, während der Dynamiker dieser Begrenzung des materiellen Wesens entbehren zu können glaubt. Cohäsion ist nach atomistischer Anschauung also eigentlich nur in den einzelnen Atomen vorhanden, in dem aus ihnen durch Aggregation zusammengesetzten Körper nur Adhäsion, sofern wir als Merkmal wirklicher Cohäsion Continuität der Materie festhalten.

In der Krystallographie hat die atomistische Anschauung in der Erscheinung des blätterigen Bruchs ihre unmittelbare Begründung gesucht, indem das Vorhandensein von mindestens drei Spaltungsebenen, wenn die Theilung eines Krystalls parallel denselben und in dem Verhältniss der Deutlichkeit aller einzelnen Richtungen beliebig fortgesetzt wird, allerdings auf Bruchstücke von ganz bestimmter Gestalt führt und ein grösserer Körper als aus Theilen von so bestimmter Gestalt zusammengesetzt gedacht werden kann. Sind nur drei Spal-

tungsebenen vorhanden, welche einen parallelepipedischen Körper begrenzen, so hat diese Vorstellung an sich keine Schwierigkeit, da durch Zusammenfügung von einer grösseren Zahl solcher Parallelepipede stets ein ihnen ähnliches erhalten werden kann, und bliebe daher in diesem Falle nur nachzuweisen, wie man sich die Entstehung der von dieser einfachsten Form abweichenden Krystallgestalten, die Bildung von Flächen, welche gegen die des Parallelepipedums eine irgendwie geneigte Lage haben, erklären solle. Wenn aber die Anzahl der Spaltungsebenen grösser als drei ist, so werden zwar durch fortgesetzte Theilung stets Bruchstücke von bestimmter Gestalt, aber nicht gleiche und ähnliche, sondern neben einander solche von verschiedener Form erhalten, und bedarf es dann neben der Auswahl einer dieser Formen für die Gestalt der Atome noch der Annahme des Vorhandenseins leerer Räume an der Stelle der Bruchgestalten von andern Formen, um durch Aggregation der ersteren in unter einander paralleler Stellung die wirklichen Krystalle entstanden zu denken. In allen Fällen ist aus der beobachteten leichteren Theilbarkeit der Krystalle nach bestimmten Richtungen auf eine vorhandene wirkliche Theilung geschlossen, also die Continuität der Materie in dem ganzen Körper geläugnet und auf die untheilbaren Elemente desselben, die Atome, beschränkt worden.

Die atomistische Anschauungsweise ist für die Krystallographie dadurch von grosser Bedeutung geworden, dass Haüy, welcher, derselben folgend, die Entstehung der verschiedenen Krystallformen eines und desselben Minerals aus der Aggregation von Atomen nach bestimmten Gesetzen zu erklären bemüht war, zuerst die Nothwendigkeit scharfer mathematischer Bestimmung der Verhältnisse eines Krystalls und namentlich der gegenseitigen Neigung seiner Flächen erkannte und so der Begründer einer strenger wissenschaftlichen Betrachtung der Krystalle wurde, als sie bis dahin stattgefunden hatte.

§. 33. Verschiedene Bezeichnungsweisen der Krystalle.

Die Bezeichnung und Beschreibung der verschiedenen Krystallformen ist von den Krystallographen theils unmittelbar an die Vorstellung angeknüpft, welche sie von der Entstehung der Krystalle und den dieselbe bedingenden Ursachen hatten, theils den Beziehungen angepasst, welche sie zwischen den einzelnen Flächen eines Krystalls und gewissen Axen oder zwischen verschiedenen Krystallformen desselben Systems erkannten, und wegen der Verschiedenheit der Principien, welche von jedem der Bezeichnung zu Grunde gelegt wurden, eine sehr mannigfaltige geworden, so dass diese verschiedenen krystallographischen Sprachen einer Erläuterung bedürfen.

§. 34. Werner's Terminologie.

Werner, der Begründer der neueren wissenschaftlichen Mineralogie, welcher durch die Beschreibung eines Minerals einen möglichst vollständigen Ausdruck der unmittelbaren Sinneswahrnehmung zu geben bemüht war, wendete seine Beschreibungsmethode auch auf die Krystallformen an und bildete eine Terminologie, welche zur Beschreibung des Totalhabitus eines Krystalls sehr geeignet ist, wiewohl es ihr an mathematischer Schärfe fehlt. Er ging auf eine genauere

Untersuchung der physikalischen Grundprincipien nicht ein, sondern beschränkte sich auf die äussere Anschauung. Bei der Beschreibung der Krystalle ging er von der Annahme einer Grundgestalt aus und bezeichnete die an den Krystallen vorhandenen Abweichungen von derselben als Veränderungen ihrer einzelnen Theile. Solcher Grundgestalten nahm er eine beschränkte Zahl an, nämlich das Dodecaeder, Octaeder, die Säule, die Pyramide, die Tafel und den Keil, welche er später um einige vermehrte und veränderte, so dass Ikosaeder, Dodecaeder, Würfel, Pyramide, Säule, Tafel und Linse die WERNER'schen Grundgestalten sind, welche gewöhnlich aufgeführt werden. Die hiervon abweichenden abgeleiteten Krystallformen denkt er sich entstanden durch Abstumpfung, Zuschärfung oder Zuspitzung einzelner Theile der Grundgestalt, je nachdem an der Stelle derselben einzelne Flächen, Paare von Flächen, welche eine neue Kante bilden, oder mehrere in einer Spitze zusammenstossende Flächen vorhanden sind. Zur näheren Bezeichnung der Lage dieser abgeleiteten Flächen gegen die Flächen, Kanten und Ecken der Grundgestalt fügt er hinzu, auf welche dieser Theile sie aufgesetzt sind, d. h. über welchen sie liegen, und ob sie gerade oder schief aufgesetzt sind, d. h. mit den Flächen der Grundgestalt, welche den entsprechenden Theil derselben bilden, gleiche oder ungleiche Winkel bilden. Wenn nun diese Beschreibungsweise auch genügt, um von den Krystallformen ein allgemeines Bild zu geben, und zu diesem Zwecke mit einigen Modificationen auch bei dem jetzigen Stande der Wissenschaft noch brauchbar ist, so enthält sie doch keine wirkliche Charakteristik der Krystalle und ist für die Erkenntniss ihrer physikalischen Eigenschaften ohne wesentliche Bedeutung.

§. 35. HAUY's Theorie und Bezeichnungsweise.

Die Bezeichnungsweise HAUY's steht in genauem Zusammenhange mit seiner atomistischen Grundanschauung. Danach sind die Krystalle aus Atomen von bestimmter Gestalt und Stellung gegen einander, *molécules intégrantes,* zusammengesetzt; diese bilden zunächst eine Grundgestalt oder Kern, *noyau, forme primitive,* über welcher dann die ferneren Schichten von Atomen so abgelagert sind, dass nach gewissen Richtungen und in gewissen Zahlenverhältnissen Abnahmen der Atomenreihen stattfinden, wodurch die abgeleiteten Flächen des Krystalls entstehen. Als Grundgestalten nahm HAUY diejenigen an, welche durch Theilung des Krystalls nach den Richtungen seiner Spaltungsebenen erhalten werden, und zählt folgende auf: das Parallelepipedum, die regelmässig sechsseitige Säule, das Rhombendodecaeder, das Octaeder, das Tetraeder, die doppelt sechsseitige Pyramide (Dihexaeder); als Formen der integrirenden Moleküle dachte er sich die, welche durch fernere Theilung der Grundgestalten parallel allen Flächen erhalten werden, Parallelepipede, dreiseitige Säulen oder Tetraeder, indem er zugleich annahm, dass in den beiden letzten Fällen die Moleküle allein oder in Verbindung mit den zwischen ihnen vorhandenen Intervallen zu parallelepipedischen Gruppen verbunden seien.

Die Abnahme in den Molekülreihen der dem Kern aufgelagerten Schichten findet an den Kanten, an den Ecken oder in einer Zwischenrichtung der Fläche der Grundgestalt statt (*décroissement sur les bords, sur les angles, intermédiaire*);

sie ist verschieden nach der Zahl der in der Breite und Höhe fehlenden Reihen, danach Abnahme in die Breite, in die Höhe oder gemischte, je nachdem in den ersten Fällen das Verhältniss derselben das Verhältniss der Breite zur Höhe oder der Höhe zur Breite das irgend einer ganzen Zahl zu eins, im dritten Falle dies Verhältniss das irgend zweier ganzer Zahlen zu einander ist (*décroissement en largeur, en hauteur, mixte*). Die abgeleiteten Krystallflächen werden dann diejenigen, in welche die auf einander folgenden Kanten- oder Ecken-Reihen der Moleküle in den abnehmenden Schichten fallen, also keine wahren continuirlichen Ebenen, sondern Summen von parallelen geraden Linien oder von Punkten, die nur deshalb als ebene Flächen erscheinen, weil die Kleinheit der Moleküle diese der directen Sinneswahrnehmung entzieht.

Die Bezeichnung ist der unmittelbare Ausdruck dieser Vorstellungsweise. Die Ecken der Grundgestalt werden der Reihe nach mit den Vocalen *A, E, I, O,* die Kanten mit den Consonanten *B, C, D, F, G, H* und die Flächen mit den Buchstaben *P, M, T* (den Anfangsbuchstaben der Sylben des Wortes *primitif*) benannt, und nachdem zunächst der Theil der Grundgestalt, an welchem eine Decrescenz gedacht werden soll, durch seinen Buchstaben angegeben, vermittelst einer hinzugefügten Zahl das Verhältniss der Decrescenz ausgedrückt, so dass die Stellung der Zahl gegen den Buchstaben zugleich die Richtung, nach welcher die Decrescenz stattfinden soll, anzeigt. So bedeutet z. B. $\overset{2}{O}$ eine Decrescenz an der Ecke *O* über der Fläche *P* mit einer Abnahme von zwei Molekülreihen in der Breite und einer in der Höhe, $\overset{\frac{1}{2}}{O}$ eine Decrescenz in derselben Richtung im Verhältniss der Höhe zur Breite von 2 : 1, O^3 eine Decrescenz von drei Reihen in der Breite gegen eine in der Höhe an derselben Ecke, aber über der Fläche *T* u. s. w. Ebenso bedeutet $\overset{2}{D}$ eine Decrescenz an der Kante *D* von zwei Reihen in der Breite über der Fläche *P* und $\underset{3}{D}$ eine solche von drei Reihen in der Breite über der Fläche *M*. Die Decrescenzen in Zwischenrichtungen werden durch die Ecke und die beiden anstossenden Kanten bezeichnet, welchen letzteren die Verhältnisszahlen beigefügt werden, worauf der ganze Ausdruck in Klammern geschlossen wird; z. B. $(\overset{1}{O}\, D^1 F^2)$ ist eine Decrescenz an der Ecke *O* über der Fläche *P*, mit einer Abnahme um eine Molekülreihe in der Höhe, eine nach der Richtung der Kante *D* und zwei nach der Richtung der Kante *F*.

Im Allgemeinen wird dabei angenommen, dass an allen einander gleichen Theilen der Grundgestalt dieselben Decrescenzen zugleich vorhanden sind; soll ausgedrückt werden, dass dies nicht der Fall ist, so wird der Verhältnisszahl der Decrescenz eine Null beigesetzt, welche bezeichnet, dass diese Decrescenz an dem einen Theile der Grundgestalt, nicht aber zugleich an dem ihm gegenüberliegenden gleichen Theile vorhanden ist; z. B. $\overset{2.0}{E}$ bezeichnet eine Decrescenz von zwei Reihen in der Breite an dem Winkel *E*, welche an dem gegenüberliegenden nicht zugleich vorhanden ist.

Es ist leicht zu erkennen, worin der wesentliche Fortschritt der HAUY'schen Betrachtungsweise und Bezeichnung gegen die WERNER's liegt. Durch die Angabe der Anzahl von Molekülreihen, welche nach bestimmten Richtungen hin in den Decrescenzen fehlen, ist nichts Anderes ausgedrückt, als die Lage einer abgeleiteten Fläche gegen gewisse Flächen der Grundgestalt, indem diese Zahlen die Verhältnisse angeben, in welchen die Kanten der Grundgestalt von der abgeleiteten Fläche geschnitten werden. HAUY erkannte sofort den Zusammenhang zwischen diesen Verhältnisszahlen und den Neigungswinkeln der abgeleiteten gegen die Flächen der Grundgestalt und bestimmte erstere durch Messung der letzteren. Hierin eben, in der Erkenntniss der Unveränderlichkeit dieser Verhältnisse bei einem und demselben Krystallsystem, sowie der Rationalität der Zahlen, welche dieselben ausdrücken und worin im Wesentlichen schon das oben erwähnte Gesetz der rationalen Verhältnisse enthalten ist, beruht HAUY's Verdienst.

§. 36. WEISS' Betrachtungs- und Bezeichnungsweise.

Dass die genaue Bestimmung der gegenseitigen Lage der Flächen eines Krystalls von der Annahme solcher Moleküle und Decrescenzen, wie HAUY sie dachte, unabhängig sei, hat WEISS in der grossen Zahl seiner krystallographischen Arbeiten ausgeführt. Von ihm ist die Bedeutung der Krystallaxen zuerst in dem Sinne geltend gemacht worden, dass die Lage der einzelnen Flächen eines Systems in unmittelbare Beziehung zu den in bestimmter Lage gegen einander und in einem unveränderlichen Fundamentalverhältniss vorhandenen Axen gebracht wurde. Hierdurch wurde der geometrischen Betrachtung der Krystalle eine zugleich einfachere und allgemeinere Basis gegeben, als die mehr oder minder willkürliche der Grundgestalten, indem diese letzteren vielmehr selbst als Folgen der vorhandenen Axenverhältnisse erkannt wurden.

WEISS geht von der Annahme zweier Arten von Krystallsystemen aus, den dreiaxigen und drei- und einaxigen Systemen, deren erstere drei unter einander rechtwinkelige Axen haben, die entweder alle gleich, oder deren eine von den beiden andern verschieden, oder die alle drei ungleich sind, während in den letzteren drei in einer Ebene liegende, unter Winkeln von 60° einander schneidende gleiche und eine vierte auf diesen senkrechte und von ihnen verschiedene Axe angenommen wird.

Die Axen werden mit den Buchstaben a, b, c bezeichnet, so dass, wenn zwei oder mehrere gleich werden, für diese auch derselbe Buchstabe, a, gesetzt wird, die Axen a und b dabei in einer Horizontalebene, c als Verticallinie gedacht werden; sofern dabei entgegengesetzte Seiten einer Axe zu unterscheiden sind, wird die negativ zu setzende hintere, linke oder untere Seite durch einen Accent angedeutet. Die Lage einer Krystallfläche ist dann bestimmt, wenn das Verhältniss der von derselben abgeschnittenen Axenabschnitte gegeben ist, und benutzt WEISS die Angabe dieses Verhältnisses unmittelbar als krystallographisches Zeichen der Fläche. Die allgemeinste Form des Zeichens einer Fläche wird danach in einem dreiaxigen System:

$$\left[\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c\right],$$

in einem drei- und einaxigen:

$$\left[\frac{1}{m}a : \frac{2}{2n+m}a : \frac{2}{2n-m}a\right. \overset{\frac{1}{p}c}{} \left.\right],$$

worin die Zahlen m, n, p stets ganze rationale Zahlen sein müssen, jedoch auch den Werth 0 erhalten können, wo dann die Fläche der betreffenden Axe parallel ist. Das erste dieser Zeichen ändert sich in $\left[\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}a : \frac{1}{p}c\right]$ oder in $\left[\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}a : \frac{1}{p}a\right]$, wenn von den drei rechtwinkeligen Axen zwei oder alle drei im Fundamentalverhältniss der Gleichheit stehen. Wird eine der Zahlen m, n, p oder im drei- und einaxigen System $2n - m$ zu 0, so braucht WEISS statt des Zeichens $\frac{1}{0}$ das Zeichen ∞.

Dasselbe Zeichen, wodurch eine Krystallfläche ausgedrückt wird, dient auch zur Angabe einer Krystallform, unter der Voraussetzung, dass alle der bezeichneten symmetrische Flächen, d. h. die, welche in den verschiedenen räumlichen Ecken die gleichen Axenabschnitte geben, gleichzeitig vorhanden sind; ist dies nicht der Fall, so wird durch den dem Flächenzeichen vorgesetzten Coefficienten $\frac{1}{2}$ ausgedrückt, dass die Krystallform nur die abwechselnde Hälfte aller symmetrischen Flächen enthalte. Es bezeichnet z. B. im regelmässigen Krystallsystem $[a : a : a]$ den Körper, dessen Flächen die drei Axen alle in gleichem Abstande schneiden, das regelmässige Octaeder, welches in jedem Raumoctanten eine den übrigen symmetrische Fläche besitzt; durch $\frac{1}{2}[a : a : a]$ wird der Körper ausgedrückt, welcher nur die eine Hälfte der Flächen des ersteren zählt, das regelmässige Tetraëder, dessen unter einander symmetrische Flächen in den abwechselnden Raumoctanten liegen.

Aus dem Gesagten erhellt, dass die Auffassung von WEISS im Wesentlichen diejenige ist, welcher wir in den voraufgegangenen Entwickelungen gefolgt sind, indem das wesentlichste Moment derselben, die unmittelbare Beziehung der Flächen eines Krystalls auf die Axen und die Rationalität der Verhältnisszahlen der Axenabschnitte, sich in unserer Darstellung wiederfindet, sowie auch von WEISS bereits bestimmt ausgesprochen ist, dass die Differenz der Cohäsion nach verschiedenen Richtungen im Raum das fundamental Bestimmende der krystallinischen Structur und dadurch auch der äusseren Form der Krystalle sei.

Die wesentlichste Abweichung unserer Entwickelungsweise von der WEISS'schen besteht in der Zulassung schiefwinkeliger Axen für die dreiaxigen Systeme und die Annahme dreier gleicher und gleich geneigter Axen statt der vier Axen der drei- und einaxigen Systeme. WEISS betrachtet die Formen des zwei und eingliederigen und ein und eingliederigen Systems als hemiedrische Fälle, indem er auch für diese drei rechtwinkelige Axen zum Grunde legt, wie für das zwei

und zweigliederige System, zugleich aber annimmt, dass die hierdurch bestimmten symmetrischen Flächen entweder in gewissen Zonen, oder allgemein, nur zur Hälfte vorhanden sind, oder endlich von der möglichst grössten Zahl von vier gleichwerthigen Flächen stets nur eine auftritt.

Wenn nun auch die rein geometrische Betrachtung sich unter einer solchen Voraussetzung anstellen lässt und von Weiss selbst wirklich durchgeführt ist, da bei einer solchen ein ganz willkürliches Coordinatensystem, also jedenfalls auch ein rechtwinkeliges zu Grunde gelegt werden kann, wenn ferner der synthetische Weg der Ableitung, welchen Weiss vornehmlich gegangen, die Annahme von rechtwinkeligen Axen als die einfachste und darum natürlichere erscheinen lässt, so ist doch zunächst zu bedenken, dass die analytische Entwickelungsweise von der Annahme eines ganz allgemeinen, also beliebig schiefwinkeligen Axensystems ausgehen, die Möglichkeit eines solchen an sich also voraussetzen muss. Suchen wir aber das Wesen der krystallographischen Axen nicht blos geometrisch, sondern zugleich physikalisch zu begründen, indem wir dieselben aus den vorhandenen Cohäsionskräften herleiten, so wird nicht blos die Zulässigkeit, sondern die Nothwendigkeit der Annahme schiefwinkeliger Axen für gewisse Fälle einleuchtend (vgl. §. 20 u. f.), da die vorhandenen Spaltungsebenen in vielen Fällen drei nicht rechtwinkelig auf einander stehende Richtungen als die Resultanten der vorherrschenden Cohäsionskräfte erkennen lassen. Derselbe Grund lässt auch drei gleiche und unter gleichen Winkeln gegen einander geneigte Axen naturgemässer, d. h. in unmittelbarerer Beziehung zu den vorhandenen Cohäsionskräften erscheinen als die vier Axen der drei- und einaxigen Systeme, wiewohl in Beziehung auf eine der letzteren, die senkrechte Axe, die Symmetrie der Form hier vollständiger erscheint als in Beziehung auf die drei schiefen Axen. Da aber diese Axe nichts Anderes ist als die Mittellinie zwischen den drei gleichen gleich geneigten Axen, so wird sie als solche auch bei Zugrundelegung der letzteren ihre volle Bedeutung behalten, wie sich dies aus den späteren Betrachtungen näher ergeben wird.

§. 37. Andere Bezeichnungsweisen.

Wenn Haüy und Weiss durch die Zeichen, welche sie den einzelnen Krystallflächen oder den Krystallformen gaben, die Beziehungen derselben nicht sowohl untereinander als vielmehr zu den Grundlagen des Krystallsystems je nach der von ihnen befolgten Anschauungsweise auszudrücken bestrebt waren, so haben andere Krystallographen es vorgezogen, in der Bezeichnung den Zusammenhang mehr hervortreten zu lassen, welcher zwischen den verschiedenen Formen desselben Systems vorhanden ist. Eine derartige Bezeichnungsweise ist sowohl die von Mohs als die von Naumann, welche zwar Beide von ähnlichen Voraussetzungen in Beziehung auf die Krystallaxen ausgehen (nur dass Naumann auch schiefwinkelige Axen annimmt), ihren Zeichen aber nicht die Axen selbst, sondern solche Krystallformen zu Grunde legen, welche als die einfachsten und für jedes System charakteristischen erscheinen. Diese Formen bezeichnen Beide mit einem Buchstaben, wozu der Regel nach der Anfangsbuchstabe des Namens der Form gewählt ist, und drücken durch hinzugefügte Zahlencoefficienten aus,

dass eine mit der ersten in dieselbe Classe gehörige Form mit anderem Verhältniss der Axenabschnitte vorhanden sei. Wenn nun auch nicht verkannt werden darf, dass durch die Fundamentalverhältnisse der Axen in jedem System gewisse Formen bestimmt sind, mit welchen sich alle übrigen vergleichen und aus denselben durch Veränderung der Neigungswinkel nach einer oder der andern Richtung entstanden denken lassen, so dass eine hierauf begründete Bezeichnungsweise für die Beschreibung vortheilhaft zu sein scheint, da in dem Zeichen sofort der allgemeine Habitus eines Octaeders, eines Prisma oder eines Rhomboeders zu erkennen ist, und auch ohne Zweifel das Bestreben nach Anschaulichkeit auf diese Bezeichnungsweise geführt hat, so wird doch theils dieser Zweck nicht immer erreicht werden können, da namentlich die Grenzformen einer jeden solchen Reihe einen entschieden abweichenden Habitus erhalten, theils wird durch dies Princip der Bezeichnung das Fundament der krystallographischen Bestimmung, die Beziehung der Form zu den bedingenden Kräften, zu sehr in den Hintergrund gedrängt, weshalb dasselbe als minder empfehlenswerth erscheinen muss.

Kapitel II.

Rechnungsformeln.

§. 38.

Durch Anwendung der in §. 11 eingeführten sphärischen Projection in Verbindung mit den Fundamentalgleichungen 1) lassen sich alle Rechnungen zur Aufsuchung der Beziehungen zwischen den Neigungswinkeln an Krystallen, den Fundamentalverhältnissen und Axenwinkeln der Krystallsysteme auf Probleme der sphärischen Trigonometrie zurückführen.

§. 39.

Es seien (*Fig. 11*) X, Y, Z die Durchschnitte der Krystallaxen mit der Projectionssphäre, das Fundamentalverhältniss der Axen $a : b : c$, die Neigungswinkel der Axen $XZ = i$, $XY = i'$, $YZ = i''$, und M der Pol der Krystallfläche (m, n, p), so ist in dem Dreieck XYZ

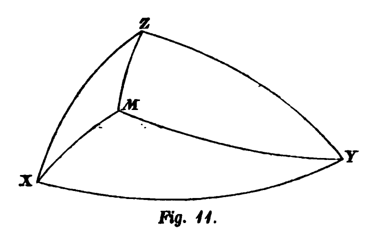


Fig. 11.

$$\cos i = \cos i' \cos i'' + \sin i' \sin i'' \cos XYZ$$

$$XYZ = MYX + MYZ,$$

also

$$\cos XYZ = \cos MYX \cos MYZ - \sin MYX \sin MYZ.$$

Aus den Dreiecken MYX und MYZ ergiebt sich:

$$\cos MYX = \frac{\cos MX - \cos MY \cos i'}{\sin MY \sin i'}, \quad \cos MYZ = \frac{\cos MZ - \cos MY \cos i''}{\sin MY \sin i''}$$

$$\sin MYX = \frac{\sqrt{\sin MY^2 \sin i'^2 - (\cos MX - \cos MY \cos i')^2}}{\sin MY \sin i'}$$

$$\sin MYZ = \frac{\sqrt{\sin MY^2 \sin i''^2 - (\cos MZ - \cos MY \cos i'')^2}}{\sin MY \sin i''}.$$

Substituirt man diese Werthe in die erste Gleichung und ordnet dieselbe, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned}
&1 + 2\cos i \cos i' \cos i'' - \cos i^2 - \cos i'^2 - \cos i''^2 \\
&= \sin i''^2 \cos MX^2 + \sin i^2 \cos MY^2 \\
&+ \sin i'^2 \cos MZ^2 - 2[(\cos i - \cos i' \cos i'') \cos MX \cos MZ \\
&\qquad + (\cos i' - \cos i \cos i'') \cos MX \cos MY \\
&\qquad + (\cos i'' - \cos i \cos i') \cos MY \cos MZ]
\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad 7)$$

als allgemeinen Ausdruck der zwischen den Axenwinkeln eines Krystallsystems und den Neigungswinkeln des Trägers einer Krystallfläche gegen die Axen bestehenden Beziehungen.

Eliminirt man mittels der Gleichungen 1):

$$\frac{a}{m} \cos MX = \frac{b}{n} \cos MY = \frac{c}{p} \cos MZ$$

aus 7) $\cos MY$ und $\cos MZ$, und löst die Gleichung nach $\cos MX$ auf, so erhält man:

$$\cos MX = \frac{mbc\sqrt{1 + 2\cos i \cos i' \cos i'' - \cos i^2 - \cos i'^2 - \cos i''^2}}{\sqrt{\begin{aligned} &m^2 b^2 c^2 \sin i''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 \\ &+ p^2 a^2 b^2 \sin i''^2 - 2abc\,[mpb\,(\cos i - \cos i' \cos i'') \\ &+ mnc\,(\cos i' - \cos i \cos i'') + npa\,(\cos i'' - \cos i \cos i')]\end{aligned}}}$$

und ebenso die analogen Werthe

$$\cos MY = \frac{nac\sqrt{1 + 2\cos i \cos i' \cos i'' - \cos i^2 - \cos i'^2 - \cos i''^2}}{\sqrt{\begin{aligned} &m^2 b^2 c^2 \sin i''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 \\ &+ p^2 a^2 b^2 \sin i'^2 - 2abc\,[mpb\,(\cos i - \cos i' \cos i'') \\ &+ mnc\,(\cos i' - \cos i \cos i'') + npa\,(\cos i'' - \cos i \cos i')]\end{aligned}}} \quad 8)$$

$$\cos MZ = \frac{pab\sqrt{1 + 2\cos i \cos i' \cos i'' - \cos i^2 - \cos i'^2 - \cos i''^2}}{\sqrt{\begin{aligned} &m^2 b^2 c^2 \sin i''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 \\ &+ p^2 a^2 b^2 \sin i'^2 - 2abc\,[mpb\,(\cos i - \cos i' \cos i'') \\ &+ mnc\,(\cos i' - \cos i \cos i'') + npa\,(\cos i'' - \cos i \cos i')]\end{aligned}}}$$

mittels deren die Neigungswinkel des Trägers einer Krystallfläche gegen die Krystallaxen durch die Elemente des Systems und das Zeichen der Fläche gefunden werden.

§. 40.

Es seien (*Fig. 12*) M und M' die Pole der Flächen (m, n, p) und (m', n', p'); X, Y, Z die Durchschnittspunkte der Axen.

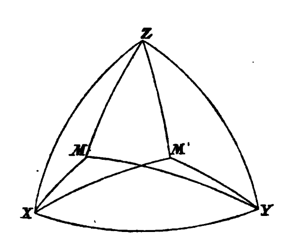


Fig. 12.

Da $XMY = XMM' - YMM'$, so ist

$$\cos XMY = \cos XMM' \cos YMM' + \sin XMM' \sin YMM'.$$

Aus dem Dreieck XMY folgt:

$$\cos XMY = \frac{\cos i' - \cos MX \cos MY}{\sin MX \sin MY}.$$

Aus den Dreiecken XMM' und YMM' ebenso:

$$\cos XMM' = \frac{\cos M'X - \cos MX \cos MM'}{\sin MX \sin MM'}$$

$$\sin XMM' = \frac{\sqrt{\sin MX^2 \sin MM'^2 - (\cos M'X - \cos MX \cos MM')^2}}{\sin MX \sin MM'}$$

$$\cos YMM' = \frac{\cos M'Y - \cos MY \cos MM'}{\sin MY \sin MM'}$$

$$\sin YMM' = \frac{\sqrt{\sin MY^2 \sin MM'^2 - (\cos M'Y - \cos MY \cos MM')^2}}{\sin MY \sin MM'}.$$

Durch Substitution dieser Werthe in die erste Gleichung dieses Paragraphen erhält man:

$$(\cos i' - \cos MX \cos MY) \sin MM'^2$$
$$= (\cos M'X - \cos MX \cos MM')(\cos M'Y - \cos MY \cos MM')$$
$$+ \sqrt{[\sin MX^2 \sin MM'^2 - (\cos M'X - \cos MX \cos MM')^2][\sin MY^2 \sin MM'^2 - (\cos M'Y - \cos MY \cos MM')^2]}$$

woraus:

$$(1 - \cos i'^2) \cos MM'^2 - 2[\cos MX \cos M'X + \cos MY \cos M'Y - (\cos MX \cos M'Y + \cos M'X \cos MY) \cos i'] \cos MM'$$
$$+ \cos MX^2 + \cos M'X^2 + \cos MY^2 + \cos M'Y^2 - \cos MX^2 \cos M'Y^2 - \cos M'X^2 \cos MY^2$$
$$- 2(\cos MX \cos MY + \cos M'X \cos M'Y) \cos i' + 2 \cos MX \cos M'X \cos MY \cos M'Y - 1 + \cos i'^2 = 0.$$

Ebenso erhält man:

$$(1 - \cos i^2) \cos MM'^2 - 2[\cos MX \cos M'X + \cos MZ \cos M'Z - (\cos MX \cos M'Z + \cos M'X \cos MZ) \cos i] \cos MM'$$
$$+ \cos MX^2 + \cos M'X^2 + \cos MZ^2 + \cos M'Z^2 - \cos MX^2 \cos M'Z^2 - \cos M'X^2 \cos MZ^2$$
$$- 2(\cos MX \cos MZ + \cos M'X \cos M'Z) \cos i + 2 \cos MX \cos M'X \cos MZ \cos M'Z - 1 + \cos i^2 = 0.$$

Durch Elimination von $\cos MM'^2$ zwischen diesen beiden Gleichungen, Substitution der Werthe von $\cos MX$, $\cos MY$, $\cos MZ$, $\cos M'X$, $\cos M'Y$, $\cos M'Z$ aus den Gleichungen 8) und Reduction des Ausdrucks erhält man:

$$\cos MM' = \frac{\begin{array}{c} mm' b^2 c^2 \sin i''^2 + nn' a^2 c^2 \sin i^2 + pp' a^2 b^2 \sin i'^2 - (mp' \\ + m'p) ab^2 c (\cos i - \cos i' \cos i'') - (np' + n'p) a^2 bc (\cos i'' - \cos i \cos i') \\ - (mn' + m'n) abc^2 (\cos i' - \cos i \cos i'') \end{array}}{\sqrt{\begin{array}{c} \{m^2 b^2 c^2 \sin i''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 \sin i'^2 \\ - 2abc[mpb(\cos i - \cos i' \cos i'') + npa(\cos i'' - \cos i \cos i') \\ + mnc(\cos i' - \cos i \cos i'')]\} \\ \times \{m'^2 b^2 c^2 \sin i''^2 + n'^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p'^2 a^2 b^2 \sin i'^2 \\ - 2abc[m'p'b(\cos i - \cos i' \cos i'') + n'p'a(\cos i'' - \cos i \cos i') \\ + m'n'c(\cos i' - \cos i \cos i'')]\} \end{array}}} \quad 9)$$

als den allgemeinsten Ausdruck für den Winkel zwischen den Trägern zweier Krystallflächen oder das Supplement ihres Neigungswinkels gegen einander.

§. 41.

Wenn ABC das Polardreieck von XYZ ist, so dass A, B und C die Pole der Flächen (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) werden, so seien

$$AC = \alpha, \quad AB = \alpha', \quad BC = \alpha''$$

die Supplemente der Neigungswinkel dieser Flächen. Dann ist

$$\cos i = \frac{\cos\alpha' \cos\alpha'' - \cos\alpha}{\sin\alpha' \sin\alpha''}$$

$$\cos i' = \frac{\cos\alpha \cos\alpha'' - \cos\alpha'}{\sin\alpha \sin\alpha''}$$

$$\cos i'' = \frac{\cos\alpha \cos\alpha' - \cos\alpha''}{\sin\alpha \sin\alpha'}.$$

Mittels dieser Gleichungen lassen sich statt der Winkel i die Winkel α in die Formeln 8) und 9) einführen, und erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} \cos MX = \dfrac{mbc\sqrt{1 + 2\cos\alpha\cos\alpha'\cos\alpha'' - \cos\alpha^2 - \cos\alpha'^2 - \cos\alpha''^2}}{\sqrt{\begin{array}{c} m^2 b^2 c^2 \sin\alpha''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin\alpha^2 + p^2 a^2 b^2 \sin\alpha'^2 \\ + 2abc(mpb\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha'' + mnc\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha'' \\ + npa\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha') \end{array}}} \\[2ex] \cos MY = \dfrac{nac\sqrt{1 + 2\cos\alpha\cos\alpha'\cos\alpha'' - \cos\alpha^2 - \cos\alpha'^2 - \cos\alpha''^2}}{\sqrt{\begin{array}{c} m^2 b^2 c^2 \sin\alpha''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin\alpha^2 + p^2 a^2 b^2 \sin\alpha'^2 \\ + 2abc(mpb\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha'' + mnc\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha'' \\ + npa\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha') \end{array}}} \\[2ex] \cos MZ = \dfrac{pab\sqrt{1 + 2\cos\alpha\cos\alpha'\cos\alpha'' - \cos\alpha^2 - \cos\alpha'^2 - \cos\alpha''^2}}{\sqrt{\begin{array}{c} m^2 b^2 c^2 \sin\alpha''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin\alpha^2 + p^2 a^2 b^2 \sin\alpha'^2 \\ + 2abc(mpb\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha'' + mnc\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha'' \\ + npa\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha') \end{array}}} \end{array}\right\} \quad 10)$$

$$\cos MM' = \frac{\begin{array}{c} m m' b^2 c^2 \sin\alpha''^2 + n n' a^2 c^2 \sin\alpha^2 + p p' a^2 b^2 \sin\alpha'^2 \\ +(mp'+m'p) ab^2 c \cos\alpha \sin\alpha' \sin\alpha'' + (mn'+m'n) abc^2 \cos\alpha' \sin\alpha \sin\alpha'' \\ + (np'+n'p) a^2 b c \cos\alpha'' \sin\alpha \sin\alpha' \end{array}}{\sqrt{\begin{array}{c} [m^2 b^2 c^2 \sin\alpha''^2 + n^2 a^2 c^2 \sin\alpha^2 + p^2 a^2 b^2 \sin\alpha'^2 \\ + 2abc(mpb \cos\alpha \sin\alpha' \sin\alpha'' + mnc \cos\alpha' \sin\alpha \sin\alpha'' \\ + npa \cos\alpha'' \sin\alpha \sin\alpha')] \\ \times [m'^2 b^2 c^2 \sin\alpha''^2 + n'^2 a^2 c^2 \sin\alpha^2 + p'^2 a^2 b^2 \sin\alpha'^2 \\ + 2abc(m'p' b \cos\alpha \sin\alpha' \sin\alpha'' + m'n' c \cos\alpha' \sin\alpha \sin\alpha'' \\ + n'p' a \cos\alpha'' \sin\alpha \sin\alpha')] \end{array}}} \quad 11).$$

§. 42.

Es sei $i + i' + i'' = \Sigma$, $\alpha + \alpha' + \alpha'' = S$, und

$$\sqrt{\sin\frac{1}{2}\Sigma \sin\frac{1}{2}(\Sigma - 2i) \sin\frac{1}{2}(\Sigma - 2i') \sin\frac{1}{2}(\Sigma - 2i'')} = \Lambda$$

$$\sqrt{\sin\frac{1}{2}S \sin\frac{1}{2}(S - 2\alpha) \sin\frac{1}{2}(S - 2\alpha') \sin\frac{1}{2}(S - 2\alpha'')} = L,$$

so lassen sich die allgemeinen Beziehungen zwischen den Winkeln i und α durch folgende Formeln ausdrücken:

$$\sqrt{1 + 2\cos i \cos i' \cos i'' - \cos i^2 - \cos i'^2 - \cos i''^2} = 2\Lambda$$

$$\sqrt{1 + 2\cos\alpha \cos\alpha' \cos\alpha'' - \cos\alpha^2 - \cos\alpha'^2 - \cos\alpha''^2} = 2L$$

$$\Lambda \sin\alpha \sin\alpha' \sin\alpha'' = 2L^2, \quad L \sin i \sin i' \sin i'' = 2\Lambda^2$$

$$L \sin i = \Lambda \sin\alpha$$

$$-(\cos i - \cos i' \cos i'') = \cos\alpha \sin i' \sin i'' = 2\Lambda \operatorname{cotg}\alpha$$

$$-(\cos\alpha - \cos\alpha' \cos\alpha'') = \cos i \sin\alpha' \sin\alpha'' = 2L \operatorname{cotg} i,$$

durch welche Ausdrücke die Gleichungen 8) bis 11) auf eine andere, für die logarithmische Rechnung bequemere Form gebracht werden können.

§. 43.

Aus den Gleichungen 8) und 10) erhält man, wenn der Reihe nach $m = 1$, $n = 0$, $p = 0$, dann $m = 0$, $n = 1$, $p = 0$, und $m = 0$, $n = 0$, $p = 1$ gesetzt wird:

$$\left.\begin{array}{l} \cos AX = \dfrac{2\Lambda}{\sin i''} = \dfrac{2L}{\sin\alpha''} = \sin\alpha \sin i' = \sin\alpha' \sin i \\ \cos BY = \dfrac{2\Lambda}{\sin i} = \dfrac{2L}{\sin\alpha} = \sin\alpha' \sin i'' = \sin\alpha'' \sin i' \\ \cos CZ = \dfrac{2\Lambda}{\sin i'} = \dfrac{2L}{\sin\alpha'} = \sin\alpha \sin i'' = \sin\alpha'' \sin i \end{array}\right\} \quad . \; . \quad 12)$$

und ebenso, wenn O der Pol der Fläche (1, 1, 1) ist, also $m = n = p = 1$ gesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned}
\cos OX &= \frac{2\,bc\Lambda}{\sqrt{\begin{aligned}&b^2c^2\sin i''^2 + a^2c^2 \sin i^2 + a^2b^2 \sin i'^2 - 2abc[b(\cos i - \cos i' \cos i'')\\ &+ c(\cos i' - \cos i \cos i'') + a(\cos i'' - \cos i \cos i')]\end{aligned}}}\\
&= \frac{2\,bcL}{\sqrt{\begin{aligned}&b^2c^2\sin\alpha''^2 + a^2c^2\sin\alpha^2 + a^2b^2\sin\alpha'^2 + 2abc(b\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha''\\ &+ c\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha'' + a\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha')\end{aligned}}}\\
&= \frac{2\,bc\Lambda}{\sqrt{\begin{aligned}&b^2c^2\sin i''^2 + a^2c^2\sin i^2 + a^2b^2\sin i'^2 - 4\,abc\Lambda\,(b\,\mathrm{cotg}\,\alpha\\ &+ c\,\mathrm{cotg}\,\alpha' + a\,\mathrm{cotg}\,\alpha'')\end{aligned}}}
\end{aligned}\right\} 13)$$

sowie die analogen Ausdrücke für $\cos OY$ und $\cos OZ$.

§. 44.

Den allgemeinen Ausdruck für den Neigungswinkel einer Fläche (m, n, p) gegen die Fläche (1, 1, 1) findet man aus 9) oder 11):

$$\left.\begin{aligned}
\cos MO &= \frac{\begin{aligned}&m\,b^2c^2\sin i''^2 + n\,a^2c^2\sin i^2 + p\,a^2b^2\sin i'^2 - [(m\\ &+p)\,ab^2c(\cos i - \cos i'\cos i'') + (m+n)\,abc^2(\cos i' - \cos i\cos i'')\\ &+ (n+p)\,a^2bc(\cos i'' - \cos i\cos i')]\end{aligned}}{\sqrt{\begin{aligned}&\{m^2b^2c^2\sin i''^2 + n^2a^2c^2\sin i^2 + p^2a^2b^2\sin i'^2\\ &-2abc[mpb(\cos i - \cos i'\cos i'') + mnc(\cos i' - \cos i\cos i'')\\ &+ npa(\cos i'' - \cos i\cos i')]\}\\ &\times\{b^2c^2\sin i''^2 + a^2c^2\sin i^2 + a^2b^2\sin i'^2\\ &-2abc[b(\cos i - \cos i'\cos i'') + c(\cos i' - \cos i\cos i'')\\ &+ a(\cos i'' - \cos i\cos i')]\}\end{aligned}}}\\
&= \frac{\begin{aligned}&m\,b^2c^2\sin\alpha''^2 + n\,a^2c^2\sin\alpha^2 + p\,a^2b^2\sin\alpha'^2\\ &+abc[(m+p)\,b\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha'' + (m+n)\,c\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha''\\ &+ (n+p)\,a\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha']\end{aligned}}{\sqrt{\begin{aligned}&[m^2b^2c^2\sin\alpha''^2 + n^2a^2c^2\sin\alpha^2 + p^2a^2b^2\sin\alpha'^2\\ &+2abc(mpb\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha'' + mnc\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha''\\ &+ npa\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha')]\\ &\times[b^2c^2\sin\alpha''^2 + a^2c^2\sin\alpha^2 + a^2b^2\sin\alpha'^2\\ &+2abc(b\cos\alpha\sin\alpha'\sin\alpha'' + c\cos\alpha'\sin\alpha\sin\alpha''\\ &+ a\cos\alpha''\sin\alpha\sin\alpha')]\end{aligned}}}
\end{aligned}\right\} 14),$$

aus welcher Gleichung sich sehr einfach die Ausdrücke für $\cos AO$, $\cos BO$ und CO ergeben, wenn darin der Reihe nach

$$m = 1,\quad n = 0,\quad p = 0$$
$$m = 0,\quad n = 1,\quad p = 0$$
$$m = 0,\quad n = 0,\quad p = 1$$

gesetzt werden.

Da die Flächen (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), sowie die Fläche (1, 1, 1) diejenigen Formen eines Krystallsystems begrenzen, welche in den einfachsten Beziehungen zu den Axen stehen, so ist schon hierdurch die Entwickelung der Ausdrücke für die Neigungswinkel dieser Flächen von besonderer Bedeutung, weshalb sie vor der irgend anderer Neigungswinkel unter den allgemeinen Formeln aufzuführen war.

Es seien P und N die Pole von (1, 1, 0) und (0, 1, 1), so ist 11):

$$\cos PA = \frac{b \sin\alpha'' + a \cos\alpha' \sin\alpha}{\sqrt{b^2 \sin\alpha''^2 + a^2 \sin\alpha^2 + 2ab \cos\alpha' \sin\alpha \sin\alpha''}}$$

$$\cos PB = \frac{a \sin\alpha + b \cos\alpha' \sin\alpha''}{\sqrt{b^2 \sin\alpha''^2 + a^2 \sin\alpha^2 + 2ab \cos\alpha' \sin\alpha \sin\alpha''}}$$

$$\cos NB = \frac{c \sin\alpha + b \cos\alpha'' \sin\alpha'}{\sqrt{c^2 \sin\alpha^2 + b^2 \sin\alpha'^2 + 2bc \cos\alpha'' \sin\alpha \sin\alpha'}}$$

$$\cos NC = \frac{b \sin\alpha' + c \cos\alpha'' \sin\alpha}{\sqrt{c^2 \sin\alpha^2 + b^2 \sin\alpha'^2 + 2bc \cos\alpha'' \sin\alpha \sin\alpha'}},$$

folglich:

$$(a \sin\alpha + b \cos\alpha' \sin\alpha'') \cos PA = (b \sin\alpha'' + a \cos\alpha' \sin\alpha) \cos PB$$

$$(b \sin\alpha' + c \cos\alpha'' \sin\alpha) \cos NB = (c \sin\alpha + b \cos\alpha'' \sin\alpha') \cos NC$$

und, weil $PB = \alpha' - PA$, $NC = \alpha'' - NB$:

$$a \sin\alpha \sin(PA + \alpha') = b \sin\alpha'' \sin PA$$

$$b \sin\alpha' \sin(NB + \alpha'') = c \sin\alpha \sin NB,$$

also:

$$\left.\begin{array}{l} a : b : c \\ = \sin\alpha'' \sin PA \sin NB : \sin\alpha \sin(PA+\alpha') \sin NB : \sin\alpha' \sin(PA+\alpha') \sin(NB+\alpha'') \end{array}\right\} 15),$$

wodurch in Verbindung mit den Gleichungen

$$\left.\sin i = \frac{2L}{\sin\alpha' \sin\alpha''}, \quad \sin i' = \frac{2L}{\sin\alpha \sin\alpha''}, \quad \sin i'' = \frac{2L}{\sin\alpha \sin\alpha'}\right\} \;.\;.\; 16)$$

die Elemente des Krystallsystems durch die fünf Winkel α, α', α'', PA und NB bestimmt sind.

Diese Ableitung der Elemente eines Krystallsystems aus fünf gemessenen Winkeln ist hier beispielsweise durchgeführt und dazu die Messung der Neigungswinkel zwischen solchen Krystallflächen vorausgesetzt, welche theils häufig vorkommen, theils zu möglichst einfachen Ausdrücken führen. Sind nicht die hier gewählten, sondern andere Flächen der Beobachtung zugänglich, so wird die Rechnung analog zu führen sein. Die allgemeinsten Ausdrücke würden erhalten, wenn durch Messung von irgend welchen fünf Winkeln, worunter keiner als Summe oder Differenz zweier der übrigen bestimmt sein darf, fünf Gleichungen aus 9) hergeleitet und aus diesen die Winkel i und das Fundamentalverhältniss als Function der verschiedenen m, n und p gefunden würden, eine Rechnung, welche für unbestimmte Werthe der Coefficienten m, n und p ausgeführt, zu sehr zusammengesetzten Ausdrücken führen würde.

§. 45.

Die bisher entwickelten Rechnungsformeln nehmen eine einfachere Gestalt an, wenn die Elemente des Krystallsystems einfacher werden, und sind diese einfacheren Ausdrücke in den folgenden Paragraphen zusammengestellt, sowie sie sich, zum Theil nach einer leichten Umformung, aus den allgemeinen Formeln ergeben, wenn darin beziehungsweise die Gleichheit zweier oder aller Glieder des Fundamentalverhältnisses, die Gleichheit der Winkel oder die Bedingung der Rechtwinkeligkeit des Axensystems eingeführt werden.

§. 46. Zwei und eingliederiges System.

Im zwei und eingliederigen System sei Y die auf X und Z rechtwinkelige Axe, dann ist $i' = i'' = 90^0$; $i = 180^0 - \alpha$. Hieraus folgt, wenn die Benennung der Flächenpole die bisherige bleibt:

$$\left.\begin{aligned}
\cos MX &= \frac{mbc \sin i}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i}} \\
&= \frac{mbc \sin \alpha}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin \alpha^2 + p^2 a^2 b^2 + 2\, mpab^2 c \cos \alpha}} \\
\cos MY &= \frac{nac \sin i}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i}} \\
&= \frac{nac \sin \alpha}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin \alpha^2 + p^2 a^2 b^2 + 2\, mpab^2 c \cos \alpha}} \\
\cos MZ &= \frac{pab \sin i}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i}} \\
&= \frac{pab \sin \alpha}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin \alpha^2 + p^2 a^2 b^2 + 2\, mpab^2 c \cos \alpha}}
\end{aligned}\right\} \quad 17)$$

$$\sin i^2 \sin MY^2 = \cos MX^2 + \cos MZ^2 - 2 \cos MX \cos MZ \cos i \quad 18)$$

$$\cos MM' = \frac{mm' b^2 c^2 + nn' a^2 c^2 \sin i^2 + pp' a^2 b^2 - (mp' + m'p) ab^2 c \cos i}{\sqrt{\begin{aligned}&(m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i)(m'^2 b^2 c^2 \\ &+ n'^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p'^2 a^2 b^2 - 2\, m'p' ab^2 c \cos i)\end{aligned}}} \quad 19)$$

$$= \frac{1}{\sin i^2} [\cos MX \cos M'X + \cos MY \cos M'Y + \cos MZ \cos M'Z$$
$$- (\cos MX \cos M'Z + \cos M'X \cos MZ + \cos MY \cos M'Y \cos i) \cos i]$$

$$\left.\begin{aligned}
\cos MA &= \frac{mbc - pab \cos i}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i}} \\
\cos MB &= \frac{nac \sin i}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i}} \\
\cos MC &= \frac{pab - mbc \cos i}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2\, mpab^2 c \cos i}}
\end{aligned}\right\} \quad 20)$$

$$\cos MO = \frac{m b^2 c^2 + n a^2 c^2 \sin i^2 + p a^2 b^2 - (m+p) a b^2 c \cos i}{\sqrt{(m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 \sin i^2 + p^2 a^2 b^2 - 2 m p a b^2 c \cos i)(b^2 c^2 + a^2 c^2 \sin i^2 + a^2 b^2 - 2 a b^2 c \cos i)}} \quad 21).$$

Es sei P der Pol von (1, 1, 0), N der Pol von (0, 1, 1), so ist

$$\cos PA = \frac{b}{\sqrt{b^2 + a^2 \sin i^2}}, \quad \cos PC = \frac{b \cos i}{\sqrt{b^2 + a^2 \sin i^2}}, \quad \cos NB = \frac{c \sin i}{\sqrt{b^2 + c^2 \sin i^2}}.$$

Aus der ersten und dritten dieser Gleichungen erhält man:

$$\sin i = \frac{b}{a} \operatorname{tang} PA = \frac{b}{c} \operatorname{cotang} NB \quad \dots\dots \quad 22),$$

woraus $a \operatorname{cotang} NB = c \operatorname{tang} PA$, und aus der ersten und zweiten: $\cos PC = \cos PA \cos i$, oder durch Elimination von $\cos i$ mittels 22): $a\sqrt{\sin(PC + PA) \sin(PC - PA)} = b \sin PA$, folglich:

$$a : b : c = \sin PA : \sqrt{\sin(PC + PA)\sin(PC - PA)} : \operatorname{cotang} BN \cos PA \quad 23).$$

Die Gleichungen 22) und 23) dienen zur Bestimmung der Elemente des Krystallsystems mittels der drei Winkel PA, PC, NB.

§. 47. Zwei und zweigliederiges System.

Im zwei und zweigliederigen System ist $i = i' = i'' = 90^0$. Hieraus folgt, dass X, Y, Z zugleich die Pole der Flächen (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) sind. Wir erhalten:

$$1 = \cos MX^2 + \cos MY^2 + \cos MZ^2 \quad \dots\dots \quad 24)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos MX &= \frac{m b c}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 + p^2 a^2 b^2}} \\ \cos MY &= \frac{n a c}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 + p^2 a^2 b^2}} \\ \cos MZ &= \frac{p a b}{\sqrt{m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 + p^2 a^2 b^2}} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots \quad 25)$$

$$\cos MM' = \cos MX \cos M'X + \cos MY \cos M'Y + \cos MZ \cos M'Z \quad \dots \quad 26)$$

$$\cos MM' = \frac{m m' b^2 c^2 + n n' a^2 c^2 + p p' a^2 b^2}{\sqrt{(m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 + p^2 a^2 b^2)(m'^2 b^2 c^2 + n'^2 a^2 c^2 + p'^2 a^2 b^2)}} \quad 27)$$

$$\cos MO = \frac{m b^2 c^2 + n a^2 c^2 + p a^2 b^2}{\sqrt{(m^2 b^2 c^2 + n^2 a^2 c^2 + p^2 a^2 b^2)(b^2 c^2 + a^2 c^2 + a^2 b^2)}} \quad 28)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos AO &= \frac{b c}{\sqrt{b^2 c^2 + a^2 c^2 + a^2 b^2}} = \cos OX \\ \cos BO &= \frac{a c}{\sqrt{b^2 c^2 + a^2 c^2 + a^2 b^2}} = \cos OY \\ \cos CO &= \frac{a b}{\sqrt{b^2 c^2 + a^2 c^2 + a^2 b^2}} = \cos OZ \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots \quad 29),$$

woraus

$$\frac{\cos OX}{bc} = \frac{\cos OY}{ac} = \frac{\cos OZ}{ab}$$

und

$$a : b : c = \cos OY \cos OZ : \cos OX \cos OZ : \cos OX \cos OY \quad \ldots \quad 30)$$

$$= \cos OY \sqrt{-\cos(OX + OY)\cos(OX - OY)} : \cos OX \sqrt{-\cos(OX + OY)\cos(OX - OY)} : \cos OX \cos OY$$

$$= \cos OZ \sqrt{-\cos(OX + OZ)\cos(OX - OZ)}\ \cos OX \cos OZ : \cos OX \sqrt{-\cos(OX + OZ)\cos(OX - OZ)}$$

$$= \cos OY \cos OZ : \cos OZ \sqrt{-\cos(OY + OZ)\cos(OY - OZ)} : \cos OY \sqrt{-\cos(OY + OZ)\cos(OY - OZ)},$$

in welchen letzten Ausdrücken die Bestimmung des Fundamentalverhältnisses durch zwei der Neigungswinkel der Fläche (1, 1, 1) gegen die Axen enthalten ist.

§. 48. Viergliederiges System.

Im viergliederigen Systeme ist $i = i' = i'' = 90^0$ und $a = b$, woraus folgt, dass die Gleichungen 24) und 26) hier ebenfalls gültig sind; die übrigen Rechnungsformeln werden:

$$\left.\begin{aligned} \cos MX &= \frac{mc}{\sqrt{(m^2+n^2)c^2+p^2a^2}} \\ \cos MY &= \frac{nc}{\sqrt{(m^2+n^2)c^2+p^2a^2}} \\ \cos MZ &= \frac{pa}{\sqrt{(m^2+n^2)c^2+p^2a^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 31)$$

$$\cos MM' = \frac{mm'c^2 + nn'c^2 + pp'a^2}{\sqrt{[(m^2+n^2)c^2+p^2a^2][(m'^2+n'^2)c^2+p'^2a^2]}} \quad \ldots \quad 32)$$

$$\cos MO = \frac{(m+n)c^2 + pa^2}{\sqrt{[(m^2+n^2)c^2+p^2a^2](2c^2+a^2)}} \quad \ldots \quad 33)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos AO &= \cos OX = \frac{c}{\sqrt{2c^2+a^2}} \\ \cos BO &= \cos OY = \frac{c}{\sqrt{2c^2+a^2}} \\ \cos CO &= \cos OZ = \frac{a}{\sqrt{2c^2+a^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 34)$$

$$\left.\begin{aligned} a : c &= \cos OZ : \cos OX \\ &= \sqrt{-\cos 2\,OX} : \cos OX \\ &= \cos OZ : \sqrt{\frac{1}{2}} \sin OZ \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 35).$$

Zur Bestimmung des Fundamentalverhältnisses genügt hier die Messung eines Winkels.

§. 49. Rhomboedrisches System.

Das rhomboedrische System hat drei gleiche unter gleichen schiefen Winkeln geneigte Axen, es ist also $i = i' = i''$, $a = b = c$, folglich der Winkel i das einzige veränderliche Element. Führt man statt dessen mittels der Gleichung $\cos i = \frac{-\cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$ den direct messbaren Winkel α ein, so ergiebt sich:

$$\left.\begin{aligned} \cos MX &= \frac{m\, tg \frac{1}{2}\alpha \sqrt{1 + 2\cos\alpha}}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}} \\ \cos MY &= \frac{n\, tg \frac{1}{2}\alpha \sqrt{1 + 2\cos\alpha}}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}} \\ \cos MZ &= \frac{p\, tg \frac{1}{2}\alpha \sqrt{1 + 2\cos\alpha}}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 36)$$

$$\cos MM' = \frac{mm' + nn' + pp' + [m(p' + n') + n(m' + p') + p(m' + n')]\cos\alpha}{\sqrt{\begin{aligned}&[m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha]\,[m'^2 + n'^2 + p'^2 \\ &+ 2(m'n' + m'p' + n'p')\cos\alpha]\end{aligned}}} \quad 37)$$

$$\cos MO = \frac{(m + n + p)\sqrt{1 + 2\cos\alpha}}{\sqrt{3\,[m^2 + n^2 + p^2 + 2(mp + mn + np)\cos\alpha]}} \quad \ldots \quad 38)$$

$$\cos OX = \cos OY = \cos OZ = \sqrt{\frac{1}{3}}\, tang \frac{1}{2}\alpha \quad \ldots\ldots \quad 39)$$

$$\cos AO = \cos BO = \cos CO = \sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\cos\alpha)} \quad \ldots\ldots \quad 40)$$

und hieraus

$$tang\, OX\, tang\, AO = 2 \quad \ldots\ldots \quad 41).$$

Da ferner:

$$\left.\begin{aligned} \cos MA &= \frac{m + (n + p)\cos\alpha}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}} \\ \cos MB &= \frac{n + (m + p)\cos\alpha}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}} \\ \cos MC &= \frac{p + (m + n)\cos\alpha}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 42),$$

so erhält man aus 38), 39) und 40):

$$\cos MX + \cos MY + \cos MZ = 3 \cos OX \cos MO \quad . \quad . \quad 43)$$

$$\cos MA + \cos MB + \cos MC = 3 \cos AO \cos MO \quad . \quad . \quad 44)$$

$$\cos MX = \frac{m}{m+n+p} \sqrt{3}\, \tang \frac{1}{2} \alpha \cos MO = \frac{m}{m+n+p} \cos OX \cos MO \quad 45).$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich erkennen, welche Bedeutung der Träger der Fläche O, oder $(1, 1, 1)$ für die Charakteristik dieses Krystallsystems hat, und da derselbe die Mittellinie zwischen den drei Axen bildet, lässt er sich in Beziehung auf die Symmetrie des Systems selbst als eine Axe betrachten, welche wir die mittlere Axe nennen wollen.

Es ist stets in dem System eine Fläche möglich, welche auf der entgegengesetzten Seite dieser mittleren Axe einen gleichen Winkel mit derselben macht, wie irgend eine vorhandene Fläche des Systems, also derselben jenseits dieser Axe symmetrisch gegenüberliegt. Denn es sei (m, n, p) irgend eine Fläche, (m_1, n_1, p_1) eine solche, welche die gedachte Bedingung erfüllt, ihre Pole seien M und M_1 (*Fig. 13*), so ist $\cos OM = \cos OM_1$,

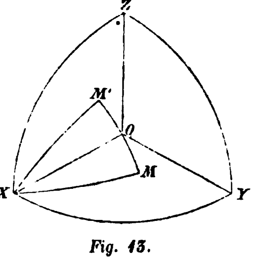


Fig. 13.

$$\cos XOM = - \cos XOM_1$$

$$\cos XOM = \frac{\cos MX - \cos OX \cos OM}{\sin OX \sin OM}$$

$$\cos XOM_1 = \frac{\cos M_1X - \cos OX \cos OM}{\sin OX \sin OM},$$

folglich $\cos MX + \cos M_1 X = 2 \cos OX \cos OM$, oder nach Substitution der Werthe für $\cos MX$, $\cos M_1 X$, $\cos OX$ nach 39) und 45):

$$\frac{3m}{m+n+p} + \frac{3m_1}{m_1+n_1+p_1} = 2,$$

woraus

$$\frac{3m_1}{m_1+n_1+p_1} = \frac{-m+2n+2p}{m+n+p},$$

ebenso

$$\frac{3n_1}{m_1+n_1+p_1} = \frac{-n+2m+2p}{m+n+p}$$

$$\frac{3p_1}{m_1+n_1+p_1} = \frac{-p+2m+2n}{m+n+p},$$

also:

$$m_1 : n_1 : p_1 = -m+2n+2p : -n+2m+2p : -p+2m+2n \quad 46).$$

woraus die Rationalität des Verhältnisses $m_1 : n_1 : p_1$ als Folge derer von m, n und p, folglich die Möglichkeit der Fläche M_1 erhellt.

Es seien A und A_1 die Pole der Flächen (1, 0, 0) und (— 1, 2, 2), welche einander jenseits der mittleren Axe gegenüberliegen und gleiche Neigung gegen dieselbe besitzen, so ist

$$\cos AA_1 = \cos 2AO = \cos AO^2 - \sin AO^2 = \frac{-1 + 4\cos\alpha}{3}$$

$$\cos\alpha = \frac{1 + 3\cos AA_1}{4} \Big\} \quad \ldots \quad 47),$$

und wenn A_1^1 der Pol der Fläche (2, — 1, 2), so ist

$$\cos AA_1^1 = \frac{2 + \cos\alpha}{3}, \quad \cos\alpha = -2 + 3\cos AA_1^1 \Big\} \quad \ldots \quad 48),$$

mittels welcher Gleichungen oder der daraus folgenden

$$\cos i = \frac{-\cos\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{1 - 3\cos AO^2}{1 + 3\cos AO^2} = \frac{1 - 3\cos\frac{1}{2}AA_1^2}{1 + 3\cos\frac{1}{2}AA_1^2} \Bigg\} \quad 49)$$

die Bestimmung des Neigungswinkels der Axen durch den Neigungswinkel von Flächen des Körpers [1, 0, 0] gegen solche des Körpers [— 1, 2, 2] erhalten wird.

§. 50. Regelmässiges System.

Die grösste Einfachheit der Rechnungsformeln folgt für das regelmässige System aus der Gleichheit und Rechtwinkeligkeit aller drei Axen. Wir erhalten hier:

$$\left.\begin{aligned} \cos MX &= \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} \\ \cos MY &= \frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} \\ \cos MZ &= \frac{p}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 50)$$

$$\cos MM' = \frac{mm' + nn' + pp'}{\sqrt{(m^2 + n^2 + p^2)(m'^2 + n'^2 + p'^2)}} \Big\} \quad \ldots \quad 51)$$

$$= \cos MX \cos M'X + \cos MY \cos M'Y + \cos MZ \cos M'Z$$

$$\cos MO = \frac{m + n + p}{\sqrt{3(m^2 + n^2 + p^2)}} \Big\} \quad \ldots \quad 52)$$

$$\cos MX + \cos MY + \cos MZ = \sqrt{3}\,.\,\cos MO \Big\} \quad \ldots \quad 53)$$

$$\cos MX^2 + \cos MY^2 + \cos MZ^2 = 1 \Big\} \quad \ldots \quad 54)$$

$$\cos OX = \cos OY = \cos OZ = \sqrt{\frac{1}{3}} \Big\} \quad \ldots \quad 55).$$

Sind D, D' und D'' die Pole von $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$ und $(0, 1, 1)$, so ist

$$\cos DM = \frac{m+n}{\sqrt{2(m^2+n^2+p^2)}}, \quad \cos D'M = \frac{m+p}{\sqrt{2(m^2+n^2+p^2)}},$$

$$\cos D''M = \frac{n+p}{\sqrt{2(m^2+n^2+p^2)}},$$

folglich

$$\left.\begin{aligned} \cos DM &= \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\cos MX + \cos MY) \\ \cos D'M &= \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\cos MX + \cos MZ) \\ \cos D''M &= \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,(\cos MY + \cos MZ) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 56)$$

$$\cos DM + \cos D'M + \cos D''M = \sqrt{6}\,.\,\cos MO \quad \ldots\ldots\ldots \quad 57)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos DM^2 + \cos D'M^2 + \cos D''M^2 = 1 + \cos MX \cos MY + \cos MX \cos MZ \\ + \cos MY \cos MZ \end{aligned}\right\} \quad 58).$$

Kapitel III.

Regelmässiges System.

§. 51.

Aus der Gleichheit und Rechtwinkeligkeit der drei Axen folgt als grösste mögliche Zahl gleichwerthiger Träger in diesem System die Zahl 24, als grösste mögliche Zahl gleichartiger Flächen also 48, welche durch alle möglichen Combinationen der Coefficienten $\pm m$, $\pm n$, $\pm p$ bestimmt sind. Diese Combinationen sind:

$$\begin{array}{cccccc}
m\;n\;p & n\;p\;m & p\;m\;n & p\;n\;m & n\;m\;p & m\;p\;n \\
m\,-n\,-p & n\,-p\,-m & p\,-m\,-n & p\,-n\,-m & n\,-m\,-p & m\,-p\,-n \\
-m\;n\,-p & -n\;p\,-m & -p\;m\,-n & -p\;n\,-m & -n\;m\,-p & -m\;p\,-n \\
-m\,-n\;p & -n\,-p\;m & -p\,-m\;n & -p\,-n\;m & -n\,-m\;p & -m\,-p\;n \\
 & & & & & \\
-m\,-n\,-p & -n\,-p\,-m & -p\,-m\,-n & -p\,-n\,-m & -n\,-m\,-p & -m\,-p\,-n \\
-m\;n\;p & -n\;p\;m & -p\;m\;n & -p\;n\;m & -n\;m\;p & -m\;p\;n \\
m\,-n\;p & n\,-p\;m & p\,-m\;n & p\,-n\;m & n\,-m\;p & m\,-p\;n \\
m\;n\,-p & n\;p\,-m & p\;m\,-n & p\;n\,-m & n\;m\,-p & m\;p\,-n.
\end{array}$$

Je zwei derselben, und zwar diejenigen, welche die Coefficienten in derselben Ordnung, aber mit durchweg entgegengesetztem Vorzeichen enthalten, bilden die Zeichen der beiden zu demselben Träger gehörigen unter einander parallelen Flächen. In dem holoedrischen Falle sind alle diese Flächen vorhanden, in dem

hemiedrischen Falle entweder nur die Hälfte der Flächen oder die Hälfte der Träger. Das Erstere, die geneigtflächige Hemiedrie, erhalten wir durch alle Combinationen, welche eine ungerade Zahl positiver oder eine ungerade Zahl negativer Coefficienten enthalten, das Letztere, die parallelflächige Hemiedrie, durch Zusammenfassung aller Combinationen, in welchen die Coefficienten entweder in der Reihenfolge m, n, p oder der entgegengesetzten p, n, m enthalten sind. Beide Arten von Hemiedrie sind in dem obigen Schema zu erkennen, dessen obere und untere Hälfte jede für sich die einem geneigtflächig, und dessen rechte und linke Hälfte jede für sich die einem parallelflächig hemiedrischen Körper dieses Systems angehörigen Flächen bezeichnen. Demgemäss ist $[m, n, p]$ das Zeichen des holoedrischen Körpers, $\varkappa[m, n, p]$ das Zeichen des geneigtflächig hemiedrischen Körpers, in welchem die Coefficienten alle drei oder nur einer derselben positiv, $\varkappa[-m, -n, -p]$ das des geneigtflächig hemiedrischen Körpers, in welchem alle drei oder nur ein Coefficient negativ ist, $\pi[m, n, p]$ das Zeichen eines parallelflächig hemiedrischen Körpers, $\pi[p, n, m]$ das eines zweiten solchen, deren Coefficienten in entgegengesetzter Reihenfolge stehen. Die Körper $\varkappa[m, n, p]$ und $\varkappa[-m, -n, -p]$, sowie die Körper $\pi[m, n, p]$ und $\pi[p, n, m]$ sind von einander nur durch die entgegengesetzte Stellung ihrer Flächen gegen die Axen verschieden und deshalb auch als gegenseitige Umkehrung betrachtet und mit den Benennungen directer und umgekehrter Körper bezeichnet worden.

§. 52.

Die Anzahl der gleichwerthigen Träger und zugehörigen Krystallflächen vermindert sich, wenn die Coefficienten m, n und p nicht alle drei verschiedene und endliche Werthe haben; wenn zwei derselben gleich oder einer Null wird, so fallen je zwei der im allgemeinen Schema enthaltenen Combinationen in eine zusammen, die Anzahl der Träger wird 12, der Flächen 24; sind zwei Coefficienten gleich, der dritte Null, so ergeben sich durch das Zusammenfallen von je vier Combinationen sechs Träger mit zwölf Flächen; die Gleichheit aller drei Coefficienten reducirt die Anzahl der Träger auf vier, der Flächen auf acht; werden endlich zwei Coefficienten Null, so bleiben die drei Axen selbst als Träger mit sechs zugehörigen Flächen übrig. Die hemiedrischen Formen ergeben sich für jeden dieser Fälle aus dem allgemeinen Schema, indem ein Körper in der einen oder andern Weise hemiedrisch vorkommen kann, wenn die Combinationen, welche durch die besonderen Werthe der Coefficienten identisch werden, sich alle in einer der beiden Hälften befinden, in welche das allgemeine Schema für eines oder das andere Gesetz der Hemiedrie zerfällt; finden sich aber die identisch werdenden Combinationen in verschiedenen dieser Hälften, so kann der betreffende Körper an dieser Art der Hemiedrie nicht Theil nehmen.

§. 53.

Die verschiedenen Krystallformen kommen entweder selbstständig oder, und zwar noch häufiger, mit einander combinirt vor. Combinationen hemiedrischer

Formen mit solchen holoedrischen, welche von dem Gesetze dieser Hemiedrie nicht getroffen werden, sowie dem gleichen Gesetze unterworfener hemiedrischer Formen finden sich häufig; dagegen sind Combinationen nach den beiden verschiedenen Gesetzen der Hemiedrie gebildeter Formen nicht beobachtet. *Fig. I., II., III.* sind Projectionsbilder des holoedrischen, geneigtflächig und parallelflächig hemiedrischen Falles, in welchen durch Punkte die Stellung der Pole aller in jedem Falle gleichzeitig möglichen Flächen angegeben ist.

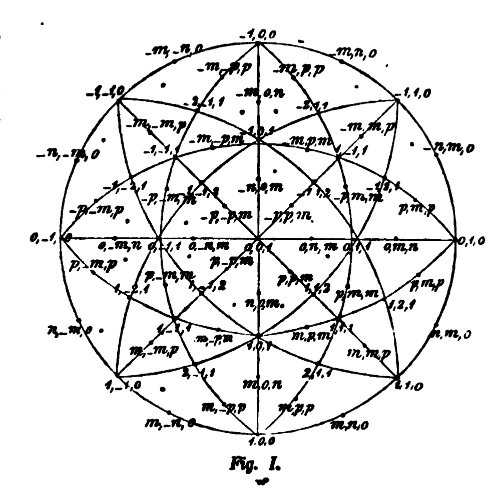


Fig. I.

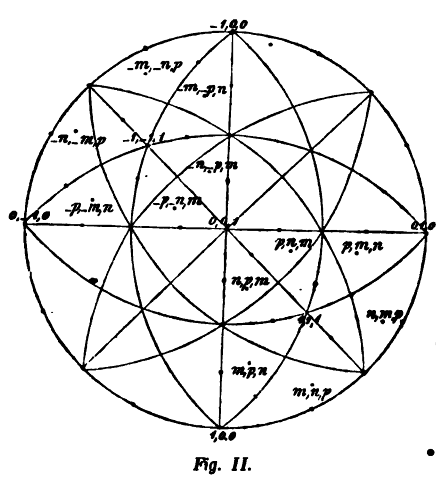


Fig. II.

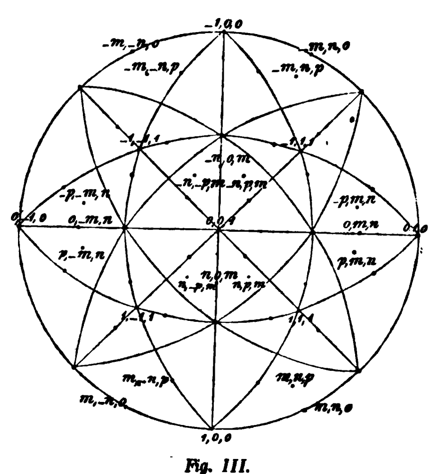


Fig. III.

§. 54. Würfel.

Die einfachste Form des Systems ist [1, 0, 0], der **Würfel** (Cubus, Hexaeder) (*Fig. 14*), von dessen Flächen je zwei einander parallele auf einer der Krystallaxen senkrecht stehen, folglich auch je zwei an einander stossende unter rechten Winkeln gegen einander geneigt sind. Die sechs Flächen des Körpers sind also Quadrate.

$\cos MM' = 0$ aus 51). $MM' = 90°$.

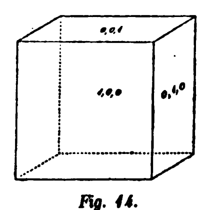


Fig. 14.

§. 55. Octaeder.

Die Form [1, 1, 1] ist das **regelmässige Octaeder** (*Fig. 15*), welches von acht gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Die Träger der Octaederflächen sind die Diagonalen des Würfels.

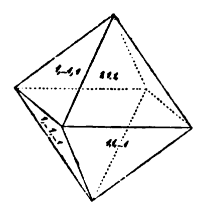


Fig. 15.

Aus 50) und 51) folgt für das Octaeder:

$$\cos MX = \cos MY = \cos MZ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad MX = 54^0\ 44'\ 8'',2$$

$$\cos MM' = \frac{1}{3}, \quad MM' = 70^0\ 31'\ 43'',6;$$

es ist also der Neigungswinkel zweier neben einander liegender Flächen 109° 28′ 16″,4, zweier jenseits einer Ecke gegenüber liegender 70° 31′ 43″,6.

Die Neigung einer Octaederfläche gegen die anstossende Würfelfläche ist 125° 15′ 51″,8.

§. 56. Rhombendodecaeder.

Die Form [1, 1, 0] ist das **Rhombendodecaeder** (Granatdodecaeder, Granatoeder) (*Fig. 16*), welches von zwölf Rhomben begrenzt wird. Aus den Rechnungsformeln ergiebt sich der Neigungswinkel des Trägers einer Fläche gegen je zwei der Axen 45°, der der Träger zweier jenseits einer Axe gegenüber liegender Flächen 90° und zweier neben einander liegender Flächen 60°, oder die Neigung dieser Flächen gegen einander 120°.

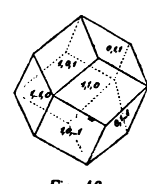


Fig. 16.

Die Neigung einer Fläche gegen die anstossende Würfelfläche ist 135° und gegen die anstossende Octaederfläche 144° 44′ 8″,2.

Die Fläche des Rhombendodecaeders liegt zugleich in der durch je zwei benachbarte Würfelflächen und durch je zwei benachbarte Octaederflächen bestimmten Zone, welche wir Kantenzone des Würfels und Kantenzone des Octaeders nennen können. Das Projectionsbild *Fig. I.* lässt diese Beziehung direct erkennen, indem der gegen zwei benachbarte Würfelflächen gleich geneigte und in dem durch diese Würfelflächen gezogenen Zonenkreis liegende Flächenpol sich zugleich als ein Punkt des durch zwei benachbarte Octaederflächen gelegten Zonenkreises ergiebt. Hieraus folgt ferner, dass von den beiden Diagonalen der Fläche des Dodecaeders die längere mit der Kante des Octaeders, die kürzere mit der des Würfels zusammenfällt, sowie dass die dreikantigen stumpferen Ecken des Dodecaeders den Würfelecken, die vierkantigen schärferen den Octaederecken entsprechen.

§. 57.

In den beiden Kantenzonen des Würfels und Octaeders befinden sich die Flächen aller der Körper, für welche die Anzahl der gleichwerthigen Träger zwölf beträgt, und zwar in der ersteren die, für welche ein Coefficient Null, in der letzteren die, für welche zwei Coefficienten gleich gross werden. Die so bestimmten drei Klassen von Formen sind $[m, n, o]$, $[m, p, p]$, $[m, m, p]$, wo m stets den Coefficienten bedeuten soll, welcher den grössten numerischen Werth hat.

§. 58. Pyramidenwürfel.

Die Formen $[m, n, o]$ sind **Pyramidenwürfel** (Tetrakishexaeder, Viermalsechsflächner) (*Fig. 17*). Ihre Flächen liegen zu je vier über einer Würfel-

fläche — woher die Benennung — und erscheinen in der Gestalt gleichschenkeliger Dreiecke, deren Basis in der Würfelkante liegt, während die gleichen Schenkel Endkanten bilden, welche in einer über der Würfelfläche liegenden Spitze zusammenlaufen.

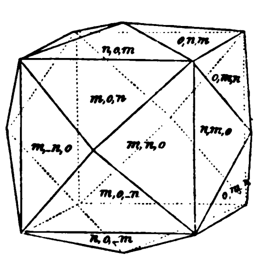


Fig. 17.

Nennen wir den Winkel zwischen den Trägern zweier in der Würfelkante an einander stossenden Flächen F, den zwischen den Trägern zweier in der Endkante an einander stossenden G, so ist nach 51):

$$\cos F = \frac{2mn}{m^2 + n^2}; \quad \cos G = \frac{m^2}{m^2 + n^2},$$

woraus sich für die in der Natur vorkommenden Pyramidenwürfel folgende Zahlenwerthe ergeben:

$[2, 1, 0]: \cos F = \frac{4}{5}, \quad \cos G = \frac{4}{5}, \quad F = G = 36^0\,52'\,11'',7$

$[3, 1, 0]: \cos F = \frac{6}{10}, \quad \cos G = \frac{9}{10}, \quad F = 53^0\,7'\,48'',3 \quad G = 25^0\,50'\,31''$

$[3, 2, 0]: \cos F = \frac{12}{13}, \quad \cos G = \frac{9}{13}, \quad F = 22^0\,37'\,12'' \quad G = 46^0\,11'\,13''$

$[5, 2, 0]: \cos F = \frac{20}{29}, \quad \cos G = \frac{25}{29}, \quad F = 46^0\,23'\,50'' \quad G = 30^0\,27'\,1''$

$[4, 1, 0]: \cos F = \frac{8}{17}, \quad \cos G = \frac{16}{17}, \quad F = 61^0\,55'\,39'' \quad G = 19^0\,45'\,0''$

$[7, 2, 0]: \cos F = \frac{28}{53}, \quad \cos G = \frac{49}{53}, \quad F = 58^0\,6'\,33'' \quad G = 22^0\,24'\,10''.$

Die Tangente des Winkels zwischen dem Träger einer Fläche und der benachbarten Axe oder dem Träger der anliegenden Würfelfläche erhält den einfachen Werth $\frac{n}{m}$.

§. 59. Leucitoide.

Die Formen $[m, p, p]$ heissen **Leucitoide** (Ikositetraeder, Deltoidikositetraeder, Ikositessaraeder), die einfachste und häufigste derselben, $[2, 1, 1]$, **Leucitoeder** (*Fig. 18*). Die Flächen derselben sind symmetrische Trapezoide, von deren Seiten je zwei über benachbarten Octaederkanten liegen, die andern über benachbarten Würfelkanten, so dass diese Körper an den Octaederecken neue vierkantige, an den Würfelecken neue dreikantige Ecken erhalten.



Fig. 18.

Ist D der Neigungswinkel zwischen den Trägern zweier in einer Octaederkante, F der zwischen den Trägern zweier in einer Würfelkante an einander stossenden Flächen, so ist nach 51):

$$\cos D = \frac{m^2}{m^2 + 2p^2}; \quad \cos F = \frac{2mp + p^2}{m^2 + 2p^2},$$

und erhält man hieraus für die wichtigsten Körper dieser Classe folgende Zahlenwerthe:

$$[2, 1, 1] : \cos D = \frac{4}{6}, \quad \cos F = \frac{5}{6}, \quad D = 48^0\,11'\ 3'' \quad F = 33^0\,33'\,26''$$

$$[3, 2, 2] : \cos D = \frac{9}{17}, \quad \cos F = \frac{16}{17}, \quad D = 58^0\ 2'\ 3'' \quad F = 19^0\,45'\ 0''$$

$$[3, 1, 1] : \cos D = \frac{9}{11}, \quad \cos F = \frac{7}{11}, \quad D = 35^0\ 5'\,48'' \quad F = 50^0\,28'\,44''$$

$$[4, 1, 1] : \cos D = \frac{8}{9}, \quad \cos F = \frac{1}{2}, \quad D = 27^0\,15'\,58'' \quad F = 60^0\ 0'\ 0''$$

$$[6, 1, 1] : \cos D = \frac{18}{19}, \quad \cos F = \frac{13}{38}, \quad D = 18^0\,40'\,18'' \quad F = 69^0\,59'\,42''.$$

Für den Neigungswinkel des Trägers einer Fläche gegen die anstossende Axe oder den Träger der anstossenden Würfelfläche erhält man 50):

$$\cos MX = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 2p^2}}; \quad \operatorname{tang} MX = \frac{p}{m}\sqrt{2},$$

und für den Winkel zwischen dem Träger einer Fläche und dem der darunter liegenden Octaederfläche 52):

$$\cos MO = \frac{m + 2p}{\sqrt{3(m^2 + 2p^2)}}; \quad \operatorname{tang} MO = \frac{m - p}{m + 2p}\sqrt{2}.$$

§. 60. Pyramidenoctaeder.

Die dritte Classe der 24flächigen Formen bilden $[m, m, p]$, die **Pyramidenoctaeder** (Triakisoctaeder, Dreimalachtflächner) (*Fig. 19*). Die Flächen dieser Körper sind gleichschenkelige Dreiecke, deren je drei über einer Octaederfläche liegend eine stumpfe Pyramide über derselben bilden, woher die Benennung; die Grundlinien dieser Dreiecke liegen über den Octaederkanten, die gleichen Schenkel über den Dodecaederkanten.

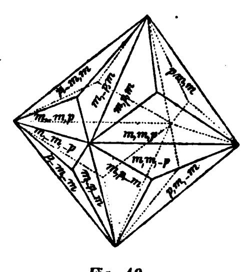


Fig. 19.

Ist D der Neigungswinkel der Träger zweier in ersteren, G der der Träger zweier in letzteren an einander stossender Flächen, so erhalten wir aus 51):

$$\cos D = \frac{2m^2 - p^2}{2m^2 + p^2}; \quad \cos G = \frac{m^2 + 2mp}{2m^2 + p^2},$$

und hieraus für folgende Körper dieser Classe die Zahlenwerthe:

$$[2, 2, 1] : \cos D = \frac{7}{9}; \quad \cos G = \frac{8}{9}, \quad D = 38^0\,56'\,33'' \quad G = 27^0\,15'\,58''$$

$$[3, 3, 2] : \cos D = \frac{7}{11}; \quad \cos G = \frac{21}{22}, \quad D = 50^0\,28'\,44'' \quad G = 17^0\,20'\,30''$$

$$[3, 3, 1] : \cos D = \frac{17}{19}; \quad \cos G = \frac{15}{19}, \quad D = 26^0\,31'\,31'' \quad G = 37^0\,51'\,49''.$$

Für die Neigungswinkel der Träger einer Fläche gegen den der anstossenden Octaederfläche und den der anstossenden Dodecaederfläche erhalten wir aus 52) und 56):

$$\cos MO = \frac{2m + p}{\sqrt{3(2m^2 + p^2)}}; \quad \tang MO = \frac{m - p}{2m + p}\sqrt{2}$$

$$\cos MD = \frac{2m}{\sqrt{2(2m^2 + p^2)}}; \quad \tang MD = \frac{p}{m}\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

§. 61. Pyramidendodecaeder.

Die vollzähligste Form des Systems sind die **Pyramidendodecaeder** (Sechsmalachtflächner, Pyramidengranatoeder, Hexakisoctaeder, Tetrakontaoctaeder) (*Fig. 20*). $[m, n, p]$, deren Flächen ungleichseitige Dreiecke bilden, zu je vier über einer Dodecaederfläche, je sechs über einer Octaeder- und je acht über einer Würfelfläche liegen. Die drei verschiedenen Kanten sind der Lage nach den Würfelkanten, Octaederkanten und Dodecaederkanten entsprechend.



Fig. 20.

Bezeichnen F, D, G der Reihe nach die Winkel zwischen den Trägern je zweier in der ersten, zweiten oder dritten dieser Kanten an einander stossenden Flächen, so ist 51):

$$\cos D = \frac{m^2 + n^2 - p^2}{m^2 + n^2 + p^2}; \quad \cos F = \frac{2mn + p^2}{m^2 + n^2 + p^2}; \quad \cos G = \frac{m^2 + 2np}{m^2 + n^2 + p^2},$$

woraus sich die Zahlenwerthe für folgende Formen ergeben:

$[3, 2, 1]$: $\cos D = \frac{6}{7}$, $\cos F = \frac{13}{14}$, $\cos G = \frac{13}{14}$;
$D = 31^\circ\ 0'10''$ $F = 21^\circ 47'12''$ $G = 21^\circ 47'12''$

$[4, 2, 1]$: $\cos D = \frac{19}{21}$, $\cos F = \frac{17}{21}$, $\cos G = \frac{20}{21}$;
$D = 25^\circ 12'31''$ $F = 35^\circ 57'\ 2''$ $G = 17^\circ 45'10''$

$[4, 3, 1]$: $\cos D = \frac{24}{26}$, $\cos F = \frac{25}{26}$, $\cos G = \frac{22}{26}$;
$D = 22^\circ 37'12''$ $F = 15^\circ 56'32''$ $G = 32^\circ 12'15''$

$[5, 3, 1]$: $\cos D = \frac{33}{35}$, $\cos F = \frac{31}{35}$, $\cos G = \frac{31}{35}$;
$D = 19^\circ 27'47''$ $F = 27^\circ 39'38''$ $G = 27^\circ 39'38''$

$[7, 3, 1]$: $\cos D = \frac{57}{59}$, $\cos F = \frac{43}{59}$, $\cos G = \frac{55}{59}$;
$D = 14^\circ 57'40''$ $F = 43^\circ 12'47''$ $G = 21^\circ 13'\ 9''$

$[11, 5, 3]$: $\cos D = \frac{137}{155}$, $\cos F = \frac{119}{155}$, $\cos G = \frac{151}{155}$;
$D = 27^\circ 53'13''$ $F = 39^\circ 50'54''$ $G = 13^\circ\ 2'42''$.

Für die Neigungswinkel der Träger einer Fläche gegen die anliegenden Flächen der drei einfachen Körper geben die Gleichungen 50), 52), 56):

$$\cos MX = \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}, \quad \cos MO = \frac{m + n + p}{\sqrt{3\,(m^2 + n^2 + p^2)}},$$

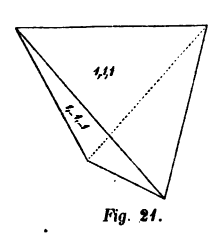
$$\cos MD = \frac{m + n}{\sqrt{2\,(m^2 + n^2 + p^2)}}.$$

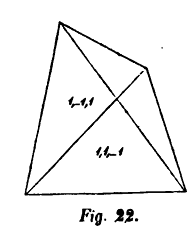
§. 62. Hemiedrie.

Die in §. 51 für die beiden hemiedrischen Fälle gegebenen Regeln lassen leicht erkennen, welche Formen des Systems der einen oder andern Art der Hemiedrie fähig sind oder nicht. Ist einer der Coefficienten Null, so wird dessen Vorzeichen unbestimmt, alle Formen also, in deren Zeichen der Coefficient 0 vorkommt, sind der geneigtflächigen Hemiedrie nicht fähig. Sind zwei Coefficienten gleich, so ändert eine Verwechselung derselben in der Reihenfolge der Coefficienten nichts, alle Formen also, in deren Zeichen gleiche Coefficienten vorkommen, können nicht parallelflächig hemiedrisch werden. Hieraus ergiebt sich, dass die Formen [1, 0, 0] und [1, 1, 0] gar nicht, [1, 1, 1], [m, p, p] und [m, m, p] nur geneigtflächig, [m, n, o] nur parallelflächig, die Formen [m, n, p] dagegen in beiden Weisen hemiedrisch werden können.

§. 63. Tetraeder.

Die einfachste Form des geneigtflächig hemiedrischen Falles ist $\varkappa$[1, 1, 1], das regelmässige Tetraeder (Hemioctaeder), nach welchem diese Abtheilung des regelmässigen Systems das tetraedrische System genannt wird. *Fig. 21* zeigt dasselbe in directer Stellung, $\varkappa$[1, 1, 1], *Fig. 22* in umgekehrter, $\varkappa$[—1, —1, —1]. Die Flächen desselben sind vier gleichseitige Dreiecke, der Neigungswinkel der Träger benachbarter Flächen 109° 28′ 16″,4, der der Flächen also 70° 31′ 43″,6. Die Kanten dieses Körpers liegen über den Diagonalen der Würfelflächen, in der Mitte derselben also die Endpunkte der Axen, die Ecken über der Mitte der fehlenden Hälfte der Octaederflächen.


Fig. 21.


Fig. 22.

§. 64. Pyramidentetraeder.

Die Formen $\varkappa$[m, p, p] sind Pyramidentetraeder (Trigondodecaeder, Triakistetraeder, Hemiikositessaraeder) (*Fig. 23* [1]). Die Flächen derselben sind gleichschenkelige Dreiecke, deren längere Grundlinien mit den Tetraederkanten zusammenfallen, während die kürzeren gleichen Schenkel über den Würfelkanten liegen.

Der Winkel zwischen den Trägern zweier in der Tetraederkante an einander stossenden Flächen sei E, zwischen denen der in der Würfelkante benachbarten F, so ist 51):

Fig. 23.

$$\cos E = \frac{m^2 - 2p^2}{m^2 + 2p^2}; \quad \cos F = \frac{2mp + p^2}{m^2 + 2p^2},$$

[1] Da die Formen $\varkappa$[m, n, p] und $\varkappa$[$-m$, $-n$, $-p$] sich nur durch ihre Stellung von einander unterscheiden, sind hier, sowie für die folgenden Formen, nur die Zeichnungen der ersteren gegeben.

also in Zahlen für die Körper:

$\varkappa[2, 1, 1]: \cos E = \frac{1}{3}, \quad \cos F = \frac{5}{6}, \quad E = 70^0\,31'\,43'',6 \quad F = 33^0\,33'\,26''$

$\varkappa[3, 2, 2]: \cos E = \frac{1}{17}, \quad \cos F = \frac{16}{17}, \quad E = 86^0\,37'\,40'' \quad F = 19^0\,45'\,\;0''$

$\varkappa[3, 1, 1]: \cos E = \frac{7}{11}, \quad \cos F = \frac{7}{11}, \quad E = 50^0\,28'\,44'' \quad F = 50^0\,28'\,44''$

$\varkappa[4, 1, 1]: \cos E = \frac{7}{9}, \quad \cos F = \frac{1}{2}, \quad E = 38^0\,56'\,33'' \quad F = 60^0\,\;0'\,\;0''$

$\varkappa[6, 1, 1]: \cos E = \frac{17}{19}, \quad \cos F = \frac{13}{38}, \quad E = 26^0\,31'\,31'' \quad F = 69^0\,59'\,42''.$

§. 65. Deltoiddodecaeder.

Die Form $\varkappa[m, m, p]$ ist ein **Deltoiddodecaeder** (Hemitriakisoctaeder) (*Fig. 24*). Die Flächen desselben sind symmetrische Trapezoide (Deltoide), deren je drei über einer Tetraederfläche liegen; die Kanten befinden sich über den Tetraederkanten und denen des Rhombendodecaeders.

Fig. 24.

Ist E der Winkel zwischen den Trägern der in den ersteren, G der in den letzteren benachbarten Flächen, so ist 51):

$$\cos E = \frac{m^2 - 2mp^2}{2m^2 + p^2}, \quad \cos G = \frac{m^2 + 2mp}{2m^2 + p^2},$$

woraus in Zahlen für:

$\varkappa[2, 2, 1]: \cos E = 0, \quad \cos G = \frac{8}{9}, \quad E = 90^0\,\;0'\,\;0'' \quad G = 27^0\,15'\,58''$

$\varkappa[3, 3, 2]: \cos E = \frac{-3}{22}, \quad \cos G = \frac{21}{22}, \quad E = 97^0\,50'\,15'' \quad G = 17^0\,20'\,30''$

$\varkappa[3, 3, 1]: \cos E = \frac{3}{19}, \quad \cos G = \frac{15}{19}, \quad E = 80^0\,54'\,55'' \quad G = 37^0\,51'\,49''.$

§. 66. Hexakistetraeder.

Die Form $\varkappa[m, n, p]$ ist ein **Hexakistetraeder** (Hemihexakisoctaeder, Sechsmalvierflächner) (*Fig. 25*). Die Flächen desselben sind ungleichseitige Dreiecke, deren je sechs über einer Tetraederfläche liegen. Die Kanten befinden sich über denen des Tetraeders, des Würfels und des Dodecaeders.

Fig. 25.

Bezeichnen der Reihe nach E, F, G die Winkel zwischen den Trägern in den ersten, zweiten oder dritten Kanten benachbarter Flächen, so ist:

$$\cos E = \frac{m^2 - 2np}{m^2 + n^2 + p^2}, \quad \cos F = \frac{2mn + p^2}{m^2 + n^2 + p^2},$$

$$\cos G = \frac{m^2 + 2np}{m^2 + n^2 + p^2},$$

also in Zahlen für:

$\varkappa[3,2,1]: \cos E = \frac{5}{14}, \cos F = \frac{13}{14}, \cos G = \frac{13}{14}; \; E = 69^\circ 4' 31'' \; F = G = 21^\circ 47' 12''$

$\varkappa[5,3,1]: \cos E = \frac{19}{35}, \cos F = \frac{31}{35}, \cos G = \frac{31}{35}; \; E = 57^\circ 7' 18'' \; F = G = 27^\circ 39' 38''$.

§. 67. Pentagondodecaeder.

Die einfachste Form der parallelflächigen Hemiedrie ist $\pi[m, n, o]$, das Pentagondodecaeder (Hemitetrakishexaeder, Dyakishexaeder, Pyritoid), *Fig. 26, 27* in beiden Stellungen, nach dessen häufigstem Falle, $\pi[2, 1, 0]$, dem Pyritoeder (von *pyrites*, Schwefelkies, bei welchem sich diese Form vorherrschend findet), die parallelflächigen hemiedrischen Gestalten des regelmässigen Systems das pyritoedrische System genannt werden. Die Flächen dieser Körper sind symmetrische Fünfecke, deren eine Seite, über einer Würfelfläche liegend, eine der Würfelkante parallele Kante (Grundkante) bildet, in deren Zone die beiden in ihr an einander stossenden Flächen liegen, während die übrigen vier Seiten von jener verschieden, aber unter einander gleich, zu je drei in einer Würfelecke zusammenstossen.

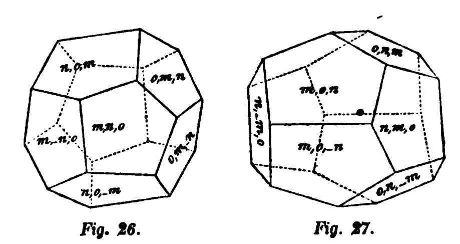


Fig. 26. *Fig. 27.*

Es seien H und I die Winkel zwischen den Trägern der in einer Grundkante und einer der übrigen Kanten benachbarten Flächen, so ist 51):

$$\cos H = \frac{m^2 - p^2}{m^2 + p^2}, \quad \cos I = \frac{mn}{m^2 + p^2},$$

in Zahlen für:

$\pi[2, 1, 0]: \cos H = \frac{3}{5}, \quad \cos I = \frac{2}{5}; \quad H = 53^\circ\ 7'\ 48'' \quad I = 66^\circ 21' 51''$

$\pi[3, 2, 0]: \cos H = \frac{5}{13}, \quad \cos I = \frac{6}{13}; \quad H = 67^\circ 22' 48'' \quad I = 62^\circ 30' 49''$

$\pi[4, 3, 0]: \cos H = \frac{7}{25}, \quad \cos I = \frac{12}{25}; \quad H = 73^\circ 44' 23'' \quad I = 61^\circ 18' 47''$.

§. 68. Trapezoidalikositetraeder.

Die Formen $\pi[m, n, p]$ sind Trapezoidalikositetraeder (Hemihexakisoctaeder, Hemioctakishexaeder, gebrochene Pyritoide) (*Fig. 28*). Die Flächen derselben liegen paarweise über denen der Pentagondodecaeder und haben die Form von Trapezen, deren parallele Seiten über den Würfelkanten und der Mitte der Würfelflächen, die andern über den Würfelkanten und den Grundkanten der Pentagondodecaeder liegen.

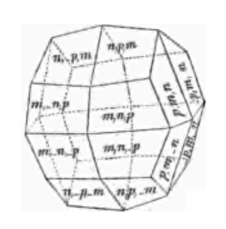


Fig. 28.

Sind H, I, K die Neigungswinkel der Träger zweier in den Grundkanten, den Würfelkanten und den letzteren parallelen mittleren Kanten an einander stossenden Flächen, so ist 51):

$$\cos H = \frac{m^2 - n^2 + p^2}{m^2 + n^2 + p^2}, \quad \cos I = \frac{mn + mp + np}{m^2 + n^2 + p^2},$$

$$\cos K = \frac{m^2 + n^2 - p^2}{m^2 + n^2 + p^2},$$

in Zahlen für:

$\pi[3, 2, 1]$: $\cos H = \frac{3}{7}$, $\cos I = \frac{11}{14}$, $\cos K = \frac{6}{7}$;
$H = 64^0 37' 23''$ $I = 38^0 12' 41''$ $K = 31^0\ 0' 10''$

$\pi[4, 2, 1]$: $\cos H = \frac{13}{21}$, $\cos I = \frac{2}{3}$, $\cos K = \frac{19}{21}$;
$H = 51^0 45' 12''$ $I = 48^0 11' 23''$ $K = 25^0 12' 31''$

$\pi[5, 3, 1]$: $\cos H = \frac{17}{35}$, $\cos I = \frac{23}{35}$, $\cos K = \frac{33}{35}$;
$H = 60^0 56' 27''$ $I = 48^0 55'\ 4''$ $K = 19^0 27' 47''$.

§. 69.

Ausser diesen beiden ist nun noch ein anderer Fall von Hemiedrie an sich denkbar. Wenn von den Flächen eines Körpers $[m, n, p]$ die abwechselnde Hälfte nicht vorhanden wäre, so würden die übrigen 24 Flächen die Gestalt von unregelmässigen Fünfecken annehmen. Solche Körper sind unter dem Namen Pentagonikositetraeder oder gedrehte Leucitoide aufgeführt worden, sowie ihre tetraedrischen Hälften, welche demnach tetartoedrische (Viertel) Gestalten sein würden, unter dem Namen Pentagontriakistetraeder. Dieser Fall der Hemiedrie und Tetartoedrie ist indessen ein blos hypothetischer, bisher nicht beobachteter, und deshalb nicht weiter auszuführen.

§. 70. Combinationen.

Von den verschiedenen Formen des regelmässigen Systems kommen nur einige und zwar die einfacheren selbstständig vor, die übrigen sind bisher nur in Combinationen mit diesen einfacheren beobachtet worden. Von den holoedrischen Formen finden sich rein [1, 0, 0], [1, 1, 1], [1, 1, 0], [2, 1, 1], also Würfel, Octaeder, Rhombendodecaeder und Leucitoeder, selten [3, 1, 1] und [2, 1, 0], ein Leucitoid und Pyramidenwürfel; von den hemiedrischen Formen sind $\varkappa[1, 1, 1]$ und $\pi[2, 1, 0]$ häufig selbstständig, also das Tetraeder und Pyritoeder, selten $\varkappa[2, 1, 1]$, ein Pyramidentetraeder, und unter den Combinationen sind wiederum die der einfacheren Formen mit einander häufiger als die der zusammengesetzteren.

In den Projectionsbildern *Fig. I., II., III.* ist die gegenseitige Lage der Flächen bei verschiedenen Combinationen leicht erkennbar. Die in diesen Figuren verzeichneten Zonenkreise sind die Kantenzonen des Würfels, Octaeders (Tetraeders) und Rhombendodecaeders, welche jedesmal durch die Pole benachbarter Flächen dieser Körper gelegte grösste Kreise bilden. *Fig. I.* stellt den holoedrischen Fall dar, und sind den Flächenpolen die entsprechenden Zeichen beigefügt, mit Ausnahme der Pole der Flächen von [2, 1, 1], welche in den Durchschnittspunkten

der Kantenzonen des Octaeders und Dodecaeders liegen, und derer des Pyramidendodecaeders $[m, n, p]$, welche nur durch Punkte angedeutet sind. *Fig. II.* stellt den tetraedrischen Fall $\varkappa[m, n, p]$ dar, und enthält die Figur nur die Flächenzeichen von $\varkappa[1, 1, 1]$ und $\varkappa[m, n, p]$, während die nicht bezeichneten Pole aus *Fig. I.* sich erklären. Ebenso ist in *Fig. III.*, dem Projectionsbilde von $\pi[p, n, m]$, nur den Flächenpolen von $\pi[n, m, o]$ und $\pi[p, n, m]$ das Zeichen beigesetzt.

§. 71. Veränderte Axenstellung.

Eine merkwürdige Folge der ausgezeichneten Symmetrie dieses Krystallsystems ist die, dass nicht allein die Hauptaxen, von welchen wir in der bisherigen Darstellung ausgingen, sondern auch andere mittlere Richtungen als so ausgezeichnete Linien erscheinen, dass sich in Beziehung auf dieselben ebenfalls eine symmetrische Vertheilung der Flächenträger leicht nachweisen lässt, wodurch sie selbst die Bedeutung von Axen gewinnen. Solche ausgezeichnete Richtungen sind vor allen die Träger der Octaederflächen, deren jeder als mittlere Axe im Sinne des rhomboedrischen Systems (§. 49) zwischen den Hauptaxen oder Trägern der Würfelflächen sowohl, als zwischen den drei übrigen Trägern der Octaederflächen und denen je dreier in einer stumpfen Ecke an einander stossender Flächen des Rhombendodecaeders angesehen werden kann.

Hierdurch gewinnt das regelmässige System eine merkwürdige Analogie mit dem rhomboedrischen; es lässt sich in den vier verschiedenen Stellungen, in welchen die Träger der Octaederflächen als mittlere Axen erscheinen, rhomboedrisch auffassen. Zur übersichtlichen Vergleichung dient das Projectionsbild *Fig. IV.*, in welchem die Flächenpole der einfacheren Formen des regelmässigen Systems in rhomboedrischer Stellung angegeben sind, d. h. so, dass der Träger der Fläche (1, 1, 1) als mittlere Axe betrachtet und demgemäss der Pol dieser Fläche in die Mitte des Projectionsbildes gesetzt ist.

Fig. IV.

Zu demselben Resultate kann man auch auf einem andern Wege gelangen. Wird der Neigungswinkel der Axen eines rhomboedrischen Systems ein rechter, so erhalten nicht nur die mittleren Linien, sondern alle, welche gegen die drei Axen analoge Lage haben, in allen Raumoctanten gleiche Werthe; der Unterschied der beiden Raumoctanten, in welchen die drei gleichen Neigungswinkel liegen, von den sechs übrigen verschwindet, und man erhält statt der einen in den beiden erstgedachten Raumoctanten liegenden mittleren Axe deren vier von gleichem Werthe. Das Krystallsystem ist dann das regelmässige geworden.

Es liesse sich daher das regelmässige Krystallsystem auch als der besondere Fall des rhomboedrischen bezeichnen, in welchem der Axenwinkel ein rechter ist.

§. 72. Verhalten der ursprünglichen Cohäsionsrichtungen in den Formen des regelmässigen Systems.

Die Formen des regelmässigen Systems werden nach dem Vorigen entstehen, wenn drei gleiche und auf einander senkrechte Richtungen der Cohäsion die ursprünglichen sind. In diesem Falle werden drei auf einander senkrechte Spaltungsebenen, parallel den Würfelflächen, vorhanden sein. Aus der gegenseitigen Lage der Träger in diesem Systeme folgt aber, dass diese drei Richtungen stets als die mittleren aus allen erhalten werden müssen, wenn die ursprünglichen Maxima der Cohäsion den Flächenträgern irgend einer Form dieses Systems parallel und von gleicher Stärke sind. Es können daher auch die Spaltungsebenen den Flächen des Octaeders, des Rhombendodecaeders oder auch eines der übrigen vorher beschriebenen Körper parallel sein, und wird in allen diesen Fällen durch Zusammenwirkung der vorhandenen Cohäsionskräfte irgend eine Gestalt, sei es eine einfache oder die Combination mehrerer Formen des regelmässigen Systems, entstehen. Das Vorhandensein von gleichen und um den Mittelpunkt nach allen Seiten symmetrisch liegenden Richtungen der Cohäsion ist also die eigentliche Grundbedingung für die Entstehung der Krystalle dieses Systems. Die Gleichheit der äusseren Form kann hier bei Körpern entstehen, deren Cohäsionsverhältnisse unter einander sehr verschieden sind, sofern sie nur darin übereinstimmen, dass die in jedem einzelnen vorhandenen Cohäsionsrichtungen unter einander gleich und vollkommen symmetrisch vertheilt sind.

Kapitel IV.

Rhomboedrisches System.

§. 73.

Im rhomboedrischen Systeme stehen die Axen im Fundamentalverhältnisse der Gleichheit und sind unter gleichen schiefen Winkeln gegen einander geneigt, woraus (§. 29) die Zahl der gleichwerthigen Träger und zugehörigen Flächen folgt, deren ersterer es höchstens sechs, der letzteren also zwölf geben kann. Die Träger gleichen Werthes fallen entweder in die beiden Raumoctanten, in welchen die drei gleichen Axenwinkel enthalten sind, oder in die sechs übrigen, in welchen sich neben einem dieser Axenwinkel die Supplemente der beiden andern befinden. Die Zeichen der zu den ersteren gehörigen Flächen sind von der Form $(\pm m, \pm n, \pm p)$, d. h. alle drei Coefficienten haben dasselbe algebraische Vorzeichen, während die Flächenzeichen der zweiten Art die Form $(\pm m, \pm n, \mp p)$ erhalten, d. h. das Vorzeichen des einen Coefficienten das entgegengesetzte von dem der beiden andern wird. Beide Arten von Trägern und zugehörigen Flächen liegen symmetrisch um die mittlere Axe, welche letztere daher als Hauptaxe des Krystalls anzusehen und in verticaler Stellung gedacht zu werden pflegt. Als Schema für alle zusammengehörigen Flächen erhält man demgemäss für die erste Abtheilung:

$m, n, p \quad n, p, m \quad p, m, n \quad -m, -n, -p \quad -n, -p, -m \quad -p, -m, -n$
$p, n, m \quad n, m, p \quad m, p, n \quad -p, -n, -m \quad -n, -m, -p \quad -m, -p, -n$

und für die zweite Abtheilung

$m, n, -p \quad n, -p, m \quad -p, m, n \quad -m, -n, p \quad -n, p, -m \quad p, -m, -n$
$-p, n, m \quad n, m, -p \quad m, -p, n \quad p, -n, -m \quad -n, -m, p \quad -m, p, -n.$

Im holoedrischen Falle sind alle Flächen einer dieser Abtheilungen vorhanden, und das Zeichen der durch dieselben gebildeten Form ist $[m, n, p]$ oder $[m, n, -p]$, von den geneigtflächig hemiedrischen Formen haben $\varkappa[m, n, p]$ und $\varkappa[m, n, -p]$ oder $\varkappa[-m, -n, -p]$ und $\varkappa[-m, -n, p]$ nur die in der linken oder rechten Hälfte obiger Schemata aufgezählten Flächen, während die mit $\varkappa_1[m, n, p]$ und $\varkappa_1[m, n, -p]$ zu bezeichnenden, die oberen der linken neben den unteren der rechten Abtheilung enthaltenden gedreht hemiedrische Formen heissen, und die parallelflächig hemiedrischen $\pi[m, n, p]$ und $\pi[m, n, -p]$ oder $\pi[p, n, m]$ und $\pi[-p, n, m]$ nur die der oberen oder unteren Hälfte enthalten. Wenn zwei Coefficienten gleich werden, so reducirt sich die Anzahl der gleichwerthigen Träger auf drei, die der zugehörigen Flächen auf sechs; dasselbe findet statt, wenn die Coefficienten 1, 0, —1 sind, indem dann je zwei der im allgemeinen Schema enthaltenen Combinationen in eine zusammenfallen; und werden endlich alle drei Coefficienten gleich, so bleiben nur die beiden Flächen (1, 1, 1) und (—1, —1, —1) möglich, deren Träger die mittlere Axe ist. Welche unter den einfacheren Formen der Hemiedrie nach dem einen oder andern Gesetze fähig sind oder nicht, ergiebt sich auf dieselbe Weise, wie bei dem regelmässigen System aus dem allgemeinen Schema.

§. 74.

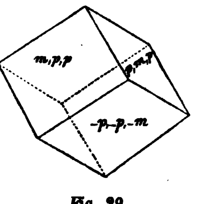
Von den Krystallformen dieses Systems können einige nicht selbstständig vorkommen, indem sie keine vollständig begrenzten Körper bilden, diese finden sich also selbstverständlich nur in Combination mit andern Formen; aber auch die übrigen, welche für sich vollständig begrenzte Körper darstellen, finden sich in der Natur häufiger mit andern Formen combinirt, als selbstständig.

§. 75.

Vollständig begrenzte Körper geben die Formen $[m, p, p]$ und $[m, n, p]$, deren erstere von sechs, letztere von zwölf Flächen eingeschlossen sind, wenn nicht $m + n + p = 0$ ist. In diesem Falle, dessen allgemeines Zeichen $[m, n, -(m+n)]$ ist, wird 38) $\cos MO = 0$, d. h. alle Flächen der Form stehen auf der Fläche (1, 1, 1) senkrecht, sind unter einander und der mittleren Axe parallel und bilden die Seitenflächen einer Säule, welche für sich keine vollständige Begrenzung des Raumes ergiebt, sondern dazu noch des Hinzutretens der Flächen einer andern Form als Endflächen bedarf. Werden die drei Coefficienten gleich, so bleiben nur die beiden einander parallelen Flächen (1, 1, 1) und (—1, —1, —1) übrig, welche für sich allein den Raum ebenfalls nicht begrenzen und als gerade Endflächen jener Säulen erscheinen.

§. 76. Rhomboeder, erste Säule, gerade Endfläche.

Die Formen $[m, p, p]$ sind **Rhomboeder**. Sie werden von sechs Flächen begrenzt, welche die Gestalt von Rhomben haben, besitzen zwölf Kanten, deren je drei auf entgegengesetzten Seiten des Körpers liegende (die Endkanten) in Ecken zusammenstossen, deren anliegende Neigungswinkel, sowie die ebenen Winkel der Flächen alle drei unter einander gleich sind (die Endecken), während die übrigen sechs Kanten (die Seitenkanten) mit den ersteren sechs Ecken (die Seitenecken) bilden, in welchen der eine Neigungs- und ebene Winkel dem an der Endecke befindlichen gleichartigen Winkel gleich, die beiden andern unter einander gleichen Supplemente der ersteren sind. Die beide Endecken verbindende gerade Linie ist die mittlere Axe des Systems. Sind die in der Endecke an einander stossenden gleichen Neigungs- und ebenen Winkel stumpfe, so heisst auch das Rhomboeder ein stumpfes (*Fig. 29*), sind sie spitze, so heisst das Rhomboeder ein scharfes (*Fig. 30*).



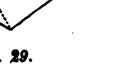


Fig. 29.

Fig. 30.

Das einfachste Rhomboeder eines jeden rhomboedrischen Systems ist $[1, 0, 0]$, welches das Hauptrhomboeder desselben heisst und dem Würfel des regelmässigen Systems entspricht. Die Endkanten dieses Rhomboeders sind den Axen parallel, der ebene Winkel an der Endecke also der Axenwinkel i, der Winkel zwischen den Trägern zweier in einer Endkante an einander stossender Flächen ist α. Der Winkel zwischen dem Träger einer Fläche dieses Rhomboeders und der mittleren Axe ist durch Gleichung 40) bestimmt: $\cos AO = \sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\cos\alpha)}$.

Für jedes andere Rhomboeder desselben Systems $[m, p, p]$, dessen Flächenpol M heissen möge, erhalten wir aus 38) und 40):

$$\cos MO = \frac{m + 2p}{\sqrt{m^2 + 2p^2 + 2(p^2 + 2mp)\cos\alpha}} \cos AO$$

$$= \frac{m + 2p}{\sqrt{m^2 + 4mp\cos\alpha + 2p^2(1 + \cos\alpha)}} \cos AO.$$

Da nun $4mp\cos\alpha < 4mp$ und $2p^2(1 + \cos\alpha) < 4p^2$ sein muss, so wird, wenn m und p beide positiv sind, der Coefficient von $\cos AO$ grösser, wenn sie entgegengesetzte Zeichen haben, kleiner als 1, d. h. im ersten Fall der Winkel MO kleiner, im letzten grösser als AO. Hieraus ergiebt sich, dass alle Rhomboeder, in deren Zeichen nur positive Coefficienten enthalten sind, stumpfer, diejenigen dagegen, deren Coefficienten verschiedene Vorzeichen haben, schärfer sind als das Hauptrhomboeder.

Durch die Fläche $(1, 0, 0)$ des Hauptrhomboeders und die gerade Endfläche $(1, 1, 1)$ wird die Zone $[0, -1, 1]$ bestimmt, in welcher die Flächen aller Rhomboeder liegen müssen; denn wenn (m, n, p) eine Fläche der Zone $[u, v, w]$ sein soll, muss $mu + nv + pw = 0$, hier also $n - p = 0$ oder $n = p$ sein, folglich wird das Zeichen der Fläche (m, p, p), d. h. das irgend einer Rhomboederfläche. Diese Zone nennen wir eine verticale Zone der Rhom-

boeder, und sind in jedem rhomboedrischen Systeme drei solche Zonen, deren Ebenen sich unter Winkeln von 60° schneiden, vorhanden.

In der Zone [0, —1, 1] liegen auch die Flächen (2, —1, —1) und (—2, 1, 1), der Form [2, —1, —1] angehörig, welche, obwohl dem allgemeinen Zeichen $[m, p, p]$ entsprechend, doch kein Rhomboeder ist, sondern, weil $m + n + p = 0$, eine Säule (§. 75), indem die sechs Flächen derselben sämmtlich der mittleren Axe parallel werden. Aus dem Obigen ergiebt sich leicht, dass diese sechsseitige Säule eine regelmässige sein muss, deren benachbarte Flächen unter Winkeln von 120° gegen einander geneigt sind. Wir nennen sie die erste Säule des rhomboedrischen Systems.

Die erste Säule und die gerade Endfläche sind die Grenzen aller Rhomboeder, und zwar erstere der schärferen, letztere der stumpferen; je zwei einander parallele Säulenflächen, in einer der drei verticalen Zonen liegend, entsprechen zwei zu demselben Träger gehörigen Rhomboederflächen, und die gerade Endfläche, allen drei verticalen Zonen gemeinschaftlich, lässt sich als dasjenige Rhomboeder ansehen, dessen drei Träger in einen zusammenfallen, welcher dann eben kein anderer sein kann als der mittlere.

Die auf entgegengesetzten Seiten der geraden Endfläche liegenden Rhomboederflächen einer verticalen Zone unterscheiden sich von einander dadurch, dass in dem Zeichen derer, welche auf derselben Seite mit der Fläche des Hauptrhomboeders liegen, $m > p$, in dem der auf entgegengesetzter Seite liegenden $m < p$ ist. Erstere nennen wir Rhomboeder erster Ordnung, letztere Rhomboeder zweiter Ordnung.

Nächst der verticalen Zone ist diejenige Zone von grosser Bedeutung für die Ableitung der Flächen, welche durch zwei benachbarte Flächen eines Rhomboeders bestimmt wird und Kantenzone dieses Rhomboeders heisst. Solcher Kantenzonen muss es an jedem Rhomboeder drei geben, deren Zonenebenen auf den drei Endkanten desselben senkrecht stehen.

Verbindet man mit der durch die Fläche (m, p, p) des Rhomboeders $[m, p, p]$ gelegten verticalen Zone [0, —1, 1] die durch die Flächen (p, m, p) und (p, p, m) desselben Rhomboeders bestimmte Kantenzone $[m + p, -p, -p]$, so erhält man als beiden Zonen gemeinschaftliche Fläche $(2p, m + p, m + p)$, die eines Rhomboeders anderer Ordnung als das ursprüngliche, indem, wenn $m > p$ ist, $2p < m + p$, und wenn $m < p$ ist, $2p > m + p$ sein muss. Dies Rhomboeder ist ferner stets stumpfer als das ursprüngliche, wie sich leicht erkennen lässt, wenn man die Coefficienten aus den Zeichen beider in die Gleichung 38) oder die oben aus 38) und 40) abgeleitete setzt. Man erhält dann, wenn M den Pol von (m, p, p), M' den von $(2p, m + p, m + p)$ bezeichnet:

$$\cos MO = \frac{m + 2p}{\sqrt{m^2 + 2p^2 + 2(p^2 + 2mp)\cos\alpha}} \cos AO$$

$$= \frac{2(m + 2p)}{\sqrt{4m^2 + 8p^2 + 8(p^2 + 2mp)\cos\alpha}} \cos AO$$

$$\cos M'O = \frac{2(m + 2p)}{\sqrt{4p^2 + 2(m + p)^2 + 2[(m + p)^2 + 4p(m + p)]\cos\alpha}} \cos AO.$$

Die Differenz der Grössen unter den Wurzelzeichen in beiden Nennern ist $2(m-p)^2(1-\cos\alpha)$, eine stets positive Grösse; folglich muss $\cos MO < \cos M'O$, oder das zu letzterem gehörige Rhomboeder stumpfer als das erstere sein. Wir nennen dies Rhomboeder $[2p,\ m+p,\ m+p]$ das nächste stumpfere von $[m,\ p,\ p]$ und können durch Wiederholung derselben Betrachtungen eine beliebige Anzahl stumpferer auf einander folgender Rhomboeder als möglich erkennen.

Ein jedes Rhomboeder $[m,\ p,\ p]$ kann aber ebenso als das nächste stumpfere eines andern angesehen werden, welches dann sein nächstes schärferes genannt werden muss. Aus den vorher erhaltenen relativen Werthen der Coefficienten in den Zeichen zweier auf einander folgender Rhomboeder ergiebt sich, dass dieses nächste schärfere das Rhomboeder $[2p-m,\ m,\ m]$ ist, welches ebenfalls von anderer Ordnung als $[m,\ p,\ p]$ sein muss.

Die nach diesem Gesetz aus dem Hauptrhomboeder eines Systems abgeleiteten schärferen und stumpferen Rhomboeder bilden die Hauptreihe dieses Systems und kommen in der Natur bei weitem häufiger vor als andere mögliche Rhomboeder. Mit dem Hauptrhomboeder von gleicher, also erster Ordnung sind aus dieser Hauptreihe, wie aus dem Obigen folgt, das zweite, vierte, sechste u. s. w. schärfere und stumpfere, zweiter Ordnung dagegen das erste, dritte, fünfte u. s. w. schärfere und stumpfere Rhomboeder.

Aus dem Zeichen des Hauptrhomboeders [1, 0, 0] ergeben sich in Zahlen ausgedrückt folgende Zeichen für die nächsten Rhomboeder der Hauptreihe:

[1, 0, 0]	Hauptrhomboeder,	[1, 0, 0]	Hauptrhomboeder,
[0, 1, 1]	erstes stumpferes,	[—1, 1, 1]	erstes schärferes,
[2, 1, 1]	zweites „	[3, —1, —1]	zweites „
[2, 3, 3]	drittes „	[—5, 3, 3]	drittes „
[6, 5, 5]	viertes „	[11, —5, —5]	viertes „

u. s. w.

In diesen Zahlenwerthen ist zugleich die Annäherung an die beiden Grenzen, gerade Endfläche und erste Säule, leicht erkennbar, indem das Verhältniss $m:p$ für die stumpferen Rhomboeder sich dem der geraden Endfläche, $1:1$, und für die schärferen dem der Säule, $2:-1$, ziemlich rasch nähert. Das Projectionsbild *Fig. V.* enthält die Bezeichnung der Flächenpole der Rhomboeder der Hauptreihe bis zum zweiten stumpferen und schärferen nebst denen der geraden Endfläche und Säule, sowie der drei verticalen Zonen und Kantenzonen dieser Rhomboeder, unter der Voraussetzung, dass das Hauptrhomboeder ein stumpfes sei.

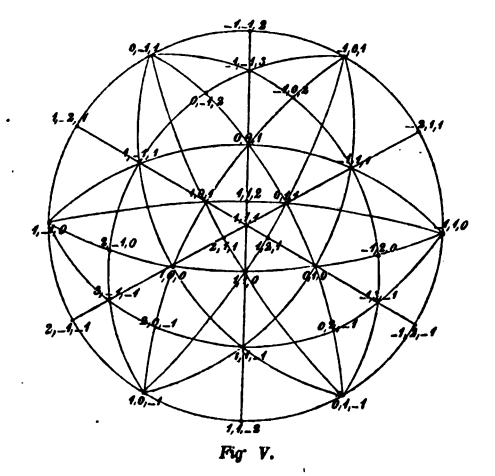


Fig. V.

Durch Gleichung 46) wird das Rhomboeder $[4p-m,\ 2m+p,\ 2m+p]$ aus dem Rhomboeder $[m,\ p,\ p]$ erhalten, dessen Flächen, denen des letzteren jenseits der mittleren Axe gegenüberliegend, unter demselben Winkel gegen diese

Axe geneigt sind, sodass also diese Rhomboeder einander der Form nach völlig gleich werden und sich nur durch die entgegengesetzte Stellung gegen die mittlere Axe von einander unterscheiden. Wir nennen sie **Gegenrhomboeder**. Es ist z. B.:

das Gegenrhomboeder des Hauptrhomboeders : [—1, 2, 2]
„ „ des ersten stumpferen : [4, 1, 1]
„ „ des ersten schärferen : [5, —1, —1]
u. s. w.

Gegenrhomboeder können in Verbindung mit einander vorkommen, sind aber von einander physikalisch verschieden, wie dies schon aus den ungleichen Beziehungen derselben zu den ursprünglichen Cohäsionsrichtungen hervorgeht, welche in den krystallographischen Zeichen beider unmittelbar erkannt werden. In der Natur unterscheiden sie sich gewöhnlich durch ungleiche Ausdehnung der Flächen und ungleiche Schärfe ihrer Ausbildung (eine Ausnahme hiervon findet nur in dem unten näher zu betrachtenden Falle des sechsgliederigen Systems statt) und kommen bei entschieden rhomboedrischen Krystallen nicht häufig neben einander vor. Diese wesentliche Verschiedenheit der Gegenrhomboeder, namentlich die Ungleichheit ihrer Beziehungen zu den in der Structur mehrentheils sehr deutlich erkennbaren vorherrschenden Cohäsionsverhältnissen, lässt es physikalisch richtiger erscheinen, das einzelne Rhomboeder als den durch die Cohäsion unmittelbar bestimmten Grundkörper zu betrachten und die weitere Entwickelung der Formen des Systems an diesen Körper anzuknüpfen, als das Rhomboeder für den hemiedrischen Fall des Systems anzusehen, in welchem der aus demselben und seinem Gegenrhomboeder zusammengesetzte Körper die holoedrische Form bildet, wiewohl eine Bestimmung der Formen des Systems auch nach dieser letzteren Betrachtungsweise ohne Schwierigkeit stattfinden kann und viele ausgezeichnete Krystallographen von dieser Anschauung wirklich ausgegangen sind.

§. 77. Säulen.

Die Formen $[m, n, -(m+n)]$ bilden, wie bereits in §. 75 bemerkt, **Säulen**. Alle Flächen derselben liegen in einer Zone [1, 1, 1], welche wir die horizontale Zone nennen. Sie lässt sich zugleich als Kantenzone der Form [2, —1, —1] erhalten, welche oben als Grenze der schärferen Rhomboeder erkannt worden ist, folglich als die Grenze der Kantenzonen für schärfere Rhomboeder betrachten.

Die oben bereits erwähnte Form [2, —1, —1], deren Flächen zugleich in dieser und der verticalen Zone der Rhomboeder liegen, und welche die **erste Säule** genannt wird, ist die häufigste. Sie findet sich combinirt mit allen übrigen Formen des Systems und wird dadurch leicht kenntlich, dass die Flächen der Rhomboeder an beiden Enden des Krystalls über den abwechselnden Flächen derselben liegen (*Fig. 31*).

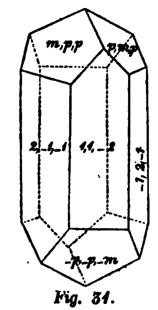


Fig. 31.

Diejenige Form, deren Flächen den analogen Kantenzonen aller Rhomboeder gemeinschaftlich sind, ist ebenfalls der horizontalen Zone angehörig. Verbindet man die Kantenzonen zweier beliebiger Rhomboeder $[m, p, p]$ und $[m', p', p']$, welche $[m+p, -p, -p]$ und $[m'+p', -p', -p']$ sind, so erhält man als Zeichen der gemeinschaftlichen Fläche (0, —1, 1), eine Fläche der horizontalen Zone. Aus dieser Ableitung folgt unmittelbar, dass jede Fläche der Form [1, 0, —1] der durch zwei einander parallele Endkanten eines Rhomboeders gelegten Ebene parallel, die Form selbst also ebenfalls eine regelmässige sechsseitige Säule sein muss, deren benachbarte Flächen unter Winkeln von 120° gegen einander geneigt sind. Sie ist

die **zweite Säule** des rhomboedrischen Systems. In der Combination mit den übrigen Formen des Systems giebt sie sich dadurch zu erkennen, dass die Flächen der Rhomboeder an beiden Enden des Krystalls über den abwechselnden Kanten derselben liegen (*Fig. 32*), folglich ihre Kanten der Stellung nach den Flächen der ersten Säule entsprechen, und umgekehrt.

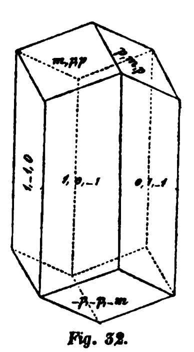


Fig. 32.

Beachtenswerth ist, dass die durch die Flächen der zweiten Säule und die gerade Endfläche bestimmten Zonen, welche als eine zweite Art verticaler Zonen angesehen werden können, zugleich als Grenze der Kantenzonen für stumpfere Rhomboeder erhalten werden. Denn aus den Flächenzeichen (0, 1, — 1) und (1, 1, 1) erhält man die Zone [2, — 1, — 1] und dasselbe Zonenzeichen, wenn in das allgemeine Zeichen der rhomboedrischen Kantenzone $[m+p, \ -p, \ -p]$ der Grenzwerth für stumpfere Rhomboeder $m = p$ gesetzt wird.

Die übrigen Formen $[m, n, -(m+n)]$, in deren Zeichen also nicht ein Coefficient 0 oder zwei derselben gleich sind, werden **symmetrische zwölfseitige Säulen**, deren Kanten abwechselnd mit denen der ersten und zweiten sechsseitigen Säule gleiche Stellung haben. Sind M und M_1 die Pole zweier in der Kante der ersten, M und M_2 die zweier in der Kante der zweiten Säule benachbarter Flächen, so folgt aus Gleichung 37):

$$\cos MM_1 = \frac{(m+n)^2 + m^2 - 2n^2}{2(m^2+n^2+mn)}; \quad \cos MM_2 = \frac{(m-n)^2 - 3n^2}{2(m^2+n^2+mn)}.$$

Da nun, wenn die Säule eine regelmässige werden soll,

$$(m+n)^2 + m^2 - 2n^2 = (m-n)^2 - 3n^2, \quad \text{oder} \quad m + 2n = n\sqrt{3},$$

sein müsste, was dem Grundgesetze der rationalen Verhältnisse widerstreitet, so kann dieser Fall nicht eintreten und eine regelmässige zwölfseitige Säule also nicht durch gleichartige Flächen, sondern nur durch Combination der ungleichartigen ersten und zweiten sechsseitigen Säule erhalten werden.

§. 78. Skalenoeder

Die Formen $[m, n, p]$, in deren Zeichen nicht zwei gleiche Coefficienten vorkommen und $m+n+p$ nicht $= 0$ ist, sind **Skalenoeder** (Drei und Dreikantner). Dieselben werden von zwölf Flächen begrenzt, welche die Gestalt von schiefwinkeligen Dreiecken haben, deren je sechs, einander in abwechselnd schärferen und stumpferen Kanten (den Endkanten) schneidend, in einer in der mittleren Axe liegenden Spitze zusammenstossen und je zwei eine Kante mit einander bilden, welche der Seitenkante eines Rhomboeders des Systems entspricht (*Fig. 33, 34*).

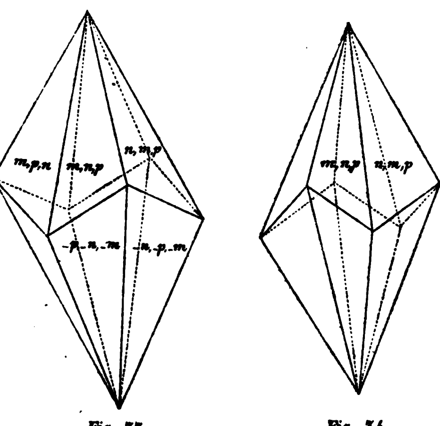


Fig. 33. Fig. 34.

Es sei m derjenige unter den drei Coefficienten, welcher den grössten, p derjenige, welcher den kleinsten algebraischen Werth hat, so wird für zwei Flächen, welche in einer der drei gleichen Endkanten an einander stossen, der Coefficient m, für die in den andern drei Endkanten an einander stossenden Flächen der Coefficient p die gleiche Stelle im Zeichen einnehmen, für zwei in einer Seitenkante benachbarte Flächen der Coefficient n mit entgegengesetztem Vorzeichen an der gleichen Stelle stehen, und zwar werden die ersten Endkanten sich über der Mitte der Flächen, die zweiten über den Endkanten des Hauptrhomboeders befinden, oder den Endkanten von Rhomboedern zweiter oder erster Ordnung entsprechen. Denn man erhält durch

die Flächen (m, n, p) und (m, p, n) die Zone $[n + p, -m, -m]$
" " (m, n, p) " (n, m, p) " " $[-p, -p, m + n]$
" " (m, n, p) " $(-p, -n, -m)$ " " $[-n, m + p, -n]$,

welche der Reihe nach als Kantenzonen der Rhomboeder $[n + p - m, m, m]$, $[m + n - p, p, p]$ und $[m + p - n, n, n]$ leicht zu erkennen sind. Da nun $m > n > p$, so ist $n + p - m < m$, $m + n - p > p$, das erste Rhomboeder also stets zweiter, das zweite erster Ordnung, während $m + p - n \gtrless n$ wird, je nachdem $m + p \gtrless 2n$ ist. Im ersten Falle ist das Rhomboeder, dessen Seitenkanten mit denen des Skalenoeders zusammenfallen, erster, im letzten Falle zweiter Ordnung. *Fig. 33* giebt ein Beispiel des ersten, *Fig. 34* des letzten Falles.

Z. B. das häufigste Skalenoeder des Kalkspaths $[2, 0, -1]$, dessen Pole in dem Projectionsbilde *Fig. V.* angegeben sind, findet sich in den Kantenzonen der Rhomboeder $[1, 0, 0]$, $[-3, 2, 2]$, $[3, -1, -1]$, deren erstes und letztes erster, das zweite zweiter Ordnung, ersteres das Hauptrhomboeder, die letzteren beiden schärfere und zwar das letzte das zweite schärfere der Hauptreihe sind, und ist also ein Beispiel des ersten Falles. Ein Beispiel des zweiten Falles giebt das seltenere Skalenoeder des Kalkspaths $[2, 1, -2]$, welches in die Kantenzonen der Rhomboeder $[-3, 2, 2]$, $[5, -2, -2]$ und $[-1, 1, 1]$ fällt.

Wenn $m + p = 2n$ wird, so erhalten wir als Zone der Seitenkanten $[2, -1, -1]$, die verticale Zone der zweiten Säule, die Seitenkanten fallen dann sämmtlich in eine und dieselbe horizontale Ebene und das Skalenoeder geht dann in ein Dihexaeder über, d. h. seine Flächen werden gleichschenkelige Dreiecke, deren Grundlinien in einer Ebene liegen, während die gleichen Schenkel in eine auf der mittleren Axe befindliche Spitze zusammenlaufen (*Fig. 35*).

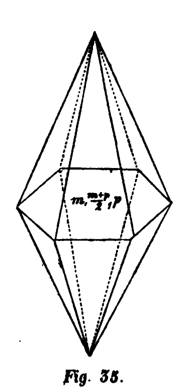
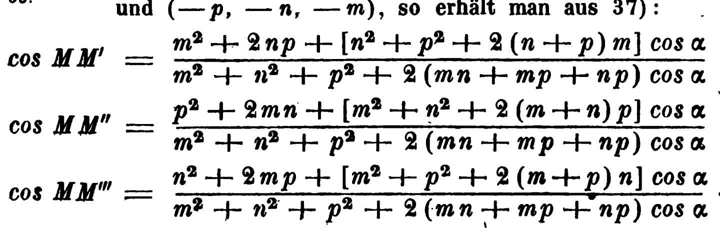


Fig. 35.

Diese Dihexaeder, welche nicht mit den Rhomboedern in derselben verticalen Zone liegen, sind wesentlich verschieden von den unten zu betrachtenden und können Dihexaeder zweiter Ordnung genannt werden. Beispiele finden sich beim Eisenglanz, wo das Dihexaeder $[3, 1, -1]$ aus der Kantenzone des Rhomboeders $[-1, 1, 1]$ und seines Gegenrhomboeders $[5, -1, -1]$ vorkommt; beim Rothgültigerz, dessen Dihexaeder $[4, 1, -2]$ in den Kantenzonen der Gegenrhomboeder $[-5, 4, 4]$ und $[7, -2, -2]$ liegt, u. a.

Die Betrachtung der Neigungswinkel in den Kanten des Skalenoeders führt zu ähnlichen Resultaten. Es seien M, M', M'', M''' der Reihe nach die Pole der Flächen (m, n, p), (m, p, n), (n, m, p) und $(-p, -n, -m)$, so erhält man aus 37):



$$\cos MM' = \frac{m^2 + 2np + [n^2 + p^2 + 2(n + p)m] \cos\alpha}{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}$$

$$\cos MM'' = \frac{p^2 + 2mn + [m^2 + n^2 + 2(m + n)p] \cos\alpha}{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}$$

$$\cos MM''' = \frac{n^2 + 2mp + [m^2 + p^2 + 2(m + p)n] \cos\alpha}{m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + mp + np)\cos\alpha}.$$

MM' ist nun der Winkel zwischen den Trägern zweier Flächen, welche in der rhomboedrischen Endkante zweiter Ordnung benachbart sind, MM'' zwischen den Trägern der in der rhomboedrischen Endkante erster Ordnung, MM''' der in einer Seitenkante benachbarter Flächen. So lange nun $m+p > 2n$, ist auch $\cos MM' > \cos MM''$, wenn $m+p < 2n$, ist auch $\cos MM' < \cos MM''$, und wenn $m+p = 2n$, ist $\cos MM' = \cos MM''$; also im ersten Falle die rhomboedrische Endkante zweiter Ordnung, im zweiten die erster Ordnung die stumpfere, im letzten Falle die Neigung in beiden gleich.

Denn durch Subtraction der Zähler der Ausdrücke für $\cos MM'$ und $\cos MM''$ von einander erhält man nach einigen leichten Umformungen als Rest $[m^2+2np-(p^2+2mn)] \sin \frac{1}{2} \alpha^2$, eine positive Grösse, wenn $m^2+2np > p^2+2mn$, oder $m^2-p^2 > 2n(m-p)$ ist, woraus $m+p > 2n$ folgt.

§. 79. Hemiedrie.

Von den hemiedrischen Fällen des rhomboedrischen Systems ist der erste Fall der geneigtflächigen Hemiedrie dem tetraedrischen Falle des regelmässigen Systems ganz analog, es sind nur diejenigen Flächen einer Form vorhanden, in deren Zeichen eine ungerade, oder nur diejenigen, in deren Zeichen eine gerade Anzahl positiver Coefficienten enthalten ist; im zweiten Falle, der gedrehten Hemiedrie, besteht die vorhandene Hälfte der Flächen einer Form aus allen denen, in deren Zeichen die Coefficienten ihrem algebraischen Werthe nach stets in derselben Reihenfolge stehen, und als Kennzeichen der parallelflächigen Hemiedrie ergiebt sich, dass die Reihenfolge der Coefficienten auf beiden Seiten der Axen für alle vorhandenen Flächen einer Form eine und dieselbe ist. Es ergeben sich daraus für die drei hemiedrischen Formen von $[m, n, p]$ folgende Flächen, für:

$\varkappa\,[m,n,p] : (m,n,p)(n,p,m)(p,m,n)(p,n,m)(n,m,p)(m,p,n)$
$\varkappa_1\,[m,n,p] : (m,n,p)(n,p,m)(p,m,n)(-p,-n,-m)(-n,-m,-p)(-m,-p,-n)$
$\pi\,[m,n,p] : (m,n,p)(n,p,m)(p,m,n)(-p,-m,-n)(-m,-n,-p)(-n,-p,-m)$.

Als allgemeine Regel folgt hieraus, dass solche Formen, in deren Zeichen ein Coefficient 0 ist, nicht geneigtflächig, solche, in deren Zeichen zwei gleiche Coefficienten vorhanden sind, nicht gedreht oder parallelflächig hemiedrisch werden können.

Die hemiedrischen Formen des rhomboedrischen Systems sind nicht häufig und kommen nie selbstständig, sondern nur in Combinationen vor, was für den ersten Fall schon daraus nothwendig folgt, dass die Formen desselben keine geschlossenen Körper bilden.

§. 80. Geneigtflächige Hemiedrie.

Die geneigtflächige Hemiedrie tritt besonders charakteristisch an der ersten Säule und geraden Endfläche auf, indem die Form $\varkappa[2, -1, -1]$ eine dreiseitige Säule und $\varkappa[1, 1, 1]$ eine einzelne gerade Endfläche giebt, während die ihr parallele am entgegengesetzten Ende der mittleren Axe fehlt. Die von der Hemiedrie nicht ergriffenen Flächen des Hauptrhomboeders haben demzufolge an beiden Enden des Krystalls eine verschiedene Lage gegen die Säulenflächen, und zwar so, dass an dem Ende der mittleren Axe, an welchem die Endfläche

$\varkappa$[1, 1, 1] vorhanden ist, die Flächen des Hauptrhomboeders zwischen dieser und den Flächen der dreiseitigen Säule, also über den letzteren erscheinen, an dem entgegengesetzten Ende dagegen über den Kanten der dreiseitigen Säule liegen. Nennen wir das erstgedachte Ende der mittleren Axe das positive, so folgt aus dem Gesetze der Hemiedrie, dass die Flächen des ersten stumpferen Rhomboeders an beiden, die der folgenden stumpferen Rhomboeder nur am positiven, von den schärferen Rhomboedern die erster Ordnung nur am positiven, die zweiter Ordnung nur am negativen Ende vorhanden sein können. Die Skalenoeder aus der Kantenzone des Hauptrhomboeders werden an beiden Enden möglich sein, weil in dem Zeichen derselben ein Coefficient 0 werden muss, die zweite Säule wird vollzählig vorhanden sein, und die Flächen aller übrigen Skalenoeder je nach der Beschaffenheit ihrer Coefficienten nur an dem einen oder dem andern Ende erscheinen. *Fig. VI.* und *VII.* sind Projectionsbilder des positiven und negativen Endes.

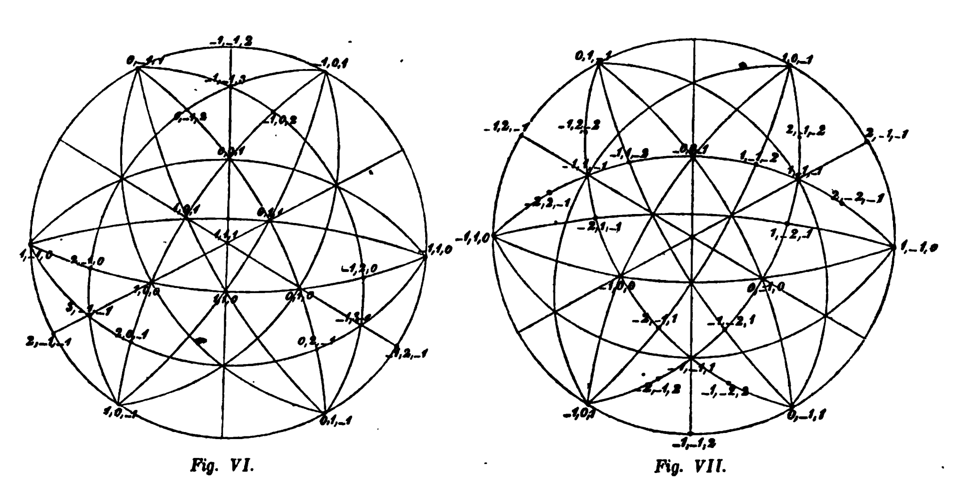
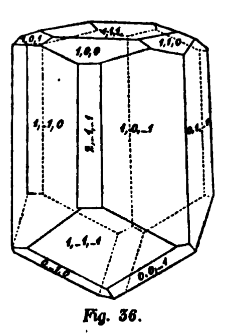


Fig. VI. *Fig. VII.*

Aus den Zeichen der Kantenzonen [0, 0, 1], [0, 1, 0], [1, 0, 0] des Hauptrhomboeders folgt vermöge der Bedingungsgleichung $mu + nv + pw = 0$, dass in dem Zeichen (m, n, p) einer in diese Zonen fallenden Fläche einer der drei Coefficienten verschwinden muss.

Ein Beispiel dieses Falles liefert der Turmalin. An den Krystallen desselben finden sich die Säulen, die gerade Endfläche, das Hauptrhomboeder, das erste und zweite schärfere ganz dem entwickelten Gesetz gemäss; das erste stumpfere ist in der Regel nur an einem und zwar mehrentheils dem positiven Ende der Krystalle beobachtet worden, noch stumpfere Rhomboeder sind bis jetzt nicht vorgekommen, dagegen findet sich das seltene Rhomboeder [—4, 3, 3] als schärferes Rhomboeder zweiter Ordnung am negativen Ende. Von den am Turmalin beobachteten Skalenoedern [2, 0, —1], [3, 0, —2], [2, 1, —1] und [2, 1, —2] sind die beiden ersteren aus der Kantenzone des Hauptrhomboeders, die beiden letzteren aus der des ersten schärferen. Erstere, welche an sich an beiden Enden möglich wären, sind bisher auch nur hemiedrisch vorgekommen, und zwar [2, 0, —1] nur am negativen, [3, 0, —2] am positiven Ende, die beiden andern Skalenoeder dagegen, dem Gesetz entsprechend, nur am negativen Ende. Ausnahmsweise finden sich an einzelnen Turmalinkrystallen die Flächen der ersten Säule vollzählig.

Beachtenswerth ist die Analogie mit dem tetraedrischen Falle des regelmässigen Systems. Die Combination von $\kappa[1, 1, 1]$ und $\kappa[1, -1, -1]$ ist dem regelmässigen Tetraeder ganz entsprechend; zu der Combination von $\kappa[2, -1, -1]$ und $\kappa[-2, -1, 1]$, der ersten Säule und dem einen Skalenoeder des negativen Endes würde noch $\kappa[2, 1, 1]$, das bis jetzt nicht beobachtete zweite stumpfere Rhomboeder, hinzutreten müssen, um einen vollständig dem Pyramidentetraeder $\kappa[2, 1, 1]$, der Hälfte des Leucitoeders, analogen Körper zu erhalten. Das Hauptrhomboeder, sowie das erste stumpfere und die zweite Säule, letztere beide zusammengenommen dem Rhombendodecaeder entsprechend, verhalten sich hier ganz ähnlich wie im tetraedrischen Falle des regelmässigen Systems.

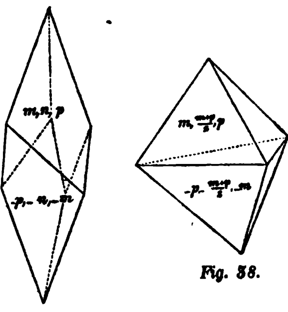

Fig. 36.

Zur Veranschaulichung ist in *Fig. 36* die Zeichnung eines Turmalinkrystalles gegeben, welcher die Combination von $[1, 0, 0]$ mit $[1, 0, -1]$ und $\kappa[1, 1, 0]$, $\kappa[1, -1, -1]$, $\kappa[2, -1, -1]$ und $\kappa[1, 1, 1]$ enthält.

§. 81. Gedrehte und parallelflächig hemiedrische Formen.

Die gedreht und parallelflächig hemiedrischen Formen sind selbstständig denkbar, da sie geschlossene Körper geben würden, wenn sie allein vorkämen, sie finden sich aber bei einfach rhomboedrischen Krystallen in der Natur nur in einem Falle und sind übrigens nur untergeordnet in einzelnen Fällen des sechsgliederigen Systems beobachtet worden. Wie oben bereits bemerkt, ist kein Rhomboeder, einschliesslich der Grenzen derselben, der ersten Säule und geraden Endfläche, einer dieser beiden Arten von Hemiedrie fähig; bei der zweiten Säule ist die gedrehte Hemiedrie denkbar, wodurch sie zur dreiseitigen Säule werden würde; bei den Skalenoedern sind beide Arten von Hemiedrie möglich.

Die Form $\kappa_1[m, n, p]$ hat man mit dem Namen trigonale Trapezoeder bezeichnet, weil ihre Flächen, wenn sie selbstständig vorhanden wäre, die Gestalt von Trapezoiden annehmen müssten, deren je drei am oberen und unteren Ende in eine in der mittleren Axe liegende Spitze zusammenlaufen, also drei gleichartige Endkanten bilden, während von den sechs Seitenkanten die abwechselnden mit denen des Skalenoeders $[m, n, p]$ zusammenfallen, die drei übrigen eine hiervon abweichende Richtung erhalten. *Fig. 37* giebt das Bild eines solchen Körpers. Wenn $m + p = 2n$, das Skalenoeder also ein Dihexaeder zweiter Ordnung ist, so geht dieser Körper in eine trigonale Pyramide (Trigonoeder) über (*Fig. 38*), deren Seitenkanten sämmtlich in eine auf der mittleren Axe senkrechte Ebene fallen und sich dadurch auf drei reduciren. Die hemiedrische Form $\kappa_1[1, 0, -1]$ der zweiten Säule würde eine regelmässig dreiseitige Säule geben, welche gerade unter den Flächen der trigonalen Pyramide liegen würde, und die hemiedrische Form $\kappa_1[m, n, -(m+n)]$ einer symmetrischen zwölfseitigen Säule müsste eine symmetrische sechsseitige Säule mit abwechselnd schärferen und stumpferen Kanten werden, deren Flächen gegen die nach beiden Enden der mittleren Axe zu angrenzenden Flächen eines trigonalen Trapezoeders gleich geneigt sein würden.


Fig. 37. *Fig. 38.*

Von den hemiedrischen Formen dieser Abtheilung sind die Säulen bisher höchst selten beobachtet, die übrigen Formen nur in Combinationen sechsgliederiger Krystalle vorgekommen, und werden deshalb nach ihrer Lage gegen die übrigen Flächen in den Projectionsbildern des sechsgliederigen Systems aufgeführt werden.

Als parallelflächig hemiedrische Formen $\pi[m, n, p]$ erhält man im Allgemeinen Rhomboeder, welche sich von den Rhomboedern $[m, p, p]$ durch ihre Stellung unterscheiden und Rhomboeder in der Zwischenstellung, in abnormer, verwendeter und diagonaler Stellung genannt worden sind. Die wesentliche Verschiedenheit dieser Formen von den eigentlichen Rhomboedern macht es wünschenswerth, sie auch in der Benennung zu unterscheiden, und könnten sie Hemiskalenoeder, oder in dem besonderen Falle, wo $m + p = 2n$ ist, Hemidihexaeder genannt werden [1]. Wenn $m + n = -p$, geht das Skalenoeder in die zwölfseitige Säule über, deren hemiedrische Form $\pi[m, n, -(m+n)]$ eine regelmässig sechsseitige Säule in verwendeter Stellung wird und für den Fall $n = 0$: $[1, 0, -1]$, die zweite Säule, giebt, welche vollzählig erscheinen muss, weil ihr Zeichen für entgegengesetzte Enden der Axen gleiche Coefficienten enthält. Die Bedingungsgleichung dafür, dass die Fläche eines Hemiskalenoeders $\pi[m', n', p']$ in die verticale Zone einer verwendeten sechsseitigen Säule $\pi[m, n, -(m+n)]$ falle, wird:

$$m(m' - 2n' + p') + n(2m' - n' - p') = 0.$$

Für die zweite Säule und ein Hemidihexaeder ist sie erfüllt, da $n = 0$ und $m' + p' = 2n'$. Die verwendeten sechsseitigen Säulen und Hemiskalenoeder stehen also in derselben Beziehung zu einander wie die erste Säule und die eigentlichen Rhomboeder. In dem Projectionsbilde *Fig. VIII.* ist die Lage der Flächenpole einiger der einfacheren Formen dieses Falles gegeben.

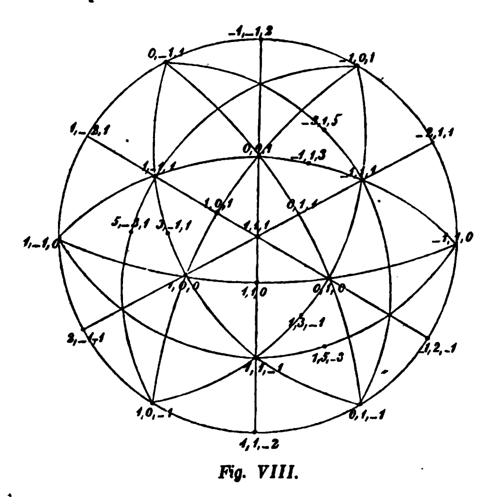


Fig. VIII.

Das einzige bisher beobachtete Beispiel dieses Falles bei einem einfach rhomboedrischen System giebt das Titaneisen, von dessen Krystallen in *Fig. 39* eine Combination abgebildet ist, in welcher das Hemidihexaeder $\pi[-1, 1, 3]$ durch die grosse relative Ausdehnung seiner Flächen besonders bemerklich hervortritt.

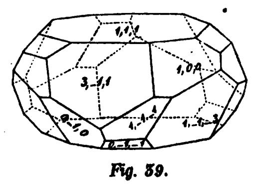


Fig. 39.

Ausserdem sind Formen dieses Falles nur noch in Combinationen des Apatits beobachtet, welcher dem sechsgliederigen System angehört und dessen dort weitere Erwähnung geschehen wird.

§. 82. Sechsgliederiges System.

Durch das gleichzeitige Auftreten der durch Gleichung 46) bestimmten Gegenkörper mit einander, also von $[m, n, p]$ und $[-m + 2n + 2p, -n + 2m + 2p,$

[1] Da die übrigen hemiedrischen Formen, welche aus Skalenoedern und Dihexaedern zweiter Ordnung entstehen, andere Namen erhalten haben, so wird die hier vorgeschlagene Benennung unzweideutig erscheinen.

$-p + 2m + 2n]$ für alle Formen eines rhomboedrischen Systems, entsteht eine Verdoppelung in der Anzahl der Flächen von gleicher Neigung gegen die mittlere Axe. Die so erhaltene Abtheilung des rhomboedrischen Systems heisst das sechsgliederige System (hexagonale, doppelrhomboedrische, monotrimetrische zum Theil).

Die einfachste Form dieses Systems entsteht, indem zu einem Rhomboeder sein Gegenrhomboeder tritt. So lange das eine dieser beiden Rhomboeder vorherrschend bleibt, erhalten wir eine Combination von ähnlicher Art, wie sie in *Fig. 40* für das Hauptrhomboeder [1, 0, 0] und sein Gegenrhomboeder [— 1, 2, 2] dargestellt ist, in welcher der rhomboedrische Charakter des Krystalls unverkennbar hervortritt; stehen aber beide Rhomboeder im Gleichgewichte, so tritt an deren Stelle ein Dihexaeder (sechsgliederiges Dodecaeder, hexagonale Pyramide) (*Fig. 41*), welches als ein vollkommen symmetrischer Körper, von lauter gleichwerthigen Flächen begrenzt, erscheint. Das Dihexaeder hat je sechs gleiche nach oben und unten in eine auf der mittleren Axe liegende Spitze zusammenlaufende Endkanten und sechs gleiche in einer auf der mittleren Axe senkrechten Ebene liegende Seitenkanten; seine Flächen sind dreischenkelige Dreiecke.

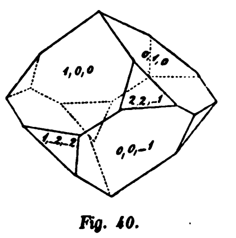


Fig. 40.

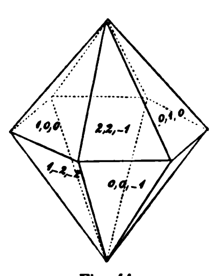
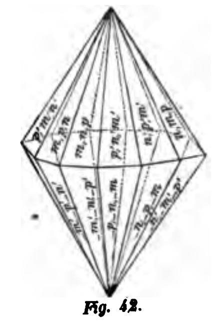


Fig. 41.

Da alle Rhomboeder [*m*, *p*, *p*] in dieselben verticalen Zonen fallen, so wird dies auch mit allen aus denselben erhaltenen Dihexaedern der Fall sein. Alle diese Dihexaeder nennen wir solche erster Ordnung.

Durch die Verbindung eines Skalenoeders mit seinem Gegenskalenoeder erhalten wir die allgemeinste Form dieses Falles. Der zu [*m*, *n*, *p*] gehörige Gegenkörper soll der Kürze wegen mit [*m'*, *n'*, *p'*] bezeichnet werden, wo also $m' : n' : p' = -m + 2n + 2p : -n + 2m + 2p : -p + 2m + 2n$. Diese Form nennen wir Diskalenoeder (Didodecaeder, Sechs und Sechskantner, dodecagonale Pyramide) (*Fig. 42*). Dieselbe ist von je zwölf oberen und unteren Flächen begrenzt, welche, wenn der Körper selbstständig vorhanden wäre, als ungleichseitige Dreiecke erscheinen müssten; sie hat je zwölf obere und untere abwechselnd schärfere und stumpfere Endkanten, welche in auf der mittleren Axe liegende Spitzen zusammenlaufen, und zwölf in einer auf der mittleren Axe senkrechten Ebene liegende gleiche Seitenkanten, welche in dieser Ebene ein symmetrisches Zwölfeck bilden.


Fig. 42.

Für den Fall $m + p = 2n$ wird das Verhältniss:

$$-m + 2n + 2p : -n + 2m + 2p : -p + 2m + 2n = 3p : 3n : 3m = p : n : m;$$

ein Skalenoeder mit gleichen Endkanten oder Dihexaeder zweiter Ordnung ist also sein eigener Gegenkörper und erscheint also in diesem Falle wie in dem einfach rhomboedrischen System.

Dasselbe gilt von allen Säulen, denn für $p = -(m + n)$ wird $-m+2n+2p : -n+2m+2p : -p+2m+2n = -3m : -3n : -3p = -m : -n : -p$. Dass endlich die gerade Endfläche [1, 1, 1] sich selbst als Gegenkörper geben müsse, ist aus ihrem Zeichen von selbst einleuchtend.

In Beziehung auf die gegenseitige Stellung der Flächen verschiedener Formen dieses Systems bedarf es nur der Bemerkung, dass die Flächen zweier Gegenkörper stets in dieselbe verticale Zone fallen müssen. Da nun die verticale Zone einer Säule $(m, n, -(m+n)$ allgemein $[(m+2n), -(2m+n), (m-n)]$ wird, so werden in dieser Zone die Flächen einer Form $[m_1, n_1, p_1]$ liegen, wenn $m(m_1 - 2n_1 + p_1) + n(2m_1 - n_1 - p_1) = 0$ ist. In die verticale Zone der ersten Säule, für welche $m = 2$, $n = -1$ ist, fallen also die Flächen aller Formen, für welche $n_1 = p_1$, d. h. aller Dihexaeder erster Ordnung, in die der zweiten Säule, für welche $m = 1$, $n = 0$, die Flächen aller Formen, für welche $m_1 + p_1 = 2n_1$, d. h. aller Dihexaeder zweiter Ordnung. Daher erscheinen, wie in *Fig. 43*, die Dihexaeder erster Ordnung über den Flächen der ersten Säule.

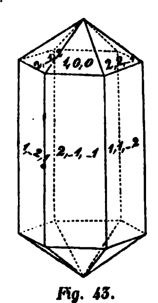


Fig. 43.

Zur Uebersicht der gegenseitigen Stellung dient das Projectionsbild *Fig. IX.*, in welchem als Beispiele die Flächenpole zweier Dihexaeder erster, eines zweiter Ordnung, eines Diskalenoeders, der ersten und zweiten Säule und der geraden Endfläche verzeichnet sind.

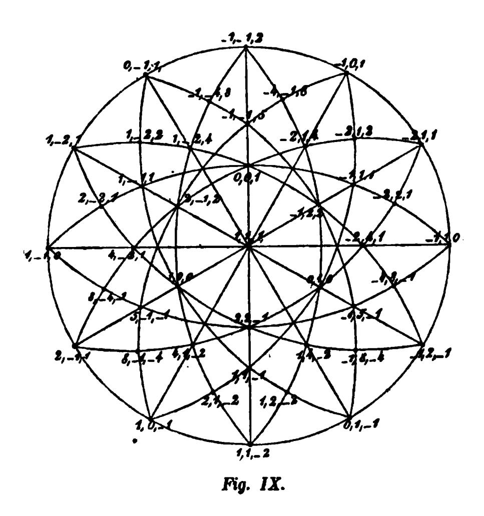


Fig. IX.

Wie oben (§. 76) bereits bemerkt worden, ist dieser Fall des sechsgliederigen Systems von dem Nebeneinandererscheinen von Gegenrhomboedern wesentlich dadurch verschieden, dass hier die Träger der Dihexaederflächen nicht nur eine symmetrische Lage gegen die mittlere Axe haben, was bei denen zweier Gegenrhomboeder ebenfalls stattfindet, sondern auch gleichen Intensitäten der Cohäsion entsprechen, also physikalisch gleichartig sind. Es erscheint daher zweckmässig, diese Gleichartigkeit auch durch das Zeichen der Formen auszudrücken, und lässt sich dies in ähnlicher Weise erreichen wie bei Bezeichnung der hemiedrischen Formen. Es sei $\delta[m, n, p]$ allgemein das Zeichen einer dihexaedrischen Form, d. h. des aus den Skalenoedern $[m, n, p]$ und $[-m+2n+2p, -n+2m+2p, -p+2m+2n]$ bei völliger Gleichwerthigkeit beider entstandenen Diskalenoeders, so wird $\delta[1, 0, 0]$ dasjenige Dihexaeder bezeichnen, welches wir als das Hauptdihexaeder eines Systems der Bestimmung der Axen ebenso zu Grunde legen wie das Hauptrhomboeder $[1, 0, 0]$ im einfach rhomboedrischen System. Wir bezeichnen dadurch das Vorhandensein zweier Systeme von gleichen und einander symmetrisch gegenüberliegenden rhomboedrischen Axen. Welches dieser beiden Systeme wir der Berechnung der gegenseitigen Lage der Flächen zu Grunde legen wollen, ist, eben ihrer Gleichheit und Symmetrie wegen, ganz willkürlich, also auch, welche der drei abwechselnden Flächen eines Hauptdihexaeders wir mit $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ und $(0, 0, 1)$ oder $(2, 2, -1)$, $(-1, 2, 2)$, $(2, -1, 2)$ bezeichnen. Will man den anscheinenden Uebelstand, dass hiernach gleichwerthige Flächen in ungleichen Beziehungen zu den Axen erscheinen, vermeiden, so lässt sich dies einfach dadurch erreichen, dass man das eine der beiden gleichen Axensysteme durch Accente von dem andern unterscheidet, wo dann die Flächen des Hauptdihexaeders der Reihe

nach (1, 0, 0), (0, 0, 1'), (0, 1, 0), (1', 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1', 0) sein würden [1].

Die symmetrische Lage der Flächen dieses Systems gegen die mittlere Axe, welche dasselbe mit dem einfach rhomboedrischen System gemein hat, ist für WEISS und mit ihm die meisten Krystallographen die Veranlassung gewesen, diese mittlere Axe unmittelbar als eine krystallographische Axe, und zwar die Hauptaxe dieser Systeme, zu betrachten. Hieraus folgte von selbst die Nothwendigkeit, neben derselben nicht zwei, sondern drei andere Axen anzunehmen, weil die Symmetrie der Formen nach je drei um diese mittlere Axe gleichartig gelegenen Richtungen in die Augen fallend war und bei der Annahme einer andern Axenzahl, wie etwa zweier unter einander und auf der Hauptaxe senkrechter, eine verschiedenartige Beziehung gleichartiger Flächen zu den Axen erhalten wäre. Unter allen in der Dreizahl gegen die mittlere Axe gleich geneigten geraden Linien bieten aber die drei in einer auf derselben senkrechten Ebene liegenden und unter einander unter Winkeln von je 60° geneigten die einfachsten Beziehungen dar. Diese drei, gleich langen und die mittlere Axe boten sich auch deshalb der Betrachtung als naturgemässe dar, weil sie an einem der einfachsten Körper des Systems, dem Dihexaeder, in den Verbindungslinien je zweier gegenüberliegender Ecken unmittelbar zu erkennen sind, also ähnliche Beziehungen zu den übrigen Flächen des Systems erwarten liessen, wie die drei unter einander rechtwinkeligen Verbindungslinien der gegenüberliegenden Ecken eines Octaeders, welche den übrigen krystallographischen Systemen als Axen zu Grunde gelegt wurden. Durch solche Betrachtungen wurde die Annahme drei und einaxiger (monotrimetrischer) Krystallsysteme herbeigeführt und zu diesen das sechsgliederige als holoedrischer, das rhomboedrische als hemiedrischer Fall gerechnet. Wenn man von der Annahme eines drei und einaxigen Systems ausgeht, erscheint es allerdings naturgemäss, diejenige Form, deren Flächen durch die gleichen Abschnitte gleichwerthiger Axen bestimmt werden und für alle gleichen Axen in analoger Stellung vorhanden sind, das Dihexaeder, als die vollzählige Form des Systems zu betrachten und das Rhomboeder, dessen Flächen den abwechselnden Dihexaederflächen entsprechen, als die hemiedrische Form desselben anzusehen. Dass die Ableitung aller Formen des Systems aus dieser Voraussetzung möglich sei, ist bereits bemerkt und folgt auch an sich schon aus der einfachen Beziehung, welche zwischen einem Rhomboeder und dem aus demselben mit seinem Gegenrhomboeder entstehenden Dihexaeder stattfindet, sowie aus dem Umstande, dass die vier Axen eines solchen Systems, wenn sie auch nicht die Richtungen der ursprünglichen Maxima der Cohäsion sind, leicht als gewisse mittlere Richtungen erhalten werden, wenn drei gleiche unter gleichen schiefen Winkeln gegen einander geneigte ursprüngliche Maxima vorhanden sind (jede der drei horizontalen als die mittlere aus je zweien nach entgegengesetzter Seite, die verticale als die mittlere aus allen dreien nach derselben Seite des Raumoctanten, in welchen die drei gleichen Winkel fallen); und dass das Grundgesetz der krystallographischen Formentwickelung, das Gesetz der rationalen Verhältnisse, auch wenn irgend welche abgeleitete Richtungen als krystallographische Axen der Entwickelung zu Grunde gelegt werden, seine Gültigkeit behalten muss.

Obgleich nun aus der Annahme dreier gleicher in einer Ebene liegender und einer vierten auf derselben senkrechten Axe die Formen des sechsgliederigen und rhomboedrischen Systems sich ungezwungen herleiten lassen, und diese Annahme sich sogar dadurch besonders zu empfehlen scheint, dass die verticale Axe, in Beziehung auf welche die Symmetrie der Formen hier ganz besonders hervortritt, auch als krystallographische Axe zur unmittelbaren Geltung gebracht wird, ist doch in unserer Betrachtung ein anderes Axensystem aus mehreren Gründen angenommen worden. Zur mathematischen Bestimmung der Lage einer Ebene genügen drei Punkte, für eine Krystallfläche ist also die Angabe ihrer Durchschnittspunkte mit drei nicht in einer Ebene liegenden Axen hinreichend, der Durchschnittspunkt mit einer vierten ist durch

---

[1] In den beigefügten Zeichnungen und Projectionsbildern habe ich diese Bezeichnung nicht gebraucht, sondern das Zeichen der Körper und Gegenkörper eines rhomboedrischen Systems, weil das letztere für die Ausführung der Rechnungen erforderlich wird, die stets nur auf ein dreiaxiges Coordinatensystem bezogen werden können.

deren Lage gegen die drei ersteren und die der Krystallfläche gegen dieselben mit bestimmt; bei der Annahme von vier Axen wird also eine derselben zur Bestimmung der Krystallfläche nicht wesentlich gebraucht, sie wird ein überzähliges Element und verliert dadurch eben den Charakter eines Elements überhaupt, wenn wir unter Elementen des Systems diejenigen Längen- und Winkelverhältnisse verstehen, welche zur Bestimmung der Formen eines Systems erforderlich sind, aber auch ausreichen. Bei der Berechnung der Winkel wird daher, auch wenn man von dem drei und einaxigen Systeme ausgeht, statt dessen stets nur ein dreiaxiges System, sei es das unserige oder irgend ein anderes, in Anwendung kommen, und wird es schon aus diesem Grunde rathsam erscheinen, ein solches dreiaxiges System aufzusuchen, welches ebenso wohl für die naturhistorische als die mathematische Betrachtung genügend erscheint. Ein solches bietet sich aber in unserem rhomboedrischen Axensystem dar. Dazu kommt noch, dass dies letztere eine viel directere Beziehung auf die in den Krystallen vorhandenen ausgezeichneten Richtungen der Cohäsion besitzt als das drei und einaxige System, und deshalb auch vom physikalischen Standpunkte aus als das naturgemässere erscheinen muss, was für den einfach rhomboedrischen Fall an sich einleuchtend ist, für den sechsgliederigen Fall ebenfalls als richtig erscheint, sobald man in demselben den gleichen Werth der beiden darin enthaltenen rhomboedrischen Axensysteme nicht aus den Augen verliert. Denn wenn in dem rhomboedrischen Falle drei Richtungen, die drei Träger der Flächen des Hauptrhomboeders, als gleichwerthige Cohäsionsrichtungen unmittelbar erkannt werden, und in dem sechsgliederigen Falle, wenn sechs gleichwerthige Cohäsionsrichtungen, die Träger der Flächen eines Dihexaeders, vorhanden sind, aus diesen drei gleichwerthige Resultanten von gleicher Lage erhalten werden, welche drei abwechselnde von diesen sechs Richtungen man auch nach der Richtung der drei übrigen zusammengesetzt denken möge, so bleibt doch stets in den drei so erhaltenen Axen die unmittelbare Beziehung auf die vorhandene Cohäsion erkennbar, und giebt es in dem letzten Falle, dem sechsgliederigen, nur zwei gleichwerthige und gleich einfache Axensysteme.

§. 83. Hemiedrische Fälle.

Von den hemiedrischen Fällen des Systems sind zwei an sechsgliederigen Krystallen beobachtet worden, die gedrehte Hemiedrie und die parallelflächige. Beide sind nur bei Skalenoederflächen vorgekommen, und nie selbstständig, sondern nur in Combinationen. Bei der gedrehten Hemiedrie sind von den vier an der Seitenecke eines Dihexaeders möglichen Skalenoederflächen nur die beiden jenseits dieser Ecke, bei der parallelflächigen Hemiedrie nur die beiden jenseits der einen Seitenkante des Dihexaeders einander gegenüberliegenden vorhanden.

Die vier an der Seitenecke eines Dihexaeders möglichen Flächen eines Diskalenoeders gehören zu je zwei, und zwar die beiden abwechselnden, jenseits der Dihexaederecke gegenüberliegenden, den beiden Gegenskalenoedern an. Die gedrehte Hemiedrie wird also an diesen Flächen für jede einzelne dihexaedrische Seitenecke oder die ihr entsprechende Kante der ersten Säule dieselbe Erscheinung hervorbringen wie im einfach rhomboedrischen Falle, und sich von diesem nur dadurch unterscheiden, dass die betreffenden Flächen, wenn der Krystall sechsgliederig ist, an allen, wenn rhomboedrisch, nur an den abwechselnden Kanten der ersten Säule auftreten können. Im Falle parallelflächiger Hemiedrie sind es jedesmal eine obere Fläche des einen und eine untere Fläche seines Gegenskalenoeders, welche am sechsgliederigen Krystalle über der Seitenkante des Dihexaeders oder der entsprechenden Fläche der ersten Säule erscheinen. Selbstständig auftretend würde diese Form als ein Dihexaeder in verwendeter Stellung erscheinen müssen, wie es aus einem Rhomboeder in verwendeter Stellung (einem Hemiskalenoeder) und dessen Gegenkörper entstehen müsste. Der sechsgliederige Fall unterscheidet sich hierbei also an jeder einzelnen Fläche der ersten Säule von dem rhomboedrischen,

indem in diesem über jeder Säulenfläche nur eine einzelne Fläche des Hemiskalenoeders vorhanden sein kann, in jenen zwei, die beiden Gegenkörper.

Die gedrehte Hemiedrie findet sich in dem merkwürdigen Krystallsysteme des Quarzes. Dasselbe bildet eine Mittelstufe zwischen dem rhomboedrischen und dem sechsgliederigen Falle, indem einige ausgezeichnete Krystalle einen völlig rhomboedrischen Charakter zeigen, während andere ganz sechsgliederig erscheinen. Die häufigsten und einfachsten Formen sind die erste Säule combinirt mit den Flächen eines Dihexaeders, dessen Neigungswinkel in den Seitenkanten $103^0\ 32'$ beträgt, woraus nach Gleichung 47) $\alpha = 85^0\ 44'$, oder der Neigungswinkel in den Endkanten des zugehörigen Rhomboeders $94^0\ 16'$ folgt. Die Dihexaederflächen sind an manchen Krystallen von gleicher Ausdehnung und gleicher Beschaffenheit, an den meisten aber verschiedenartig verzerrt, an einigen von rhomboedrischem Ansehen, indem die abwechselnden Flächen grösser als die drei übrigen und auch in ihrer Schärfe und Glätte vor ihnen ausgezeichnet sind. Eine Entscheidung der Frage, ob der letzte oder der erste Fall der normale, die übrigen zufällige Abweichungen sind, der Quarz also als rhomboedrisch oder sechsgliederig angesehen werden müsse, würde sich aus dem Verhalten desselben in der Structur ergeben, wenn die Spaltungsebenen des Quarzes, welche den Dihexaederflächen parallel beobachtet sind, wesentliche Differenzen in den abwechselnden Ebenen erkennen liessen, oder völlig gleiche Intensität zeigten. Haüy will kleine Differenzen der Intensität beobachtet haben, und betrachtet mit aus diesem Grunde (abgesehen von dem aus seiner Grundanschauung überhaupt hergenommenen) den Quarz als rhomboedrisch. In den meisten Fällen sind aber keine solche Differenzen wahrzunehmen, auch schon deshalb nicht scharf zu beobachten, weil die Spaltbarkeit des Quarzes überhaupt von geringer Deutlichkeit ist, so dass also hierdurch keine sichere Entscheidung erlangt werden kann. Von abgeleiteten Formen finden sich, stets der erwähnten einfachen Combination untergeordnet, Flächen schärferer Dihexaeder oder Rhomboeder, Flächen eines Dihexaeders zweiter Ordnung und verschiedene Skalenoederflächen, welche die gedrehte Hemiedrie deutlich erkennen lassen, wenn auch kaum jemals alle derselben Form angehörigen Flächen an einem Krystalle vollständig beobachtet worden sind, sondern mehrentheils nur einige derselben. Die Flächen der beiden letztgenannten Formen erscheinen an den Seitenecken der gewöhnlichen Combination, und sind von Weiss die des Dihexaeders zweiter Ordnung die Rhombenflächen, die der Skalenoeder Trapezflächen genannt worden, nach der Gestalt, welche sie in dieser Combination annehmen. Nach dem Gesetze der gedrehten Hemiedrie müssten nun diese Flächen stets nur an den abwechselnden Seitenecken, oder den abwechselnden Kanten der ersten Säule erscheinen, wenn der Quarz rhomboedrisch, an allen, wenn er sechsgliederig wäre, stets jedoch so, dass von den Trapezflächen (seien es die von Skalenoedern oder Diskalenoedern) die gleichwerthigen an derselben Säulenkante oben und unten über verschiedenen Säulenflächen liegen. Je nachdem dies, von einer dihexaedrischen Seitenecke ausgehend, nach der rechten oder linken Seite hin stattfindet, sind die Krystalle rechts oder links gewunden, wie Weiss dies Verhalten bezeichnet. *Fig. 44* stellt einen solchen rechts gewundenen Quarzkrystall von rhomboedrischem Charakter vor, welcher als die Combination von [1, 0, 0], [2, 2, —1], [2, —1, —1], $x_{/}$[4, 1, —2] und $x_{/}$[8, —1, —4] zu bezeichnen sein würde. An einem eben solchen links gewundenen Krystalle würden statt der beiden letzteren die an der abwechselnden Ecke liegenden Flächen von $x_{/}$[— 2, 1, 4] und $x_{/}$[— 4, — 1, 8] vorhanden sein müssen, welche beide hemiedrische Formen dadurch leicht von einander zu unterscheiden sind, dass die Coefficienten in den Zeichen der einzelnen Flächen ihrem algebraischen Werthe nach bei den erstern in absteigender, bei den letztern in aufsteigender Reihe auf einander folgen. Krystalle, an denen sowohl die in dem eben beschriebenen Beispiele genannten, als auch noch mehrere andere Flächen von Hemiskalenoedern ganz dem rhomboedrischen Gesetze gemäss beobachtet worden sind, machen es wahrscheinlich, dass das Krystallsystem des Quarzes wirklich ein rhomboedrisches sei. Dazu kommt noch, dass die schärfern Rhomboeder, welche am Quarz beobachtet sind, gewöhnlich ohne ihre Gegenrhomboeder

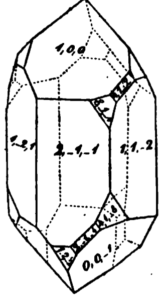


Fig. 44.

vorkommen, wiewohl sich auch diese an andern Krystallen finden, und endlich, dass nach einer Beobachtung von HAIDINGER die ausnahmsweise vorgekommenen Flächen der zweiten Säule ebenfalls hemiedrisch auftreten, als $x_{\prime}$ [1, — 1, 0], wodurch, wenn es häufiger beobachtet wäre, der rhomboedrische Charakter des Krystallsystems ausser Zweifel gesetzt werden würde. Die Projectionsbilder *Fig. X.* und *XI.* enthalten die Bezeichnung der gegenseitigen Lage der

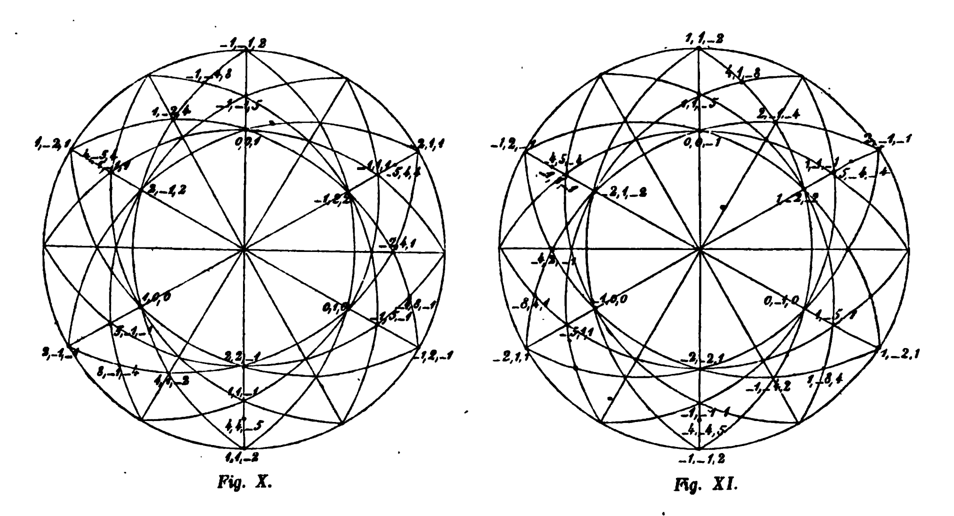


Fig. X. *Fig. XI.*

Flächenpole für das obere und untere Ende eines rechts gewundenen rhomboedrischen Quarzkrystalls, an welchem die Rhomboeder [1, 0, 0] und [— 1, 1, 1] nebst ihren Gegenrhomboedern [— 1, 2, 2] und [5, — 1, — 1], die Säule [2, — 1, — 1], das Rhomboeder [— 5, 4, 4], und die hemiedrischen Formen $x_{\prime}$ [4, 1, — 2] und $x_{\prime}$ [8, — 1, — 4] als vorhanden angenommen sind. Eine grosse Anzahl von Beobachtungen scheint andererseits ein sechsgliederiges Verhalten des Quarzes anzudeuten, indem die Rhombenflächen und Trapezflächen an vielen Krystallen nicht nur an den abwechselnden, sondern auch an den benachbarten Seitenecken vorgekommen sind, also als vollzählige Dihexaeder zweiter Ordnung und gedrehte Hälftflächner von Diskalenoedern erscheinen. Diese Formen sind von ROSE als Zwillinge gedeutet worden, wobei die Voraussetzung gemacht werden müsste, dass beide verwachsene Individuen stets eine und dieselbe Art der Drehung besitzen. Bedenkt man aber, dass das Vorkommen der Gegenkörper rhomboedrischer Formen an sich krystallographisch möglich ist, dass es in denjenigen rhomboedrischen Systemen, welche sich nach ihren Structurverhältnissen dem sechsgliederigen Falle nähern, häufiger als in andern stattfinden muss, so wird man in dem gedachten Verhalten des Quarzes einfach die Hinneigung seines Krystallsystems zum sechsgliederigen erblicken. Die geringe Deutlichkeit der Spaltungsebenen, die kaum bemerkbare Differenz ihrer Intensität in den Flächen des Hauptrhomboeders und seines Gegenrhomboeders, verbunden mit der Art und Weise der Formenentwickelung, machen den Quarz zu einem interessanten Beispiel des Uebergangs aus dem rhomboedrischen in den sechsgliederigen Fall. Wir finden in diesem Krystallsysteme eine Rechtfertigung der Stellung, welche wir dem sechsgliederigen Systeme überhaupt gegeben haben, indem dasselbe als der besondere Fall des rhomboedrischen Systems betrachtet wurde, in welchem die Träger der Körper und ihrer Gegenkörper nicht blos gleiche Neigung gegen die mittlere Axe, sondern auch gleiche absolute Werthe erhalten. Der Quarz zeigt uns, dass eine Annäherung an diesen Grenzfall des rhomboedrischen Systems, ohne denselben völlig zu erreichen, in der Natur wirklich vorhanden ist, lässt also auch unsere Anschauungsweise über die Beziehungen der rhomboedrischen und sechsgliederigen Formen zu einander als eine naturgemässe erscheinen.

Ein Beispiel parallelflächiger Hemiedrie im sechsgliederigen Falle bietet uns der Apatit dar, von welchem *Fig. 45* eine Combination der Formen [1, 1, 1], [2, —1, —1], δ[1, 0, 0], [4, 1, —2], [1, 0, —1] und δ[8, —1, —4] und *Fig. XII.* ein Projectionsbild der Flächenpole derselben Formen nebst δ[0, 1, 1], δ[—1, 1, 1] und [5, 2, —1] für das eine Ende des Krystalls giebt, wobei jedoch die Bezeichnung der einzelnen Flächen der Gegenkörper, um die Unterscheidung der beiden gleichen rhomboedrischen Axensysteme zu vermeiden, nur in Beziehung auf das Eine durchgeführt ist, so dass z. B. die mit (—1, 2, 2) bezeichnete Fläche, wie in §. 82, auch mit (1′, 0, 0) bezeichnet werden kann.

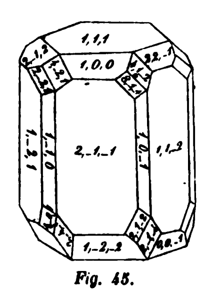


Fig. 45.

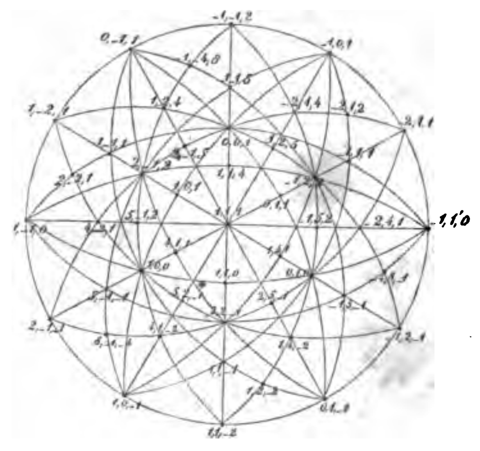


Fig. XII.

§. 84. Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen im rhomboedrischen Systeme.

Als Grundbedingung des rhomboedrischen Systems haben wir das Vorhandensein von drei gleichen unter gleichen Winkeln gegen einander geneigten ursprünglichen Cohäsionsrichtungen hingestellt. Diese Bedingung zeigt sich unmittelbar erfüllt, wo drei den Flächen eines Rhomboeders parallele Spaltungsebenen vorhanden sind. Neben solchen Spaltungsebenen sind als abgeleitete andere parallel irgend welchen gleichartigen Flächen des Systems möglich, bestimmen aber, als ursprüngliche gedacht, nur dann ein einfach rhomboedrisches Axensystem, wenn sie den Flächen eines Skalenoeders parallel sind, indem aus den sechs zu diesen gehörigen Cohäsionsrichtungen allemal zwei von einander verschiedene rhomboedrische Axensysteme resultiren, deren eines der weitern Entwickelung zu Grunde gelegt werden muss. Sind die Spaltungsebenen der Flächen eines Dihexaeders parallel, so lassen sich aus den zugehörigen Cohäsionsrichtungen zwei nur der Lage nach verschiedene, dem absoluten Werthe nach aber gleiche rhomboedrische Axensysteme als Resultirende herleiten, und da diese zu den vorhandenen Cohäsionsrichtungen absolut gleiche Beziehungen haben, wird der sechsgliederige Fall eintreten. Die gerade Endfläche und die Säulenflächen, wenn sie als Spaltungsebenen vorhanden sind, geben ursprüngliche Cohäsionsrichtungen, die für sich allein gar kein Axensystem bestimmen können, weil durch erstere eine einzige, durch letztere drei in einer Ebene liegende Richtungen erhalten werden; mit einander verbunden führen sie ebenfalls auf den sechsgliederigen Fall, indem beide zu den in demselben vorhandenen beiden gleichwerthigen rhomboedrischen Axensystemen dieselben Beziehungen haben.

Spaltbarkeit parallel den Flächen eines Rhomboeders ist der gewöhnliche Fall des einfach rhomboedrischen Systems, und ist naturgemäss dieses Rhomboeder jedesmal als das Haupt-

rhomboeder des Systems anzusehen. Beispiele untergeordneter Spaltungsebenen liefert sehr schön der Kalkspath, bei welchem dieselben neben denen des Hauptrhomboeders parallel den Flächen des ersten stumpfern Rhomboeders [0, 1, 1], der geraden Endfläche [1, 1, 1], des gewöhnlichsten Skalenoeders [2, 0, — 1], des ersten schärfern Rhomboeders [— 1, 1, 1] und der zweiten Säule [1, 0, — 1] beobachtet sind. Parallel den Dihexaederflächen liegen die Spaltungsebenen des Quarzes in der oben angegebenen Weise. Bei den entschieden sechsgliederigen Krystallen findet sich vorherrschend die Spaltungsebene der geraden Endfläche, wie beim Beryll, Apatit, Magnetkies, Molybdänglanz, neben dieser parallel den Flächen der ersten Säule, beim Apatit, minder deutlich beim Beryll.

Kapitel V.

Viergliederiges System.

§. 85.

Im viergliederigen Systeme (quadratischen, pyramidalen, monodimetrischen, tetragonalen Systeme) sind die Axenwinkel rechte, im Fundamentalverhältniss zwei Axen gleich, die dritte von ihnen verschieden. Letztere betrachten wir als verticale, die beiden gleichen als horizontale Axen, und drücken das Fundamentalverhältniss der horizontalen zur verticalen Axe durch $a : c$ aus. In den Zeichen der Flächen und Formen stellen wir die Coefficienten der gleichen Axen voran, den der verticalen Axe zuletzt, so dass das allgemeine Zeichen einer Fläche (m, n, p) hier diejenige bedeutet, welche die Axen in dem Verhältniss $\frac{1}{m} a : \frac{1}{n} a : \frac{1}{p} c$ schneidet. Dem Gesetze der Symmetrie gemäss sind hier also höchstens acht gleichwerthige Träger mit 16 zugehörigen Flächen möglich, welche folgendes allgemeine Schema enthält:

$$\begin{array}{cccc}
m, \; n, \; p & n, \; m, \; p & -m, -n, -p & -n, -m, -p \\
-m, -n, \; p & -n, -m, \; p & m, \; n, -p & n, \; m, -p \\
-n, \; m, -p & -m, \; n, -p & -n, \; m, \; p & -m, \; n, \; p \\
n, -m, -p & m, -n, -p & n, -m, \; p & m, -n, \; p.
\end{array}$$

Diese Flächen reduciren sich auf acht, wenn $m = n$ oder wenn einer der Coefficienten 0 ist, auf vier, wenn $p = 0$ und zugleich $m = n$ oder einer der beiden ersten Coefficienten verschwindet, und auf zwei, wenn $m = n = 0$.

Von den hemiedrischen Fällen entspricht der erste Fall der geneigtflächigen Hemiedrie $\varkappa[m, n, p]$ dem tetraedrischen Falle des regelmässigen Systems, es sind in demselben nur die Flächen vorhanden, in deren Zeichen eine ungerade, oder nur die, in deren Zeichen eine gerade Anzahl positiver Coefficienten vorkommt, also die ausschliesslich in die linke oder rechte Hälfte des obigen Schemas fallenden; ein zweiter Fall der geneigtflächigen Hemiedrie, die gedrehte Hemiedrie, ist hier zwar auch denkbar, bis jetzt aber nicht wirklich beobachtet, in den Flächenzeichen der dazu gehörigen Formen würden bei gleichem Vorzeichen von p die Coefficienten m und n in dieser oder entgegengesetzter Reihenfolge stehen, je nachdem sie dasselbe oder entgegengesetzte Vorzeichen haben,

also zu den beiden obern Flächenzeichen der ersten und vierten Columne des Schemas die beiden untern der zweiten und dritten gehören; die parallelflächig hemiedrischen Formen $\pi[m, n, p]$ endlich enthalten die Flächen, in deren Zeichen bei entgegengesetztem Vorzeichen von p die Coefficienten m und n in dieser oder der umgekehrten Reihenfolge stehen, je nachdem sie gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen haben, also aus dem Schema die in der ersten und dritten oder zweiten und vierten Columne aufgeführten Flächen. Die Formen, in deren Zeichen $m = n$, sind nur der ersten, die, für welche $p = 0$, nur der letzten Art der Hemiedrie fähig, und diejenigen, für welche m oder n verschwindet, können gar nicht hemiedrisch auftreten.

§. 86. Zweite Säule und gerade Endfläche.

Die Verschiedenheit der beiden horizontalen Axen von der verticalen hat zur Folge, dass die durch die Endpunkte einer jeden Axe den beiden andern parallel gelegten Flächen (1, 0, 0), (0, 1, 0) und (0, 0, 1) nicht mehr, wie in den gleichaxigen Systemen, einer, sondern zwei verschiedenen Krystallformen angehören, welche zusammengenommen zwar eine vollständige Begrenzung des Raums geben, und zwar als quadratische Säule mit gerader Endfläche erscheinen (*Fig. 46*), aber in dieser Gestalt als Combination zweier Formen [1, 0, 0] und [0, 0, 1] angesehen werden müssen, welche einzeln den Raum nicht begrenzen.

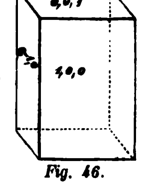
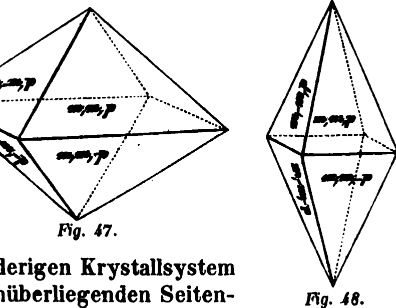


Fig. 46.

Die erste dieser Formen, [1, 0, 0], enthält die gleichwerthigen Flächen (1, 0, 0) und (0, 1, 0), und bildet die **zweite Säule**, deren Flächen die Gestalt rechtwinkeliger Parallelogramme haben und unter rechten Winkeln gegen einander geneigt sind; die zweite, [0, 0, 1], besteht aus der **geraden Endfläche**, welche in Gestalt eines Quadrats in der Combination mit der Säule erscheint. Beide können unabhängig von einander in Combination mit andern Formen des Systems erscheinen. Bei der Säule ist dies sehr häufig der Fall, während die gerade Endfläche minder oft isolirt erscheint.

§. 87. Viergliederige Octaeder erster Ordnung.

Die Formen $[m, m, p]$ sind **viergliederige Octaeder** (Quadratoctaeder, quadratische Pyramiden), welche von acht gleichschenkeligen Dreiecken eingeschlossen werden, deren Grundlinien die vier Seitenkanten des Octaeders, die gleichen Schenkel die Endkanten desselben bilden. Diese Octaeder sind stumpfer (*Fig. 47*) oder schärfer (*Fig. 48*) als das regelmässige, je nachdem $\frac{1}{m}a$ grösser oder kleiner als $\frac{1}{p}c$ ist. Wir nennen sie die viergliederigen Octaeder **erster Ordnung**.


Fig. 47. *Fig. 48.*

Unter diesen Formen ist [1, 1, 1] die einfachste, und legen wir dieselbe als **Hauptoctaeder** jedem besondern viergliederigen Krystallsystem zu Grunde, da die Verbindungslinien der gegenüberliegenden Seiten-

und Endecken dieses Octaeders in dem Fundamentalverhältnisse der Axen $a:c$ zu einander stehen, welches letztere daher auch aus den Neigungswinkeln der Flächen dieses Octaeders am einfachsten bestimmt werden kann (vergleiche §. 48). Ein jedes Octaeder erster Ordnung, für welches $p > m$, ist stumpfer, und für welches $m > p$, ist schärfer als das Hauptoctaeder.

§. 88. Erste Säule

Die Form [1, 1, 0], welche als die Grenze aller schärfern Octaeder erster Ordnung erhalten wird, ist eine quadratische Säule, welche wir die **erste Säule** dieses Systems nennen.

Die Flächen der ersten Säule, welche senkrecht auf einander stehen, sind gegen die benachbarten Flächen der zweiten Säule unter Winkeln von 135° geneigt, und geben also in der Combination mit diesen eine regelmässig achtseitige Säule.

§. 89. Viergliederige Octaeder zweiter Ordnung.

Die Formen $[m, o, p]$ sind ebenfalls **viergliederige Octaeder**, unterscheiden sich jedoch von denen erster Ordnung durch ihre Stellung gegen die Axen und die übrigen Formen des Systems, weshalb wir sie viergliederige Octaeder **zweiter Ordnung** nennen.

Die Flächen der Octaeder zweiter Ordnung haben für $p = o$ zur Grenze die zweite Säule, und erscheinen daher in analoger Stellung gegen diese, wie die der Octaeder erster Ordnung gegen die erste Säule. Die in *Fig. 49* und *50* dargestellten Combinationen eines Octaeders erster Ordnung mit der ersten und zweiten Säule werden also gerade umgekehrt erhalten, wenn das Octaeder zweiter Ordnung ist.

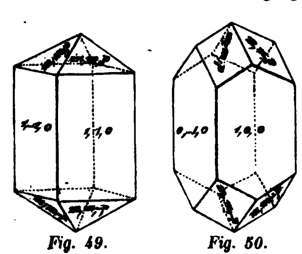


Fig. 49. *Fig. 50.*

Durch die Flächen beider Säulen und die gerade Endfläche werden zwei verticale Zonen bestimmt, welche wir die der ersten und zweiten Säule nennen [1, — 1, 0] und [0, 1, 0] oder, auf die andern Säulenflächen bezogen, [— 1, — 1, 0] und [1, 0, 0]. In den ersten dieser Zonen liegen die Flächen aller Octaeder erster, in den letzten die aller Octaeder zweiter Ordnung. Dieselben Zonen können auch aus beiden Octaedern erhalten werden, indem sie durch je zwei in einer Seitenkante benachbarte Flächen derselben bestimmt sind. Die durch zwei in einer Endkante benachbarte Flächen eines Octaeders bestimmte Zone, welche wir die Endkantenzone oder kurz Kantenzone desselben nennen, ist für die Formenentwickelung von Bedeutung. Für das Octaeder erster Ordnung $[m, m, p]$ ist dieselbe $[p, o, -m]$, für das zweiter Ordnung $[m, o, p]$ aber $[p, p, -m]$. Das Octaeder, dessen Flächen in die Kantenzone eines Octaeders anderer Ordnung fallen, nennen wir das nächste stumpfere des letztern, dieses umgekehrt das nächste schärfere des erstern. Durch Wiederholung dieser Ableitung lässt sich aus irgend einem Octaeder eine Reihe stumpferer und schärferer erhalten, deren Zeichen zu dem des Ausgangsoctaeders sehr einfache Beziehungen haben. Es wird nämlich das nächste stumpfere Octaeder von $[m, m, p]$ nach dem Obigen $[m, o, p]$, das nächste stumpfere von $[m, o, p]$ wird $[m, m, 2p]$, also umgekehrt, das nächste schärfere von $[m, m, p]$, $[2m, o, p]$ u. s. f. Gehen wir von dem Hauptoctaeder [1, 1, 1] aus, so erhalten wir folgende Reihe

[1, 1, 1]	Hauptoctaeder,	[1, 1, 1]	Hauptoctaeder,
[1, 0, 1]	erstes stumpferes,	[2, 0, 1]	erstes schärferes,
[1, 1, 2]	zweites „	[2, 2, 1]	zweites „
[1, 0, 2]	drittes „	[4, 0, 1]	drittes „
[1, 1, 4]	viertes „	[4, 4, 1]	viertes „

u. s. f.

Die Reihe dieser Octaeder nennen wir die Hauptreihe des Systems, in welcher das Hauptoctaeder mit dem zweiten, vierten und überhaupt jedem geraden schärfern oder stumpfern „Octaeder erster“, das erste, dritte, und jedes andere ungerade schärfere oder stumpfere „Octaeder zweiter Ordnung“ sind. Die Octaeder der Hauptreihe kommen häufiger als andere an Krystallen vor.

§. 90. Dioctaeder.

Die Formen $[m, n, p]$ sind **Dioctaeder** (Vier und Vierkantner, octogonale Pyramiden) (*Fig. 51*). Sie werden von 16 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt, welche acht in einer Ebene liegende und ein symmetrisches Achteck bildende Seitenkanten und je vier und vier abwechselnd schärfere und stumpfere nach beiden Seiten der Axe c in eine Spitze zusammenlaufende Endkanten bilden.



Fig. 51.

Die Endkanten eines Dioctaeders $[m, n, p]$ entsprechen abwechselnd denen des Octaeders erster Ordnung $[m, m, p]$ und zweiter Ordnung $[m + n, o, p]$, und liegen demgemäss die Flächen dieses Dioctaeders in den Kantenzonen beider Octaeder.

§. 91. Achtseitige Säule.

Die Grenzform der Dioctaeder für $p = o$ wird $[m, n, o]$ die **achtseitige Säule** mit abwechselnd schärfern und stumpfern Kanten.

Die Flächen der symmetrisch achtseitigen Säule liegen in den gleichen verticalen Zonen wie die der Dioctaeder, deren Seitenkanten dasselbe symmetrische Achteck bilden, wie der Durchschnitt der Säule mit einer horizontalen Ebene, d. h. aller derer, in deren Zeichen das Verhältniss $m : n$ dasselbe ist, wie im Zeichen der Säule. Die Säulen haben also dieselben Beziehungen zu diesen Dioctaedern, wie die erste und zweite Säule zu den Octaedern erster und zweiter Ordnung.

Dioctaeder und achtseitige Säulen kommen nie selbstständig, sondern nur in Combinationen vor, was bei letztern schon daraus nothwendig folgt, dass sie für sich den Raum nicht völlig begrenzen. Ein Beispiel einer Combination, in welcher eine achtseitige Säule enthalten ist, giebt *Fig. 52*, eine Combination des Vesuvians. Ueberhaupt erscheinen die Formen dieses Systems sehr selten selbstständig, fast immer in solchen Combinationen, in welchen die quadratischen Säulen vorherrschen, und zwar entweder absolut als die ausgedehntesten Flächen der Krystalle auftreten, oder doch, selbst wenn sie klein bleiben, den Krystallen den Totalhabitus vier- oder achtseitiger Tafeln geben.

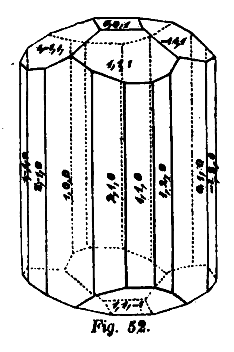


Fig. 52.

Diese Erscheinung ist eine Folge der Ungleichheit der Axen in ihrem Fundamentalverhältniss und muss sich daher, bei diesem System zuerst hervortretend, bei allen folgenden in noch höherm Grade wiederholen, wo eine grössere Verschiedenheit der Axen eintritt, als hier.

Das Projectionsbild *Fig. XIII.* giebt eine Uebersicht der gegenseitigen Lage der Flächenpole für den holoedrischen Fall des Systems.

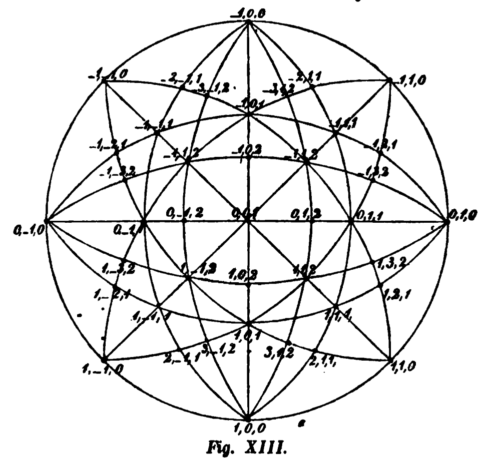


Fig. XIII.

§. 92. Hemiedrische Formen. Geneigtflächige Hemiedrie.

Die hemiedrischen Formen dieses Systems kommen nur in einzelnen Fällen und untergeordnet vor.

Die einfachste Form des geneigtflächig hemiedrischen Falles ist $\varkappa\,[m,\ m,\ p]$ das viergliederige Tetraeder (quadratische oder tetragonale Sphenoid) (*Fig. 53*). Dasselbe wird von vier gleichschenkeligen Dreiecken begrenzt, die zu je zwei mit ihrer Grundlinie an einander stossen. Die Verbindungslinie der Mitten beider hierdurch gebildeter Kanten ist die Axe c, während die beiden Axen a die Mitten zweier gegenüberliegender von den vier übrigen Kanten, in welchen die gleichen Schenkel der dreieckigen Flächen liegen, verbinden.

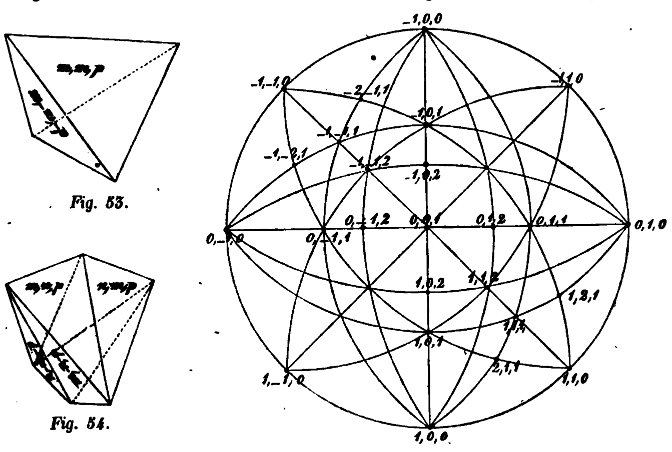


Fig. 53.

Fig. 54.

Fig. XIV.

Nächst dieser ist nur noch eine Form dieses Falles möglich, $\varkappa\,[m,\ n,\ p]$, das viergliederige Skalenoeder (quadratische oder tetragonale Skalenoeder, Disphenoid) (*Fig. 54*), welches von acht ungleichseitigen Dreiecken begrenzt wird, die zu je zwei über einer Fläche eines viergliederigen Tetraeders liegen, mit welcher sie die gleichen Schenkel gemeinschaftlich haben.

Das Projectionsbild *Fig. XIV.* zeigt die gegenseitige Lage der Flächenpole in diesem Falle.

Dieser Fall der geneigtflächigen Hemiedrie ist beim Kupferkies beobachtet, dessen viergliederiges Tetraeder dem regelmässigen so nahe kommt, dass es erst durch neuere Messungen als verschieden von demselben erkannt worden ist (die Neigung zweier in der Endkante an einander stossender Flächen beträgt 71° 20′, beim regelmässigen Tetraeder 70° 31′ 44″). Es kommen ausserdem beim Kupferkies auch die Flächen beider Tetraeder zugleich vor, so dass die Krystalle holoedrisch erscheinen, so jedoch, dass der physikalische Unterschied beider tetraedischer Hälften durch die ungleiche Ausdehnung der ihnen angehörigen Flächen sich zu erkennen giebt. *Fig. 55* stellt eine solche octaedrische Combination des Kupferkieses vor, in welcher die Hemiedrie $\varkappa$[1, 1, 1] unvollständig geblieben ist, während die übrigen Formen [1, 1, 0] und [0, 1, 1] an der geneigtflächigen Hemiedrie überhaupt nicht Theil nehmen, und demgemäss vollzählig und im Gleichgewicht vorhanden sind.

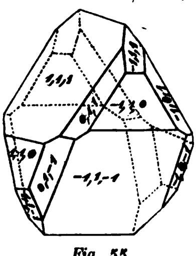


Fig. 55.

§ 93. Parallelflächige Hemiedrie.

Der parallelflächig hemiedrische Fall tritt nur bei den Formen $\pi[m, n, p]$ ein (die Form $\pi[m, n, o]$ nur als Grenzfall betrachtet) und würden diese Formen, wenn sie selbstständig vorhanden wären, wiederum quadratische Octaeder werden, welche sich von den viergliederigen Octaedern erster und zweiter Ordnung nur durch ihre Stellung unterscheiden. Man könnte sie Octaeder in gewendeter Stellung nennen.

Die Flächen dieser Formen erscheinen untergeordnet zu je zwei an jeder Seitenecke eines viergliederigen Octaeders, und zwar stets die in einer horizontalen Kante einander schneidenden; in dem Falle $\pi[m, n, o]$ als quadratische Säule in gewendeter Stellung gegen die viergliederigen Octaeder. Das Projectionsbild *Fig. XV.* giebt die Lage der Flächenpole in diesem Falle an.

Das Hauptbeispiel dieser Art von Hemiedrie liefert der Tungstein, von welchem (*Fig. 56*) eine Combination abgebildet ist, und auf welchen sich auch die in dem Projectionsbilde angegebenen Flächen beziehen. Auffallend ist, dass an den Krystallen desselben bis jetzt noch keine Säulenflächen beobachtet sind. Am Scheelbleierz ist dagegen auch die Form π[1, 2, 0] beobachtet.

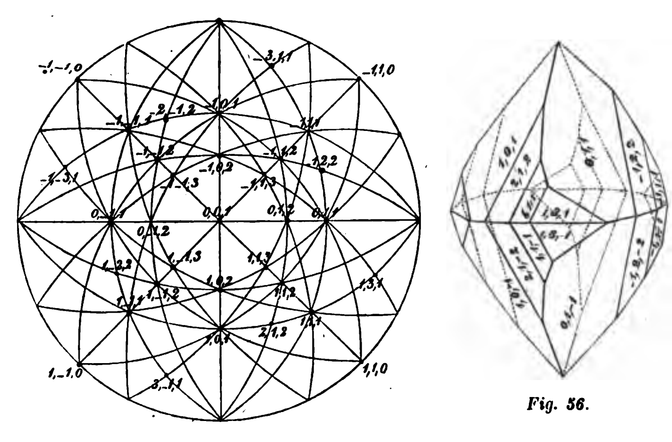


Fig. XV. *Fig. 56.*

§. 94. Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen als Bedingungen des Systems.

Dem Grundcharakter des viergliederigen Systems gemäss wird dasselbe am einfachsten bedingt durch das unmittelbare Vorhandensein dreier auf einander

senkrechter Richtungen der Cohäsion, deren zwei einander gleich und von der dritten verschieden sind, und dem entsprechend durch drei auf einander senkrechte Spaltungsebenen, deren zwei eine gleiche und von der dritten verschiedene Intensität besitzen, oder welche den Seitenflächen und der geraden Endfläche einer quadratischen Säule parallel sind. Es wird aber auch dann dasselbe Krystallsystem erhalten werden, wenn die ursprünglichen, in den vorhandenen Spaltungsebenen erkennbaren Cohäsionsrichtungen von gleicher Intensität den gleichwerthigen Trägern irgend einer Krystallform des Systems parallel sind, da in jedem solchen Falle die krystallographischen Axen als aus der Gesammtheit der vorhandenen Kräfte resultirende leicht erhalten werden. Demgemäss erkennen wir das Vorhandensein von Spaltungsebenen parallel den Flächen beider Säulen, der geraden Endfläche und der verschiedenen viergliederigen Octaeder als diesem Systeme entsprechend, so jedoch, dass dieselben nur in dem letzten Falle gleiche Intensität besitzen können, während bei gleicher Intensität von Spaltungsebenen, die einer quadratischen Säule und deren gerader Endfläche parallel sind, das Krystallsystem nicht viergliederig bleiben würde, sondern in das regelmässige übergehen müsste.

Kapitel VI.

Zwei und zweigliederiges System.

§. 95.

Im zwei und zweigliederigen System (rhombischen, orthorhombischen, anisometrischen, orthotypen, prismatischen, trimetrischen, ein und einaxigen System) sind drei ungleiche auf einander senkrechte Axen vorhanden. Die höchste mögliche Zahl gleichwerthiger Träger ist demgemäss vier, und der zugehörigen Flächen acht, welche im folgenden allgemeinen Schema bezeichnet sind:

$$\begin{array}{llll} m, \; n, \; p & -m, -n, \; p & m, -n, -p & -m, \; n, -p \\ -m, -n, -p & m, \; n, -p & -m, \; n, \; p & m, -n, \; p. \end{array}$$

Wird einer der Coefficienten Null, so reducirt sich die Zahl der Träger auf zwei, die der Flächen auf vier, und wenn zwei Coefficienten verschwinden, so bleibt nur ein Träger mit zwei parallelen Flächen vorhanden.

Hemiedrische Fälle sind zwei beobachtet. Erstens die geneigtflächige Hemiedrie des tetraedrischen Falles, bei welcher nur die Flächen einer Form vorhanden sind, in deren Zeichen sich eine ungerade oder gerade Anzahl positiver Coefficienten befindet, und welche, wie in den vorigen Systemen, mit $\varkappa[m, n, p]$ bezeichnet wird; und zweitens die geneigtflächige Hemiedrie, bei welcher in Beziehung auf eine Axe nur die an dem einen oder dem andern Ende liegenden Flächen sich finden. Die letztere Art von Hemiedrie drücken wir in dem Zeichen dadurch aus, dass wir das algebraische Vorzeichen derjenigen Seite der Axe, an welcher die betreffenden Flächen vorhanden sind, über den Coefficienten dieser Axe setzen; so bezeichnet $[m, o, \overset{+}{p}]$ die hemiedrische Form von $[m, o, p]$, deren Flächen nur am positiven Ende der Axe c auftreten, $[m, n, \overset{-}{p}]$ die, deren

Flächen nur am negativen Ende derselben Axe vorhanden sind. Wir nennen diesen Fall den der polaren Hemiedrie. Die polare Hemiedrie kann nur bei solchen Formen eintreten, in deren Zeichen der Coefficient der betreffenden Axe nicht verschwindet, die tetraedrische nur bei den Formen, in deren Zeichen kein Coefficient Null ist. Da von den drei Axen des Systems keine vor den andern sich besonders auszeichnet, so ist es an sich gleichgültig, in welcher Stellung wir uns einen Krystall hier denken, doch wird die einmal gewählte Bezeichnung der Axen in jedem Falle beizubehalten sein, und wollen wir demgemäss die Axe *c* stets als die verticale, die Axe *a* als die dem Beobachter zugekehrte, und die Axe *b* als die seitwärts gerichtete horizontale ansehen.

§. 96. Zwei und zweigliederige Octaeder.

Die Formen $[m, n, p]$ sind die einzigen in diesem Systeme, welche selbstständig auftreten können, weil ihre Flächen den Raum vollständig begrenzen. Sie sind zwei und zweigliederige Octaeder (Rhombenoctaeder, orthorhombische Pyramiden oder Octaeder) und werden von acht ungleichseitigen Dreiecken begrenzt. Die Verbindungslinien der gegenüberliegenden Ecken derselben sind die Axenabschnitte, und je vier in einer Ebene liegende Kanten bilden einen Rhombus. *Fig. 57* und *58* stellen solche Octaeder dar, je nachdem die Axe, deren Abschnitt den grössten oder kleinsten absoluten Werth hat, als verticale genommen wird.

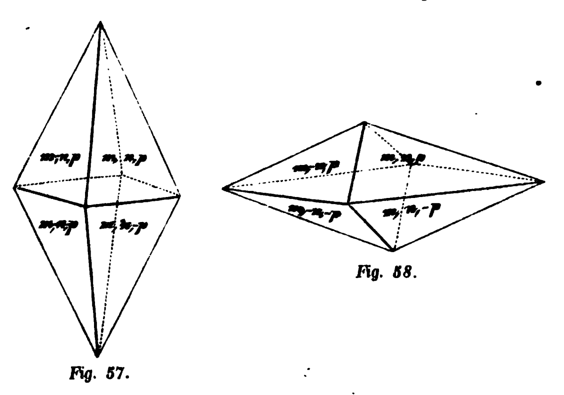


Fig. 57. *Fig. 58.*

Unter allen Octaedern eines zwei und zweigliederigen Systems ist [1, 1, 1] das einfachste, welches man daher auch als Grundform des Systems angesehen hat, zumal, da aus den Neigungswinkeln seiner Flächen gegen einander das Fundamentalverhältniss der Axen sich unmittelbar ergiebt. Es kommt jedoch dies Octaeder, sowie überhaupt alle Octaeder dieses Systems, nur in höchst seltenen Fällen selbstständig, ja der Regel nach, wo es sich in Combinationen findet, von untergeordneter Ausdehnung vor, so dass man sich seltener der Octaeder, als der übrigen Formen des Systems zur Bestimmung des Axenverhältnisses bedient. Zu beachten sind die durch je zwei benachbarte Flächen eines Octaeders bestimmten Zonen, welche drei verschiedene Kantenzonen bilden, deren eine, der vorher festgestellten Bezeichnungsweise gemäss, zugleich die verticale Zone dieses Octaeders wird. Wir erhalten als Zone zwischen den Flächen

(m, n, p) und $(m, -n, p)$ die Zone $[p, o, -m]$, die vordere Kantenzone,
(m, n, p) „ $(-m, n, p)$ „ „ $[o, -p, n]$, die seitliche Kantenzone,
(m, n, p) „ $(m, n, -p)$ „ „ $[-n, m, o]$, die verticale Zone.

Die Bedingungen dafür, dass eine Fläche (m', n', p') in die erste, zweite oder dritte dieser Zonen falle, sind $mp' = m'p$ oder $np' = n'p$ oder $mn' = m'n$.

§. 97. Rhombische Säulen.

Die Formen, in deren Zeichen ein Coefficient Null ist, sind vierseitige Säulen mit gleichen Flächen, welche sich unter schiefen Winkeln schneiden, und derjenigen Axe parallel liegen, deren Coefficient verschwindet. Der Querschnitt derselben mit einer auf dieser Axe senkrechten Ebene wird daher ein Rhombus, weshalb wir sie rhombische Säulen (geschobene vierseitige Säulen, rhombische oder orthorhombische Prismen und Domen) nennen.

Der Stellung nach müssen wir drei Arten solcher Säulen unterscheiden: [*m*, *n*, *o*] verticale, welche der Axe *c* parallel sind, [*m*, *o*, *p*] horizontale Quersäulen, der Axe *b*, und [*o*, *n*, *p*] horizontale Längssäulen, der Axe *a* parallel. Letztere beiden werden auch als gerade Zuschärfungen des Endes (der Axe *c*) bezeichnet.

Die Flächen der rhombischen Säulen stehen allemal in einfacher Beziehung zu denen eines zwei und zweigliederigen Octaeders, indem in jeder der drei Kantenzonen des letztern die Flächen einer der drei möglichen Arten von rhombischen Säulen liegen. Es gehören in diesem Sinne zu dem Octaeder [*m*, *n*, *p*] die Säulen [*m*, *n*, *o*], [*m*, *o*, *p*] und [*o*, *n*, *p*], und würden diese, wenn sie alle im Gleichgewicht vorhanden wären, einen Körper begrenzen, dessen Beziehungen zu dem betreffenden Octaeder dieselben wären, wie die des Rhombendodecaeders zum regelmässigen. Eine Eigenthümlichkeit des zwei und zweigliederigen Systems ist es aber, dass drei in dieser Weise zusammengehörige Formen nur selten an demselben Krystall vorkommen, und selbst wenn dies der Fall ist, stets eine oder zwei der Ausdehnung nach der dritten untergeordnet, sehr häufig dagegen Combinationen von zweien dieser Formen. Die in dieser Art Combination bedingte Begrenzung der Krystalle in der Richtung der Axen durch Paare gleichartiger Flächen bestimmt den vorherrschenden Habitus der Krystalle dieses Systems, welcher in der von uns angenommenen Weiss'schen Benennung desselben treffend ausgedrückt ist. Wenn, wie in *Fig. 59*, eine der Säulen vorherrschend ist, tritt die Verschiedenheit des krystallographischen Werthes beider unmittelbar an den Tag, sind sie, wie in *Fig. 60*, im Gleichgewicht, so entsteht ein Körper, welchen man leicht in anderer Stellung zu denken geneigt sein könnte, so dass hier die Axe *a* die verticale würde, und welcher in dieser Stellung als ein Octaeder mit ungleichseitig rechtwinkeliger Basis, ein Oblongoctaeder, erscheinen würde. Ein ähnlicher Körper würde auch auf ähnlichem Wege wie im viergliederigen Systeme als das nächste schärfere oder stumpfere eines zwei und zweigliederigen Octaeders erhalten werden, wenn die in beiden benachbarten Endkantenzonen liegenden Flächen im Gleichgewichte wären. In den meisten Fällen findet aber, der fundamentalen Verschiedenheit der Axen entsprechend, kein Gleichgewicht statt, sondern eine der Säulen ist die vorherrschende.

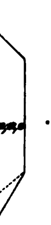


Fig. 59. *Fig. 60.*

Im Allgemeinen werden wir die Axe *c* den Flächen der an einem Krystall vorherrschenden rhombischen Säule parallel denken, da indessen an verschiedenen Krystallen derselben Gattung die verschiedenen Arten rhombischer Säulen die herrschenden werden können, so ist bei der Vergleichung derselben unter einander nicht sowohl auf die an jedem vorhandene absolute Ausdehnung der Flächen, als vielmehr allein auf deren durch die Neigungswinkel bestimmte gegenseitige Lage zu achten, um alle verschiedenen Combinationen derselben Gattung auf dasselbe Axensystem zurückzuführen. Je nach dem Vorherrschen der einen oder andern rhom-

bischen Säule werden die Krystalle derselben Gattung in der gleichen Stellung gegen die Axen als Säulen oder Tafeln im gewöhnlichen Sinne erscheinen, d. h. die Ausdehnung in der Richtung der Höhe grösser oder kleiner werden als in den andern Richtungen, ohne dass dadurch eine Verschiedenheit derselben im krystallographischen Werthe entstände. Die Mannigfaltigkeit in den Erscheinungen der Krystalle dieses Systems ist nicht durch die Verschiedenartigkeit der Formen desselben, sondern vielmehr durch verschiedene Art des Auftretens ähnlicher Formen bedingt, und zwar vorzugsweise der dreierlei rhombischen Säulen.

§. 98. Endflächen.

Die Formen [0, 0, 1], [0, 1, 0] und [1, 0, 0] bestehen aus je zwei parallelen Flächen, welche an den Enden der Axen c, b und a erscheinen und deshalb Endflächen oder gerade Endflächen dieser Axen heissen. Nach der allgemein angenommenen Stellung der Axen lassen sie sich auch besonders bezeichnen, und wird dann die Endfläche der Axe c schlechtweg Endfläche, die der Axe b die seitliche, die der Axe a die vordere zu nennen sein (orthorhombische Basis-, Längs- und Querflächen). Die Combination dieser drei Formen (*Fig. 61*), bildet ein rechtwinkeliges Parallelepipedum mit ungleichen Flächen, dessen Kanten, bei normaler Ausbildung der Flächen in dem Fundamentalverhältnisse der Axen zu einander stehen.

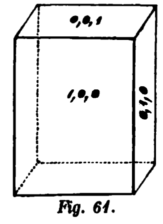
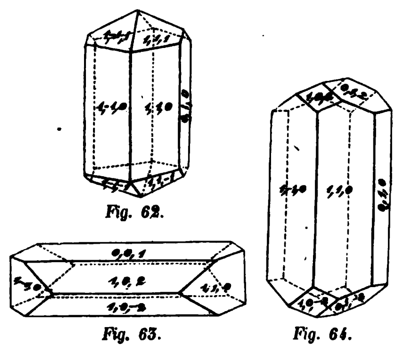


Fig. 61.

Die Endflächen sind selten alle zugleich an einem Krystalle vorhanden, sehr häufig aber eine oder die andere derselben in Combination mit Octaedern und rhombischen Säulen. Als Beispiele solcher Combinationen dienen *Fig. 62*, *63* und *64*, in deren ersterer eine rhombische


Fig. 62. *Fig. 63.* *Fig. 64.*

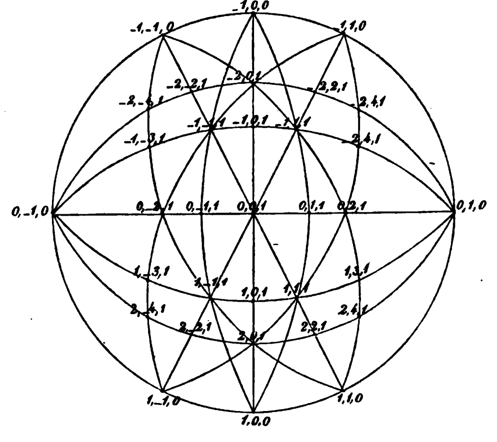


Fig. XVI.

Säule mit einem Octaeder und der seitlichen Endfläche, in *Fig. 63* zwei rhombische Säulen mit der Endfläche und in *Fig. 64* drei zu demselben Octaeder gehörige rhombische Säulen mit der seitlichen Endfläche verbunden sind.

Zur Uebersicht der gegenseitigen Lage der Flächenpole in diesem System dient das Projectionsbild *Fig. XVI.*

§. 99. Tetraedrische Hemiedrie.

Der Fall der tetraedrischen Hemiedrie ist nur bei den zwei und zweigliederigen Octaedern möglich, es giebt also nur die eine Form derselben

$\varkappa[m, n, p]$. Diese Form, selbstständig gedacht, wird ein **zwei und zweigliederiges Tetraeder** (orthorhombisches Sphenoid) (*Fig. 65*), welches von vier congruenten ungleichseitigen Dreiecken begrenzt wird.

Fig. 65. Fig. 66.

Diese hemiedrischen Formen sind bis jetzt noch nicht selbstständig beobachtet worden, sondern nur in Combinationen mit holoedrischen Formen des Systems vorgekommen. Vorherrschend findet sich das Tetraeder $\varkappa[1, 1, 1]$ beim Bittersalz (*Fig. 66*), mit der rhombischen Säule [1, 1, 0] und der seitlichen Endfläche [0, 1, 0] combinirt, wozu mitunter noch die Flächen anderer rhombischer Säulen und Tetraeder kommen (es werden $\varkappa[1, 2, 1]$ und $\varkappa[2, 1, 1]$ angegeben). Untergeordnet ist ein zwei und zweigliederiges Tetraeder am Manganit in Combination mit Octaedern und rhombischen Säulen beobachtet worden.

§. 100. Polare Hemiedrie.

Die polar-hemiedrischen Formen können niemals selbstständig vorhanden sein, da sie in der Richtung derjenigen Axe, in Beziehung auf welche die Hemiedrie stattfindet, den Raum nur einseitig begrenzen, es werden daher in diesem Falle an den beiden Enden der gedachten Axe verschiedene Formen vorhanden sein, wenn die Hemiedrie vollständig ist, theilweise verschiedene, wenn sie nur einzelne Formen des Systems ergreift.

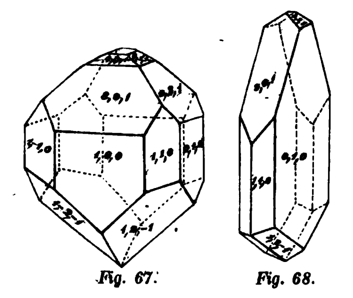


Fig. 67. Fig. 68.

Das Hauptbeispiel dieses Falles der Hemiedrie bietet das Kieselzinkerz dar, von welchem *Fig. 67* und *68* zwei verschiedene Combinationen zeigen, in denen die Hemiedrie sehr deutlich hervortritt. Die Combination *Fig. 67* ist auf dem Altenberge bei Aachen, *Fig. 68* zu Nertschinsk vorgekommen. In beiden sind die Formen [1, 1, 0] und [0, 1, 0] mit $[0, 1, \overset{+}{1}]$, $[3, 0, \overset{+}{1}]$ und $[1, 2, \overset{-}{1}]$ combinirt, zu denen in *Fig. 67* noch [1, 0, 0], $[1, 0, \overset{+}{1}]$, $[0, 3, \overset{+}{1}]$ und $[0, 0, \overset{+}{1}]$ kommen. An andern Krystallen desselben Fundorts sind noch andere Octaeder und horizontale Säulen des positiven Endes der Axe c beobachtet worden, während Krystalle von andern Fundorten die Form [0, 1, 1] auch holoedrisch enthalten.

§. 101. Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen als Bedingung des Systems.

Die dem zwei und zweigliederigen Systeme als Bedingung zu Grunde gelegten drei ungleichen auf einander senkrechten ursprünglichen Cohäsionsrichtungen sind unmittelbar erkennbar, wenn drei auf einander senkrechte Spaltungsebenen von ungleicher Intensität vorhanden sind, welche dann den drei verschiedenen geraden Endflächen parallel liegen. Als Resultanten anders gerichteter ursprünglicher Cohäsionskräfte werden drei solche Richtungen erhalten werden, wenn die ursprünglichen Kräfte von gleicher Stärke in der Richtung der Träger irgend welcher Formen des Systems vorhanden sind. In allen letztern Fällen werden die Spaltungsebenen den Flächen der zugehörigen Formen parallel sein. Da nun die Octaeder die einzigen Formen des Systems sind, welche selbstständig den

Raum völlig begrenzen, so werden nur dann, wenn die Spaltungsebenen den Flächen eines Octaeders parallel sind, alle von gleicher Intensität sein können, und zugleich das Fundamentalverhältniss der Axen völlig bestimmen. Dieser Fall sowohl als der zuerst erwähnte dreier ungleicher auf einander senkrechter Spaltungsebenen kommt in der Natur vor, allein seltener als andere. Spaltungsebenen gleicher Intensität können ausser dem vorgedachten Falle nur je zwei, den Flächen einer rhombischen Säule parallel, vorkommen. Zu diesen ist, um das System völlig zu bestimmen, dann mindestens noch eine dritte erforderlich, welche auf den beiden ersten senkrecht steht, d. h. parallel der geraden Endfläche der rhombischen Säule. In der That ist eine solche Combination ursprünglicher Cohäsionsrichtungen sehr häufig vorhanden. An die Stelle einer der drei auf den Axen senkrechten Endflächen kann auch jedesmal ein Paar von Flächen treten, die einer mit dieser Endfläche in dieselbe Krystallzone fallenden rhombischen Säule entsprechen. Es giebt daher nur drei Arten des Auftretens ursprünglicher Cohäsionsrichtungen und durch dieselben bedingter Spaltungsebenen, welche einem zwei und zweigliederigen System zu Grunde liegen können, sie sind entweder einzelne, und stehen dann, wenn mehrere solche vorhanden, senkrecht auf einander, oder zweitens paarweise gleich, dann mit gleicher Neigung gegen die einzelnen, oder drittens zu je vier gleich mit gleicher Neigung aller gegen jede einzelne.

Kapitel VII.

Zwei und eingliederiges System.

§. 102.

Im zwei und eingliederigen Systeme (klinorhombischen, hemiorthotypen, klinometrischen, augitischen, monoklinoedrischen, monoklinometrischen, orthorhomboidischen Systeme) steht eine Axe auf den beiden andern senkrecht, welche letztere schiefe Winkel mit einander machen.

Wir denken uns die Krystalle stets in derjenigen Stellung, bei welcher die Axen a und c, welche schief gegen einander geneigt sind die vordere, dem Beobachter zugewendete a, und die verticale Axe c werden, und zwar so, dass der stumpfe Neigungswinkel dieser Axen sich auf der obern Seite befindet, während die seitliche Axe b die auf den beiden andern senkrechte ist.

Die grösstmögliche Zahl gleichwerthiger Träger ist zwei, welche stets in einer auf der Ebene ac senkrechten Ebene liegen müssen, der zugehörigen gleichartigen Flächen also vier. Es giebt folglich in diesem Systeme keine Formen, welche selbstständig auftreten können, sondern es ist eine Combination von mindestens zwei Formen erforderlich, um den Raum völlig zu begrenzen. Die allgemeine Form des Systems $[m, n, p]$ wird von den vier Flächen

$$m, n, p \qquad m, -n, p \qquad -m, n, -p \qquad -m, -n, -p$$

begrenzt, welche sich, wenn $n = 0$, oder wenn $m = p = 0$ auf zwei zu demselben Träger gehörige, also einander parallele Flächen reduciren.

§. 103. Rhombische Säulen und Flächenpaare.

Es giebt in diesem Systeme nur zweierlei Formen, **rhombische Säulen** und **parallele Flächenpaare**, aus deren Combinationen die Krystalle bestehen, und ist der hieraus folgende Charakter derselben dadurch ausgesprochen, dass auf jeder Seite des Krystalls neben den paarweise gleichartigen Säulenflächen in gewissen Richtungen isolirte Flächen vorhanden sind. Dieser Typus der Krystalle ist in der Benennung zwei und eingliederig sehr bestimmt ausgedrückt.

Unter den rhombischen Säulen sind die Formen $[m, n, o]$ häufig die vorherrschenden. Bei der von uns angenommenen Stellung der Axen erscheinen diese Säulen, deren Flächen der Axe c parallel sind, als verticale. Sie liegen sämmtlich in einer Zone, der horizontalen Zone, so genannt, weil die Träger aller in dieselbe fallenden Flächen in einer Horizontalebene liegen. Denn die durch zwei Flächen einer solchen Form, etwa $(1, 1, 0)$ und $(1, -1, 0)$, bestimmte Zone $[0, 0, 1]$ enthält alle Flächen, für welche $p = 0$ ist. Derselben Zone gehören auch von den parallelen Flächenpaaren die Formen $[1, 0, 0]$ und $[0, 1, 0]$ an, deren Flächen als gerade Endflächen der Axen a und b leicht erkannt, und demgemäss, ähnlich wie im vorigen Systeme, als vordere und seitliche Endflächen bezeichnet werden.

Alle übrigen rhombischen Säulen $[m, n, p]$ haben eine gegen die vorigen geneigte Stellung und erscheinen demnach als schiefe Säulen. Die eine Kante derselben liegt stets in der Axenebene ac und macht mit der Axe c einen schiefen Winkel; in der Combination mit den verticalen Säulen erscheint dieselbe als schiefe Endkante, die Flächen der geneigten Säulen selbst als Paare schiefer Endflächen derselben (schiefe oder augitartige Zuschärfungen, klinorhombische Längsdomen und Hemipyramiden). Die durch zwei benachbarte Flächen einer solchen Form (m, n, p) und $(m, -n, p)$ bestimmte Zone $[p, o, -m]$ enthält stets auch die Formen $[0, 1, 0]$ (die seitliche Endfläche) und $[m, o, p]$.

Letztere Formen $[m, o, p]$ bestehen aus einem parallelen Flächenpaare, welches der Axe b parallel, also auf der Ebene ac senkrecht ist. Die einzelnen Flächen derselben erscheinen an den verticalen rhombischen Säulen als schiefe Endflächen. Die einfachste unter denselben $[0, 0, 1]$ nennen wir die Endfläche schlechtweg, indem ihre Beziehung zu den Axen dieselbe ist, wie die der geraden Endfläche im zwei und zweigliederigen Systeme; der Neigungswinkel von $(0, 0, 1)$ gegen $(1, 0, 0)$ ist i, der Winkel zwischen den Axen a und c. Die Flächen der übrigen Formen $[m, o, p]$ werden dem entsprechend vordere oder hintere schiefe Endflächen genannt werden können, je nachdem m positiv oder negativ ist. Alle diese Flächen liegen in einer Zone $[0, 1, 0]$, deren Zeichen den Parallelismus mit der Axe b direct erkennen lässt, und welche wir die verticale Zone nennen, da sämmtliche Träger der ihr angehörigen Flächen in der verticalen Ebene ac liegen.

Die vorher bereits erwähnte Zone $[p, o, -m]$, welcher die Flächen der Formen $[m, n, p]$ sowohl als $[m, o, p]$ angehören, lässt sich als Kantenzone der erstern Form, der schiefen rhombischen Säule, oder auch als Diagonalzone der letztern, der schiefen Endfläche bezeichnen, indem die in der Ebene ac liegende Kante der rhombischen Säule zugleich als Diagonale der schiefen Endfläche erscheint, wenn letztere in der gewöhnlichen Combination mit der verticalen rhombischen Säule vorhanden ist.

Von manchen Krystallographen ist die Combination zweier Formen $[m, n, p]$ und $[-m, n, p]$ als eine einzige Form betrachtet und nach Analogie mit den durch dasselbe Zeichen bestimmten Octaedern des zwei und zweigliederigen Systems als zwei und eingliederiges Octaeder (zwei und zweiflächiges, hendyoedrisches, schiefes rhombisches Octaeder, Octaid des zwei und eingliederigen Systems, klinorhombische Pyramide) bezeichnet worden. Dieser Betrachtungsweise

entsprechend sind dann auch die in die Kantenzonen beider Formen fallenden schiefen Endflächen [*m*, *o*, *p*] und [— *m*, *o*, *p*] als einfache Formen anzusehen und als horizontale rhomboidische Säulen (klinorhomboidische Säulen, klinorhombische Querdomen) zu betrachten. Die Ableitung der Formen des Systems aus einem solchen zwei und viergliedrigen Octaeder scheint sich in so fern zu empfehlen, als die abgeleiteten Formen zu diesem in ganz ähnliche Beziehungen treten, wie in den Systemen mit rechtwinklichen Axen zu den durch diese im Fundamentalverhältniss bestimmten Octaedern. Für die rein geometrische Bestimmung der Form ist es an sich auch gleichgültig, ob rechtwinkliche oder schiefwinkliche Axen vorhanden, das durch bestimmte Abschnitte derselben erhaltene Octaeder wird sich immer als ein einfacher Körper betrachten lassen, wenn man die in den verschiedenen Raumoctanten zu denselben Axenabschnitten gehörigen Flächen als gleichartige ansieht. Es ist jedoch wohl zu beachten, dass die krystallographischen Axen nicht allein eine geometrische, sondern auch physische Bedeutung haben, dass sie der Ausdruck nach Richtung und Intensität in bestimmtem Verhältniss zu einander stehender Kräfte sind, deren Resultanten bei gleicher Intensität der einzelnen nur dann gleiche Werthe erhalten, wenn die Componenten senkrecht auf einander stehen, oder der Reihe nach unter gleichen schiefen Winkeln gegen einander geneigt sind, ungleiche Werthe aber, sobald nicht gleiche, sondern supplementäre schiefe Winkel die Richtung der Componenten gleicher Intensität gegen einander bestimmen. Hierdurch erhalten die geometrisch gleichartig erscheinenden Flächen eines zwei und eingliedrigen *Octaeders* physisch verschiedene Werthe, folglich auch krystallographisch, und dürfen deshalb *nicht* als einer einfachen Form angehörig betrachtet werden. An den Krystallen dieses Systems giebt sich die Verschiedenheit der Formen [*m*, *n*, *p*] und [— *m*, *n*, *p*], ebenso wie die der Formen [*m*, *o*, *p*] und [— *m*, *o*, *p*] dadurch deutlich zu erkennen, dass sie der Regel nach nicht zugleich vorhanden sind; und wenn es der Fall ist, untergeordnet in Combination mit anderen vorherrschenden Formen.

Die einfachste denkbare Combination, die der drei Endflächen, *Fig. 69*, welche eine rechtwinklich vierseitige Säule mit ungleichen Seitenflächen und schiefer Endfläche geben würde, findet sich an wirklichen Krystallen nicht, häufig dagegen die Combination verticaler rhombischer Säulen mit einer oder mehreren Endflächen und schiefen rhombischen Säulen. *Figg. 70* und *71* sind Combinationen zweier Formen, der verticalen Säule [1, 1, 0] mit der Endfläche [0, 0, 1] und mit einer schiefen Säule [*m*, *n*, *p*], die einfachsten an Krystallen beobachteten Combinationen. Häufiger noch finden sich Combinationen, wie *Figg. 72* und *73* (Gyps und Augit), in welchen drei oder vier verschiedene Formen vorhanden sind, und hat namentlich das Vorkommen der Formen [*m*, *n*, *p*] in Verbindung mit Flächen der horizontalen Zone, ohne dass daneben Formen der

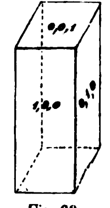


Fig. 69.

Klasse [*m*, *o*, *p*] vorhanden sind, wie es beim Augit in der Regel stattfindet, zu der Benennung augitartige oder augitische Zuschärfung des Endes für die Formen [*m*, *n*, *p*] Veranlassung gegeben. Als Beispiel einer Combination, in welcher eine noch grössere Anzahl Formen verbunden sind, kann *Fig. 74*, ein Krystall des Feldspaths, dienen, an welchem sich Formen aus allen in diesem Systeme möglichen Abtheilungen finden. Ebenso ist dem Projectionsbilde *Fig. XVII*, welches zur Veranschaulichung der gegenseitigen Lage der Flächenpole und Zonen des zwei und eingliedrigen Systems dienen soll, das System des Feldspaths zu Grunde

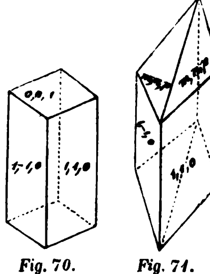


Fig. 70. *Fig. 71.*

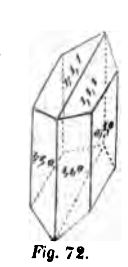


Fig. 72.

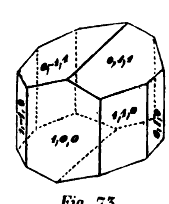


Fig. 73.

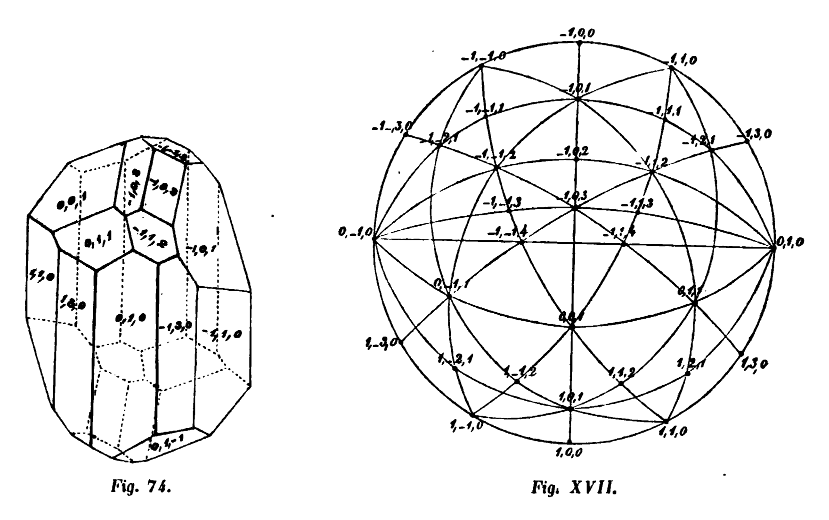


Fig. 74. *Fig. XVII.*

gelegt, indem die Pole der bei diesem Mineral beobachteten Flächen in dasselbe aufgenommen sind.

§. 104. Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen des Systems.

Die Beziehung der krystallographischen Axen des Systems auf die ursprünglichen Maxima der Cohäsion ist unmittelbar zu erkennen, wenn drei Spaltungsebenen parallel den Flächen (0, 0, 1) (0, 1, 0) und (1, 0, 0) vorhanden sind, deren mittlere auf den beiden andern senkrecht steht, während diese von verschiedener Intensität sind und einen schiefen Winkel mit einander machen, so dass die daraus entstehende Bruchgestalt der Combination *Fig. 69* entspricht. Dieser einfachste Fall ist nicht der häufigste, sondern statt der einzelnen sind gern Paare von Spaltungsebenen gleicher Intensität und unter schiefen Winkeln gegen einander geneigt vorhanden, welche irgend welchen rhombischen Säulen entsprechen. Aus je zwei durch ein solches Paar von Spaltungsebenen erkannten ursprünglichen Cohäsionsrichtungen lassen sich stets zwei andere, auf einander senkrechte und ihnen gleichgeltende herleiten, deren eine in die Richtung der Axe *b*, die andere in die Ebene *ac* fällt. Als Resultirende aus allen vorhandenen solchen Paaren von Cohäsionskräften wird man daher neben einer in die Richtung der Axe *b* fallenden Resultanten eine Anzahl anderer, sämmtlich in der Ebene *ac* liegenden Richtungen erhalten, welche sich zu zwei, unter irgend einem Winkel gegen einander geneigten, die Axen *a* und *c* bestimmenden Kräften zusammensetzen lassen. Die Richtung der Axe *b*, in welcher stets eine der beiden Resultirenden fällt, die aus einem Paare von Cohäsionskräften gleicher Intensität hergeleitet werden können, wird aus diesem Grunde besonders häufig als die eines Cohäsionsmaximums erwartet werden müssen, abgesehen davon, dass sie selbst schon als einzelne ursprüngliche Richtung vorhanden sein kann, und findet sich dies durch die Beobachtung bewährt, indem Spaltungsebenen der Fläche (0, 1, 0) bei sehr vielen Krystallen des zwei und eingliedrigen Systems

vorkommen. Im Allgemeinen wird also auch hier das Krystallsystem durch das Vorhandensein von solchen ursprünglichen Cohäsionsrichtungen bedingt, welche irgend einer Form des Systems parallele Spaltungsebenen zur Folge haben, und da es nur zwei Formen des Systems giebt, rhombische Säulen und einzelne Flächen, so werden auch nur einzelne ungleiche, oder solche Paare von gleichen Spaltungsebenen vorhanden sein können, welche unter schiefen Winkeln gegen einander geneigt sind.

Kapitel VIII.

Ein und eingliedriges System.

§. 105.

Das ein und eingliedrige System (anorthische, anorthotype, klinorhomboidische, tetartoprismatische, triklinische, triklinometrische System) besitzt von allen die geringste Symmetrie. Es sind in demselben drei ungleiche Axen *vorhanden*, welche sich unter schiefen Winkeln schneiden.

Der besondere Fall, in welchem einer der drei Axenwinkel ein rechter ist, und welchen man unter dem Namen diklinoedrisches, diklinometrisches oder diklinorhombisches System getrennt hat, ist theils ein seltener, theils in dem Charakter der Krystalle von dem allgemeineren Falle durchweg schiefwinklicher Axen so wenig verschieden, dass es einer gesonderten Betrachtung desselben nicht bedarf.

Die Träger der Krystallflächen sind alle von verschiedenem Werthe, also einzelne, und giebt es daher in diesem System keine anderen Formen als parallele Flächenpaare. Zur völligen Begrenzung des Raumes und Bildung eines geschlossenen Krystalls ist also eine Combination von mindestens drei Formen erforderlich.

Auch in diesem System legen mehrere Krystallographen der Ableitung diejenige Combination zu Grunde, welche aus den Formen [1, 1, 1] ohne Rücksicht auf das Zeichen der einzelnen Coefficienten erhalten wird, indem sie allgemein die Formen $[m, n, p]$ $[m, -n, p]$ $[-m, n, p]$ und $[-m, -n, p]$ als zusammengehörige und einen einfachen Körper bildende ansehen, welcher dann ein und eingliedriges, henoedrisches, schiefes, unsymmetrisches Octaeder, eingliedriges Octaid oder anorthische, klinoromhoidische, triklinoedrische, triklinometrische Pyramide genannt worden ist. In Bezug auf diese Annahme gilt dasselbe, was bei der analogen im zwei und eingliedrigen System bemerkt wurde, auch hier ist die rein geometrische von der physikalisch krystallographischen Betrachtung zu unterscheiden, und die vier parallelen Flächenpaare eines solchen Körpers, welche in ihrer Stellung gegen drei schiefwinkliche Axen geometrisch als gleichartig angesehen werden können, sind es eben der Schiefwinklichkeit der Axen wegen physikalisch nicht, müssen also auch krystallographisch als verschieden angesehen werden. Diese Verschiedenheit giebt sich auch in der Natur dadurch zu erkennen, dass die vier einem solchen Octaeder angehörigen Formen nie zugleich an einem Krystall vorkommen, sondern stets nur einzelne oder, wenn mehrere, in sehr ungleicher Ausdehnung.

§. 106. Formen und Combinationen.

Da es in dem ein und zweigliedrigen System nur eine Art von Formen, und zwar nur ungeschlossene Formen giebt, so bestehen die Krystalle stets aus Combinationen.

Die einfachste denkbare Combination, die der Endflächen der drei Axen [1, 0, 0], [0, 1, 0] und [0, 0, 1], bildet ein schiefwinkliches Parallelepipedum mit ungleichen Flächen und ungleichen Neigungswinkeln, *Fig. 75*, dessen Kanten den Axen parallel sind. Da es an sich gleichgültig ist, welche drei Richtungen als die der Axen betrachtet werden, so kann man von den an einem ein und eingliedrigen Krystall befindlichen Flächen irgend welche drei als die Flächen dieser Combination annehmen, und demgemäss die Richtung der von denselben mit einander gebildeten Kanten als Richtung der Axen betrachten. Um jedoch eine einfache Beziehung aller Flächen eines Krystalls zu den Axen zu erhalten, wird es zweckmässig sein, bei der Bestimmung der Axenrichtung auf die an dem Krystall vorherrschenden Zonen zu achten, und die Ebenen derselben entweder unmittelbar als die Axenebenen zu betrachten, oder als die mittleren zwischen je zweien derselben. Sind Spaltungsebenen von ausgezeichneter Intensität vorhanden, so ist es naturgemäss, diese zur Bestimmung der Axen vorzugsweise zu benutzen. Das Projectionsbild *Fig. XVIII* veranschaulicht die Lage der Flächenpole in diesem System, indem es eine willkürliche Zahl möglicher Flächenpole nebst den zugehörigen Zonenkreisen enthält, ohne gerade einen wirklichen Krystall vorzustellen, in *Fig. 76* ist dagegen als Beispiel eine Combination abgebildet, wie sie beim Axinit vorkommt.

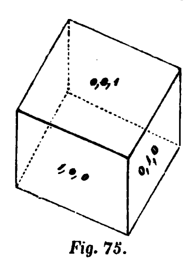


Fig. 75.

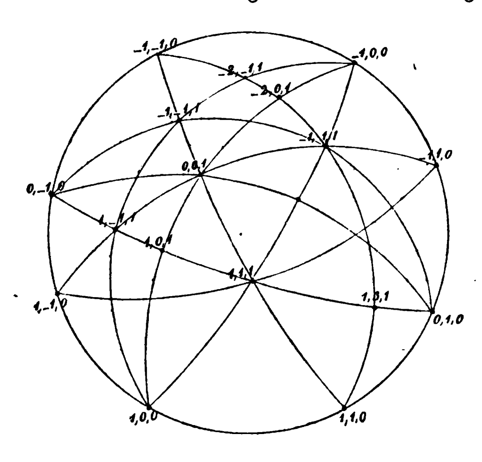


Fig. XVIII.

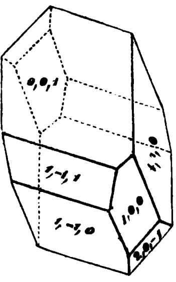


Fig. 76.

Von besonderem Interesse sind die diesem Systeme angehörigen Krystalle einer Reihe von Mineralien aus der Familie des Feldspaths, bei welchen die Abweichung zweier der Axenwinkel von Rechten nur gering ist, wie beim Albit, Periklin, Oligoklas, Labrador u. a. Aus der Annäherung der Axenwinkel an Rechte folgt nämlich, dass die zu denselben Axenabschnitten in den verschiedenen Raumoctanten gehörigen Träger, da, wo die Winkel zwischen den Axen sich Rechten nähern, weniger von einander verschiedene Werthe erhalten, als wo eine bedeutende Abweichung der Axenwinkel von Rechten stattfindet. Denkt man sich also diese Krystalle in einer solchen Stellung, dass die Axe *b* diejenige wird, welche mit den Axen *a* und *c* beinahe rechte Winkel macht, während letztere stärker gegen einander geneigt sind, und ebenso wie im zwei und eingliedrigen System die Axe *c* die verticale, *a* die vordere und *b* die seitliche, so werden die zu gleichen Axenabschnitten gehörigen Träger auf der rechten und linken Seite der Krystalle annähernd gleich und die zu ihnen gehörigen Krystallflächen geben zusammen eine Combination, welche sich einer rhombischen Säule des zwei und eingliedrigen Systems nähert. An den Krystallen der gedachten Mineralien kommen nun häufig solche genähert gleichartige Flächen auch zugleich vor. Hierdurch entsteht in dem Gesammtansehen dieser Krystalle eine Annäherung an die Symmetrie des

zwei und eingliedrigen Systems, welche wesentlich dazu beigetragen hat, die oben erwähnte Betrachtungsweise, nach welcher solche zu gleichen Axenabschnitten gehörige Flächen als einer Form angehörige angesehen werden, zur Geltung zu bringen. Es ist aber gewiss nicht sowohl in der geometrischen Gleichartigkeit solcher Flächen, welche aus der Gleichheit der zugehörigen Axenabschnitte hergeleitet wird, als in der genäherten Gleichheit der in der Richtung der Träger dieser Flächen wirkenden Cohäsionskräfte der Grund des gleichzeitigen Erscheinens derselben zu suchen, und da diese genäherte Gleichheit der Träger nur dann stattfindet, wenn die Axenwinkel von Rechten wenig verschieden sind, so werden nur in diesem Falle die Krystalle des ein und eingliedrigen Systems eine solche Annäherung an die des zwei und eingliedrigen zeigen können. Bemerkenswerth sind diese Krystalle besonders deshalb, weil sie ein Beispiel davon liefern, dass in der Natur durch genähert gleiche Kräfte innerhalb gewisser Grenzen eben solche Erscheinungen hervorgerufen werden, wie durch wirklich gleiche.

§. 107. Ursprüngliche Cohäsionsrichtungen des Systems.

Aus dem gänzlichen Mangel an Symmetrie in diesem Systeme erkennen wir, dass auch die ursprünglichen, dasselbe bedingenden Cohäsionskräfte nach Richtung und Stärke unsymmetrisch vorhanden sein müssen. Dem entsprechend können auch nur vereinzelte Spaltungsebenen, welche sich sämmtlich unter schiefen Winkeln schneiden, vorhanden sein.

Die Beobachtung bestätigt dies vollständig, und ist als besonders bezeichnend für die Verschiedenheit aller einzelnen in diesem Systeme hervortretenden Richtungen hervorzuheben, dass selbst in den Krystallen, welche die vorher erwähnte Annäherung an das zwei und eingliedrige System zeigen, sehr häufig einer der zwei genähert gleichwerthigen Flächen eine Spaltungsebene parallel liegt, während parallel der zweiten keine solche beobachtet ist.

Kapitel IX.

Zwillingskrystalle.

§. 108. Zwilling, Zwillingsebene, Zwillingsaxe.

Zwei gleichartige Krystalle, welche so an oder durch einander gewachsen sind, dass eine wirkliche oder in dem System mögliche Krystallfläche beider in dieselbe Ebene fällt, während die übrigen gegen diese eine entgegengesetzte Lage haben, heissen ein Zwilling. Die gemeinschaftliche Fläche heisst die Zwillingsebene oder Zwillingsgrenze, der Träger derselben die Zwillingsaxe. Durch eine Drehung von 180° um die letztere gelangt der eine der beiden verwachsenen Krystalle in die Stellung des andern.

Zwei gleichartige Flächen beider Krystalle müssen in der Zwillingsstellung demgemäss auf entgegengesetzten Seiten der Zwillingsebene liegen, und der Neigungswinkel derselben gegen einander der doppelte des Neigungswinkels einer jeden gegen die Zwillingsebene werden. Es werden ferner die Zonen beider Krystalle, welche durch die Zwillingsebene und irgend welche andere gleichartige Krystallflächen beider bestimmt sind, zusammenfallen, die Zwillingsebene selbst also die zweien durch gleichartige Flächen beider Krystalle bestimmten Zonen gemeinschaftliche Fläche sein.

Wenn (*Fig.* 77) P und P' in der Projection die Pole der Zwillingsebene oder die Durchschnittspunkte der Zwillingsaxe mit der Projectionsfläche sind, M, N die Pole irgend welcher Flächen des einen Krystalls, M', N' die denselben gegenüberliegenden, m, n, m', n' die gleichartigen Flächen des zweiten Krystalls, so müssen, weil der eine Krystall durch eine Drehung von 180° um PP' in die Stellung des andern gelangen soll, die Pole M, M', m, m', P, P' in demselben grössten Kreise liegen, ebenso N, N', n', n, P, P', es wird ferner $MP = mP = 2Mm$, $NP = nP = 2Nn$, u. s. w. Ist MP ein rechter Winkel, d. h. liegt die Fläche in dem Zonenkreise, dessen Pol der der Zwillingsebene ist, oder, was gleichbedeutend ist, steht sie auf der letzteren senkrecht, so fällt sie in der Zwillingsstellung mit der ihr gegenüberliegenden in eine Ebene. Alle Flächen der Zone $ABA'B'$ werden also in einem Zwillinge mit ihren parallelen zusammenfallen, und folglich diese Zone beider Krystalle in dem Zwilling identisch erscheinen. Dasselbe wird auch bei einer jeden die Zwillingsebene enthaltenden Zone geschehen, deren Flächen alle an dem einfachen Krystall gegen dieselbe eine nach beiden Seiten symmetrische Lage haben. Findet dies für alle diese Zonen statt, so coincidiren beide Krystalle vollständig, und der Zwilling ist nicht mehr als solcher erkennbar. Es sind daher nur solche Krystallflächen als Zwillingsebenen möglich, gegen welche die übrigen Flächen des Krystalls nicht in allen sie enthaltenden Zonen symmetrisch liegen.

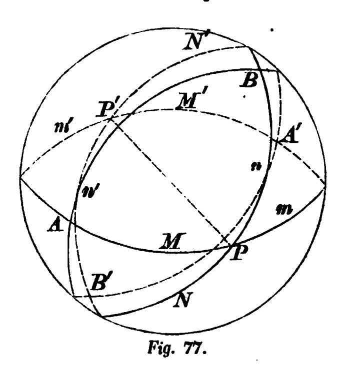


Fig. 77.

Da der Neigungswinkel zweier gleichartigen Flächen beider Krystalle in dem Zwilling gegen einander das Doppelte des Neigungswinkels einer jeden gegen die Zwillingsaxe ist, so wird der erstere grösser als 180.°, wenn der letztere ein stumpfer ist, d. h. solche Flächen der beiden Krystalle bilden am Zwilling einspringende Winkel mit einander.

Das Vorhandensein einspringender Winkel kann man als ein Kennzeichen der Zwillingsbildung ansehen, insofern ein einfacher Krystall bei regelmässiger Ausbildung nie einspringende Winkel haben kann. Eine an Zwillingen sehr häufig vorkommende Erscheinung ist jedoch eine solche Abweichung von der symmetrischen Ausbildung der einzelnen Krystalle, dass durch dieselbe die Flächen mit einspringenden Winkeln von benachbarten verdrängt erscheinen, welche entweder ausspringende oder doch flachere einspringende Winkel mit einander bilden, indem die letzteren eine überwiegende absolute Ausdehnung gewinnen. In diesem Verhalten erkennen wir ohne Zweifel ein Bestreben nach möglichst vollständiger Raumerfüllung, eine vorwiegende Wirkung ausgezeichneter Richtungen der Cohäsion in jedem der beiden Krystalle, welche zugleich für den verbundenen eine äussere Begrenzung bedingt, denen gegenüber, welche mehr oder weniger direct eine Begrenzung beider Krystalle gegen einander hervorbringen.

§. 109. Bestimmung der Zwillingsebene.

Die Zwillingsebene ist in jedem einzelnen Falle entweder als Grenze beider Krystalle gegen einander unmittelbar zu erkennen, oder lässt sich nach dem Obigen dadurch finden, dass man zwei Zonen aufsucht, welche durch je zwei gleichartige Flächen entgegengesetzter Lage in beiden Krystallen bestimmt sind; die beiden gemeinschaftliche Fläche ist die Zwillingsebene. Ist die Zone AB (*Fig.* 77) an dem Zwilling entwickelt, in welcher jede Fläche des einen Krystalls mit der gegenüberliegenden des anderen zusammenfällt, so ergiebt sich daraus

sehr leicht die Zwillingsebene als die auf allen Flächen der ersten Zone senkrechte oder dem Zonenkreise parallele Fläche, wenn zugleich die entgegengesetzte Lage je zweier analoger Flächen beider Krystalle in andern Zonen gegen diese Grenze erkennbar ist. Da aber auch in jeder Zone, welche die Zwillingsebene selbst enthält, und in welcher alle übrigen Flächen gegen dieselbe in dem einfachen Krystall eine symmetrische Lage haben, jede Fläche des einen mit der gegenüberliegenden des andern Krystalls coincidirt, so ist das Zusammenfallen der Flächen einer Zone allein noch kein ausreichendes Erkennungsmerkmal der Zwillingsgrenze, sondern es muss stets noch das Verhalten der Flächen irgend einer andern Zone daneben untersucht werden.

§. 110. Zwillinge des regelmässigen Systems.

Die gewöhnliche Zwillingsebene der Formen des regelmässigen Systems, und zugleich die einzige, welche bei den holoedrischen Körpern des Systems beobachtet werden, ist eine Fläche der Form [1, 1, 1], des Octaeders.

Die *Figg. 78, 79, 80, 81* sind Beispiele nach diesem Gesetz gebildeter *Zwillinge.*

In *Fig. 78* sind beide Krystalle Octaeder, die Krystalle sind an einander gewachsen, und ihre Grenze der Fläche (1, 1, 1) des einen parallel. Dass diese Grenze zugleich die wahre Zwillingsgrenze ist, erkennt man leicht, wenn man bemerkt, dass je zwei einander gegenüberliegende Octaederflächen beider Krystalle in eine Kantenzone dieser Fläche fallen, die Zwillingsebene also die zweien solchen Kantenzonen gemeinschaftliche, folglich die Fläche (1, 1, 1) selbst sein muss. Solche Zwillinge kommen z. B. beim Spinell, Magneteisenstein u. a. vor.

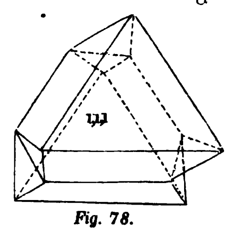


Fig. 78.

Die beiden Würfel, deren Zwillingsverwachsung in *Fig. 79* dargestellt ist, haben zwei einander gegenüberliegende Ecken gemeinschaftlich, die diese Ecken verbindende Diagonale ist die Zwillingsaxe, und da dieselbe der Träger der Octaederfläche ist, letztere die Zwillingsebene. Dies ergiebt sich ganz einfach aus der Wahrnehmung, dass je zwei analoge Flächen beider Krystalle gegen die bezeichnete Zwillingsaxe gleiche Neigung und entgegengesetzte Lage haben. Beispiele dieser Form zeigen Flussspath, Bleiglanz u. a.

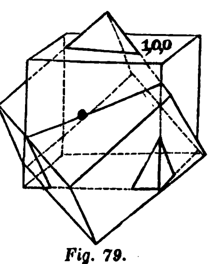


Fig. 79.

In *Fig. 80* sind die Krystalle Rhombendodecaeder. Je sechs in derselben Kantenzone beider Krystalle liegende Flächen fallen zusammen, die übrigen analogen Flächen haben entgegengesetzte Lage gegen die Fläche des ersteren Zonenkreises, dessen Ebene oder die derselben parallele Octaederfläche also die Zwillingsgrenze ist. Beispiele hiervon liefern Granat, Blende u. a.

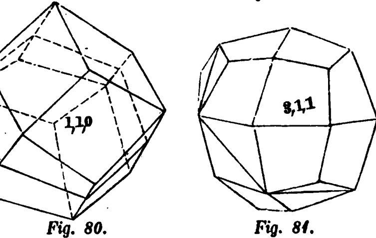
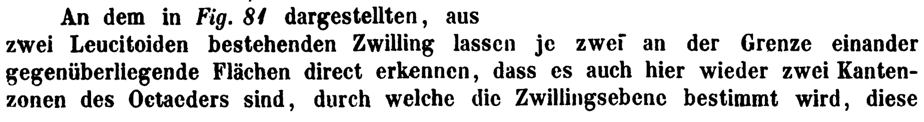


Fig. 80. *Fig. 81.*

An dem in *Fig. 81* dargestellten, aus


zwei Leucitoiden bestehenden Zwilling lassen je zwei an der Grenze einander gegenüberliegende Flächen direct erkennen, dass es auch hier wieder zwei Kantenzonen des Octaeders sind, durch welche die Zwillingsebene bestimmt wird, diese

also die Octaederfläche selbst ist. Solche Zwillinge sind z. B. beim Gold beobachtet.

§. 111. Fortsetzung.

Andere Zwillinge des regelmässigen Systems haben zur Zwillingsebene eine Fläche der Form [1, 1, 0] des Rhombendodecaeders. Da bei einer Drehung von 180° um eine solche Fläche alle holoedrischen Formen des Systems in eine Stellung kommen, in welcher alle Flächen mit ihren parallelen der ursprünglichen Stellung zusammenfallen, so sind solche Zwillinge holoedrischer Formen nicht möglich. Hemiedrische Formen gelangen durch eine solche Drehung aus der directen in die umgekehrte Stellung, und können daher nur bei diesen Zwillingen dieser Art vorkommen.

In *Figg. 82, 83, 84* sind Beispiele solcher Zwillinge dargestellt, und zwar sind in *Fig. 82* zwei Tetraeder, in *Fig. 83* Combinationen eines Tetraeders und eines Hexakistetraeders, in *Fig. 84* zwei Pentagondodecaeder die Formen der ein-

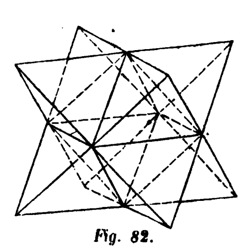


Fig. 82.

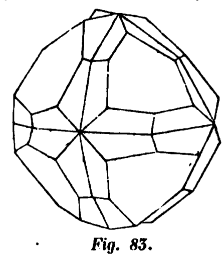


Fig. 83.

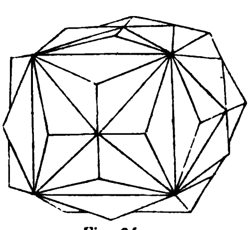


Fig. 84.

zelnen Krystalle. Sie kommen beziehungsweise beim Fahlerz, Diamant und Schwefelkies vor. In allen diesen Fällen sind als zwei Zonen, in welchen entgegengesetzte Lage analoger Flächen beider Krystalle stattfindet, die Kantenzone des Octaeders und die des Würfels leicht zu erkennen, die Zwillingsebene also als die beiden Zonen gemeinschaftliche Fläche, folglich eine Fläche des Rhombendodecaeders.

§. 112. Zwillinge des rhomboedrischen Systems.

Im rhomboedrischen Systeme kommen eine Reihe verschiedenartiger Zwillinge vor, von denen mehrere bei Körpern derselben Gattung möglich sind, weil in den verschiedenartigen Zonen des Systems nicht derselbe Grad der Symmetrie gegen eine einzelne Fläche vorhanden ist, als in denen des regelmässigen, also eine Drehung von 180° um eine Fläche in den meisten Fällen nicht Coincidenz, sondern deutlich erkennbare entgegengesetzte Lage der übrigen zur Folge haben muss.

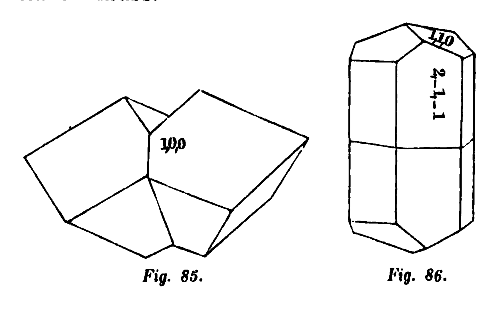


Fig. 85. *Fig. 86.*

Die am häufigsten vorkommende Zwillingsebene rhomboedrischer Krystalle ist (1, 1, 1) die gerade Endfläche. *Figg. 85* und *86* sind Zeichnungen hieher gehöriger Zwillinge des Kalkspaths. In beiden sind als solche Zonen, in welchen gleichartige Flächen beider Krystalle entgegengesetzte Lage haben, zwei verticale Zonen leicht erkennbar, als Zwillingsgrenze folglich die allen diesen Zo-

nen gemeinschaftliche gerade Endfläche. In *Fig. 85* erscheint zwar nicht diese, sondern eine Fläche der ersten Säule unmittelbar als die beiden Krystallen gemeinschaftliche, doch ist die Coincidenz der Säulenflächen nur eine Folge des Umstandes, dass dieselben auf der Zwillingsgrenze senkrecht stehen, bei einer Drehung von 180° um letztere also jede Säulenfläche in die Lage der ihr parallelen gelangt. Diese Coincidenz der Säulenflächen in dem Zwillinge tritt in *Fig. 86* noch deutlicher hervor, wo alle Säulenflächen beider Krystalle wirklich vorhanden sind, durch ihre Stellung wie die Säule eines einfachen Krystalls erscheinen, und der Zwilling bei blosser Betrachtung zuerst dadurch als solcher kenntlich wird, dass die Rhomboederflächen des oberen und unteren Endes nicht, wie an einem einfachen Krystall, über den abwechselnden, sondern über denselben Säulenflächen liegen.

Der Kalkspathzwilling *Fig. 86*, ganz analog dem Zwilling des regelmässigen Systems *Fig. 80*, liefert ein Beispiel für die §. 71 entwickelte Verwandtschaft des rhomboedrischen mit dem regelmässigen System.

In *Figg. 87, 88, 89* sind Beispiele von Zwillingen des rhomboedrischen Systems

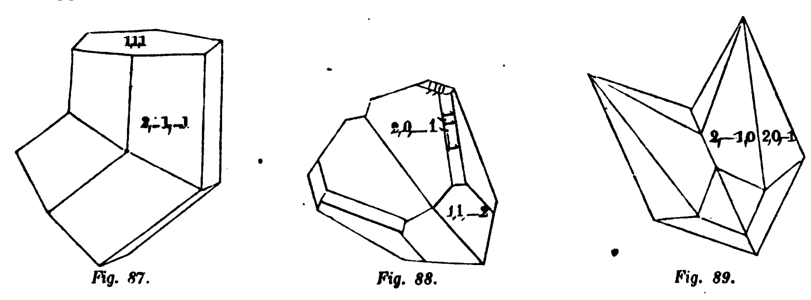


Fig. 87. *Fig. 88.* *Fig. 89.*

abgebildet, welche ebenfalls beim Kalkspath vorkommen, bei welchen aber die Zwillingsgrenze eine andere, nämlich der Reihe nach eine Fläche des ersten stumpferen, des Hauptrhomboeders und des ersten schärferen, also der Formen [0, 1, 1] [1, 0, 0] [1, 1, —1] ist.

Fig. 87 enthält nur die Flächen der ersten Säule und die gerade Endfläche; beide Krystalle haben eine verticale Zone gemeinschaftlich, die beiden in dieser Zone entgegengesetzt liegenden Säulenflächen sind unter einem Winkel von 127° 29′ 20″ gegen einander geneigt, eine jede derselben also gegen die Zwillingsgrenze unter einem Winkel von 63° 44′ 40″. Letzteres ist der Neigungswinkel der Fläche der ersten Säule gegen die ihr jenseits der mittleren Axe gegenüberliegende Fläche der Form [0, 1, 0], diese also die Zwillingsgrenze.

Der Zwilling *Fig. 88* besteht aus zwei Krystallen, welche Combinationen der Formen [1, 1, —2] [1, 1, —1] [1, 1, 0] [2, 0, —1], d. h. der ersten Säule, des ersten schärferen und ersten stumpferen Rhomboeders und des gewöhnlichen Skalenoeders zeigen. Eine verticale Zone ist als beiden Krystallen gemeinschaftlich leicht erkennbar (in der Figur die, welche den äussern Umriss der Zeichnung bildet), in derselben beträgt der Neigungswinkel zweier entgegengesetzten Flächen von [1, 1, 0] gegen einander 141° 43′,6, der einer jeden gegen die Zwillingsgrenze also 70° 51′,8, woraus sich ergiebt, dass die Zwillingsgrenze eine Fläche des Hauptrhomboeders ist.

Diese Zwillinge — unter dem Namen der herzförmigen Kalkspathzwillinge beschrieben — liefern zugleich ein ausgezeichnetes Beispiel der Verdrängung einspringender Winkel durch Vergrösserung der benachbarten Flächen beider Krystalle, welche ausspringende Winkel mit einander machen. Hier sind es die Flächen des Skalenoeders [2, 0, —1], welche sich ausgedehnt haben.

An dem in *Fig. 89* dargestellten, aus zwei gewöhnlichen Skalenoedern des Kalkspaths bestehenden Zwillinge genügt die Bemerkung, dass, bei dem Parallelismus zweier der schärfern Endkanten beider Krystalle, der eine durch eine Drehung von 180° um diese Kante in die Stellung des anderen gelangen muss, um zu erkennen, dass die diese Kante gerade abstumpfende Fläche, d. h. eine Fläche des ersten schärferen Rhomboeders [1, 1, —1], die Zwillingsgrenze ist.

Das erste der hier für das rhomboedrische Krystallsystem angeführten Zwillingsgesetze, bei welchem die mittlere Axe der Krystalle zugleich die Zwillingsaxe ist, findet sich auch in dem gedreht hemiedrischen Falle des Quarzes. Zwei nach diesem Gesetze durch einander gewachsene Quarzkrystalle gewinnen das Ansehen eines einfachen Krystalles, wenn an ihnen neben den Säulenflächen nur die des Haupt- und Gegenrhomboeders vorhanden sind, weil dem Zwillingsgesetze entsprechend je eine Fläche des Hauptrhomboeders mit einer des Gegenrhomboeders an dem andern Krystalle coincidirt. Zeigen die Krystalle die hemiedrischen Formen, so werden diese nicht, wie bei einfachen Krystallen, nur an den abwechselnden, sondern an allen Kanten der Säule auftreten. Die Rhombenflächen (Dihexaeder zweiter Ordnung) werden sich dann an allen Ecken symmetrisch finden, die Trapezflächen (Skalenoeder) an benachbarten Ecken in gleicher oder entgegengesetzter Richtung, also über den benachbarten oder zu je zwei über derselben Säulenfläche, je nachdem die gedrehte Hemiedrie der beiden Krystalle die gleichartige oder entgegengesetzte ist. Hiernach unterscheidet Rose Zwillinge der ersten und zweiten Art, indem er als erste die Verwachsung zweier Krystalle gleicher, als zweite die zweier Krystalle entgegengesetzter Drehung bezeichnet. Die *Figg. 90, 91, 92*

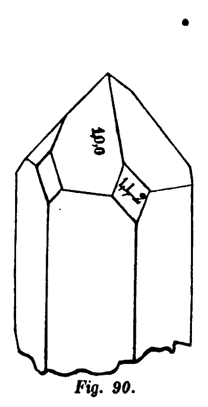


Fig. 90.

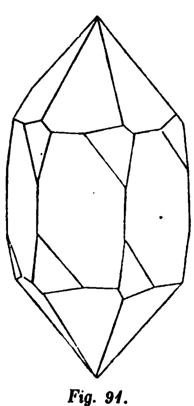


Fig. 91.

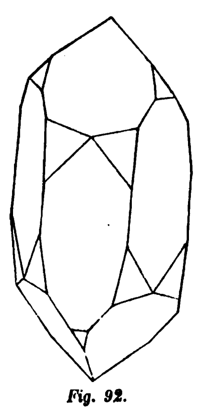


Fig. 92.

stellen drei solche Zwillinge dar, und zwar *Fig. 90* einen Zwilling, welcher nur die Rhombenflächen enthält, bei welchem also die Drehungsrichtung der einzelnen Krystalle nicht erkennbar ist, *Fig. 91* einen Zwilling gleicher, *Fig. 92* einen solchen entgegengesetzter Drehung beider Krystalle.

Da nicht aneinander, sondern durcheinander gewachsene Zwillinge der ersten Art dieselbe Formencombination zeigen, wie ein einfacher Krystall, an welchem zu allen Formen ihre Gegenformen treten, was an sich möglich ist, oder, anders ausgedrückt, an welchem der dihexaedrische Charakter der herrschende geworden ist, so folgt aus dem Vorhandensein der gleichartigen Trapezflächen an benachbarten Säulenkanten des Quarzes noch nicht unbedingt auch das Vorhandensein eines Zwillings (vergl. oben §. 83), sondern es können solche Krystalle auch einfache mit besonders stark ausgeprägtem dihexaedrischen Charakter sein, in vielen, vielleicht den meisten, beobachteten und beschriebenen Fällen, ist jedoch die Zwillingsbildung daran erkennbar, dass auf den Säulen und Rhomboederflächen die mehr oder weniger

unregelmässig verlaufende absolute Grenze beider Krystalle sich durch kleine Unregelmässigkeiten, eine Unterbrechung der Streifung, Verschiedenheit in Beziehung auf Glätte und Glanz der Flächentheile bemerkbar macht. Bei Krystallen, denen solche Nebenmerkmale fehlen, ist es an sich unentschieden, ob es einfache oder Zwillinge sind, und ersteres nur deshalb wahrscheinlicher, weil erfahrungsmässig bei wirklichen Zwillingen eben solche Merkmale sehr gewöhnlich vorhanden sind.

§. 113. Zwillinge des viergliedrigen Systems.

Die Zwillinge des viergliedrigen Systems lassen das Gesetz ihrer Verwachsung leicht erkennen. Bei den holoedrischen Formen ist die Zwillingsgrenze die Fläche eines Octaeders erster oder zweiter Ordnung; die der beiden quadratischen Säulen, so wie die gerade Endfläche kann nicht Zwillingsgrenze werden, da bei einer Drehung um diese Flächen der Krystall in eine Stellung gelangt, in welcher alle Flächen mit den ihnen parallelen der ursprünglichen Stellung zusammenfallen. Dagegen tritt in dem Falle der parallelflächigen oder gewendeten Hemiedrie die Möglichkeit einer Säulenfläche als Zwillingsgrenze ein.

Als Beispiel des ersten Falles kann *Fig. 93*, ein Zwilling des Zinnsteins, dienen, an welchem die einzelnen Krystalle aus Combinationen der Formen [1, 1, 1] und [1, 1, 0], des Hauptoctaeders und der ersten Säule, bestehen. Durch einfache Betrachtung dieses Zwillings erkennt man, dass der eine Krystall durch eine Drehung um eine der Endkanten des Octaeders in die Stellung des anderen gelangt, folglich die diese Kante gerade abstumpfende Fläche, also eine Fläche der Form [1, 0, 1], die Zwillingsgrenze ist.

Fig. 93.

Für den Fall der parallelflächigen Hemiedrie, der beim Tungstein am ausgezeichnetsten vorkommt, finden wir bei demselben Mineral Beispiele von Zwillingen, *Fig. 94*, bei welchen eine Fläche der Säule [1, 0, 0] die Zwillingsgrenze ist. Durch eine Drehung von 180° um eine solche Säulenfläche kommen die Flächen der Octaeder beider Krystalle [1, 1, 1] [1, 0, 1] wieder in die gleiche Stellung, coincidiren also, während die hemiedrischen Formen π [2, 1, 2] π [1, 3, 1] an benachbarten Seitenecken eine entgegengesetzte Lage erhalten, dem Zwilling also in den über den einzelnen Säulenflächen liegenden Theilen der Combination das Ansehen eines holoedrischen Krystalls geben (vergl. den einfachen Krystall *Fig. 56*).



Fig. 94.

§. 114. Zwillinge des zwei und zweigliedrigen Systems.

In dem zwei und zweigliedrigen System ist entweder die Fläche einer rhombischen Säule, oder eine Octaederfläche die Zwillingsgrenze, eine Endfläche dagegen kann nie Zwillingsgrenze werden, weil bei der Drehung um eine solche der Krystall stets in eine der ursprünglichen gleichartige Stellung gelangt. Da die drei Arten rhombischer Säulen dieses Systems, die verticalen, horizontalen Queer- und Längssäulen, nicht specifisch von einander verschieden sind, sondern den einen oder anderen Charakter annehmen, je nachdem eine oder die andere der drei Axen als erste, zweite oder dritte angesehen wird, so sind auch die Zwillinge, welche eine Fläche irgend einer Säule zur Grenze

haben, als wesentlich gleichartige anzusehen, und die Verschiedenheit in dem Gesammthabitus derselben durch keine andere Ursache bedingt, als die, welche der Mannigfaltigkeit in den Formen des Systems überhaupt zu Grunde liegt, nämlich durch die ungleiche absolute Ausdehnung der Krystalle in der Richtung der drei Axen.

Als Beispiele von Zwillingen, deren Grenze eine der drei Arten rhombischer Säulen ist, können *Figg. 95, 96, 97* dienen.

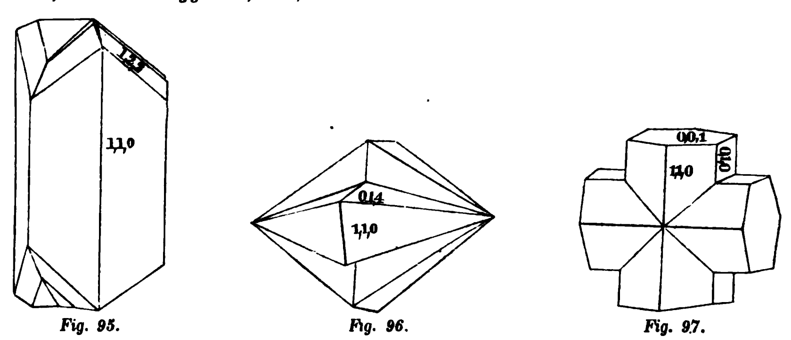


Fig. 95. *Fig. 96.* *Fig. 97.*

Fig. 95 ist ein Zwilling des Arragonits, dessen einzelne Krystalle aus Combinationen der Formen [1, 1, 0], [0, 1, 1] und [1, 2, 2] bestehen. Die Zwillingsgrenze ist eine Fläche der Säule [1, 1, 0], die an derselben einander gegenüberliegenden Säulenflächen beider Krystalle sind unter einem Winkel von 127° 28', dem Doppelten des spitzen Säulenwinkels gegeneinander geneigt.

Der Zwilling des Arsenikkieses, *Fig. 96*, dessen einzelne Krystalle Combinationen von [1, 1, 0] und [0, 1, 4] sind, hat zur Zwillingsgrenze eine Fläche von [1, 0, 1].

Der Staurolithzwilling *Fig. 97*, an welchem zwei Krystalle von den Formen [1, 1, 0], [0, 1, 0] und [0, 0, 1] so durcheinander gewachsen sind, dass die verticalen Axen beider auf einander senkrecht stehen, hat zur Grenze eine Fläche der Längssäule [0, 3, 2], wenn man die bei diesem Mineral vorkommende Längssäule, deren Neigungswinkel gegen die Axe c 35° 16' beträgt, als die Form [0, 1, 1] betrachtet, und demgemäss das Fundamentalverhältniss der Axen bestimmt.

In jedem dieser drei Fälle tritt das Zusammenfallen einer der drei krystallographischen Axen beider Krystalle in dem Zwilling sehr deutlich hervor, und zwar stets derjenigen Axe, auf welcher der Zonenkreis, in dem sich die Zwillingsgrenze befindet, senkrecht steht; in den angeführten drei Beispielen ist es der Reihe nach die Axe c, b, a. Es ist dies eine einfache Folge des Parallelismus jeder Fläche einer rhombischen Säule mit einer der drei Krystallaxen (§. 97), und erleichtert die Beachtung dieses Umstandes die Auffindung der Zwillingsgrenze sehr, da stets die eine Zone, deren Zonenkreis auf der gemeinschaftlichen Axe senkrecht steht, die Zwillingsgrenze enthalten muss, zur Bestimmung der letzteren also die Betrachtung zweier in dieser Zone einander gegenüberliegenden Flächen genügt, deren Neigungswinkel gegen einander das Doppelte des Neigungswinkels eines jeden gegen die Zwillingsgrenze werden muss.

Der Staurolithzwilling *Fig. 98* liefert ein Beispiel des zweiten im zwei und zweigliedrigen Systeme möglichen Zwillingsgesetzes, bei welchem die Fläche eines Octaeders die Grenze ist. Die einzelnen Krystalle bestehen aus Combinationen derselben Formen, wie in *Fig. 97*, die Axen C beider sind unter 60° gegen einander geneigt. Hieraus ergiebt sich, dass die Zwillingsgrenze eine Octaederfläche ist,

welche der Form [2, 3, 2] angehört, deren eine Endkante durch die rhombische Säule [0, 3, 2), die Zwillingsgrenze des vorigen Falles, gerade abgestumpft wird.

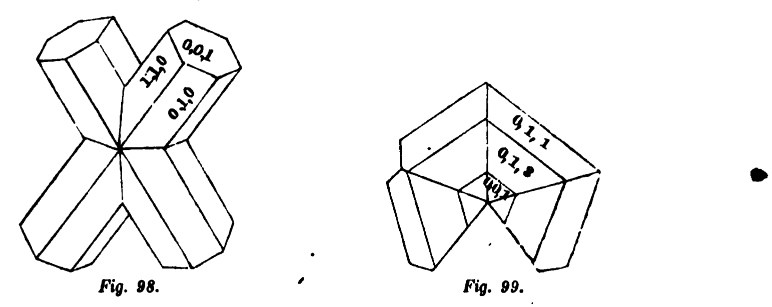


Fig. 98. *Fig. 99.*

Bei den Zwillingen des zwei und zweigliedrigen Systems kommt sehr häufig die Verdrängung einspringender Winkel an der absoluten Grenze beider Krystalle durch relative Vergrösserung der benachbarten, ausspringende Winkel mit einander machenden Flächen vor, wovon die unter dem Namen Speerkies bekannten Zwillinge des Binarkieses ein ausgezeichnetes Beispiel liefern. Die Zwillingsgrenze ist eine *Fläche der* Säule [1, 1, 0], es finden sich häufig nicht nur zwei, sondern bis vier *nach* diesem Zwillingsgesetz verwachsene Krystalle, an denen die Flächen der Queersäulen [0, 1, 1] [0, 1, 3] und die gerade Endfläche [0, 0, 1] so vorherrschend werden, dass die Säulenflächen [1, 1, 0] ganz oder beinahe ganz verschwinden. *Fig. 99* zeigt die obere Ansicht eines solchen Vierlings.

Die Zwillinge dieses Systems, so wie der folgenden, sind auch in der Beziehung bemerkenswerth, dass bei ihnen häufig eine in dem Systeme dem Grundgesetze der rationalen Verhältnisse nach mögliche Fläche als Zwillingsgrenze auftritt, welche als Krystallfläche an einfachen Krystallen desselben Minerals nicht beobachtet ist. Dies ist z. B. bei den beiden oben angeführten Arten von Staurolithzwillingen der Fall. Solche Zwillinge bekommen dann einen besondern wissenschaftlichen Werth, wenn an den beobachteten einfachen Krystallen des Minerals keine zur Bestimmung der Elemente des Krystallsystems genügende Anzahl von Neigungswinkeln gemessen werden kann; es dient dann die Messung der Neigung zweier jenseits der Zwillingsgrenze einander gegenüberliegenden Flächen, welche stets das Doppelte der Neigung einer jeden gegen die Zwillingsgrenze selbst ist, zur Ergänzung, indem durch dieselbe eine der erforderlichen Bedingungsgleichungen geliefert wird (vergl. §. 19).

§. 115. Zwillinge des zwei und eingliedrigen Systems.

In dem zwei und eingliedrigen Systeme sind entweder Flächen der verticalen Zone, oder Flächen einer rhombischen Säule die Zwillingsgrenzen, wogegen die seitliche Endfläche nicht Zwillingsgrenze werden kann, weil bei einer Drehung von 180° um dieselbe alle Flächen des Krystalls in die Stellung der ihnen parallelen gelangen.

Ist eine Fläche der verticalen Zone die Grenze, so coincidiren in beiden Krystallen die Flächen der Diagonalzone derselben in Folge ihrer symmetrischen Lage gegen die Grenze, die übrigen Formen erscheinen in entgegengesetzter Stellung, wenn nicht (was ein im zwei und eingliedrigen System sehr seltener Fall ist) eine Zone vorhanden ist, deren Zonenkreis der Zwillingsgrenze parallel liegt, wo dann auch für die Flächen dieser Zone Coincidenz stattfinden muss.

Die Zwillingsgrenze wird in diesem Falle stets leicht erkannt, indem man diejenige Zone aufsucht, in welcher alle gleichartige Flächen beider Krystalle zusammenfallen, die zugleich der verticalen Zone angehörige Fläche derselben ist die Zwillingsgrenze.

Wenn man bedenkt, dass die seitliche Endfläche [0, 1, 0] in die Diagonalzonen aller schiefen Endflächen fällt, und auf allen Flächen der verticalen Zone senkrecht steht, so erkennt man, dass an allen Zwillingen dieser ersten Art beide Krystalle die seitliche Endfläche stets gemeinschaftlich haben müssen. An sehr vielen Krystallen dieses Systems, so wie dann auch an vielen Zwillingen zeichnet sich die seitliche Endfläche durch vorherrschende absolute Ausdehnung vor den übrigen Formen aus, und erscheint demgemäss häufig als physische Hauptgrenze beider Krystalle gegen einander, ist indessen in solchen Fällen nie die krystallographische Zwillingsgrenze.

Im Falle der zweiten Art, wenn die Fläche irgend einer rhombischen Säule die Zwillingsgrenze wird, ist dieselbe wiederum am leichtesten durch Aufsuchung der beiden Krystallen gemeinschaftlichen Diagonalzone, in welche diese Grenzfläche fallen muss, zu erkennen. Die dieser Diagonalzone angehörenden schiefen Endflächen beider Krystalle werden in dem Zwilling entgegengesetzte Lage haben, und durch ihren Neigungswinkel, welcher der doppelten Neigung einer jeden gegen die Zwillingsgrenze gleich wird, ist die letztere bestimmt.

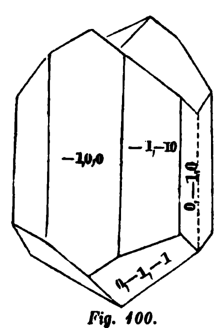


Fig. 100.

Die erste Art Zwillinge ist die häufigste, ein charakteristisches Beispiel giebt *Fig. 100*, ein Zwilling des Augit, die Combination [1, 0, 0] [1, 1, 0] [0, 1, 0] und [0, 1, 1] enthaltend. Die Säulenflächen beider Krystalle fallen zusammen, die in der Zone derselben enthaltene Fläche der verticalen Zone, also [1, 0, 0], ist die Zwillingsgrenze.

Dasselbe Zwillingsgesetz zeigen die häufigsten Zwillinge des Feldspaths, *Fig. 101*, welche vorherrschend aus Combinationen der Formen [1, 1, 0] [0, 1, 0] [0, 0, 1] und [— 1, 0, 1] bestehen, die Säulenflächen beider Krystalle gemeinschaftlich haben, so dass, wie vorher, die Fläche [1, 0, 0] Zwillingsgrenze wird, gegen welche dann auch die übrigen Flächen der verticalen Zone eine entgegengesetzte Lage haben.

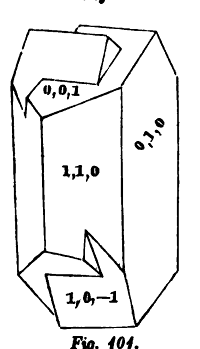


Fig. 101.

Diese Feldspathzwillinge, als Karlsbader Zwillinge bezeichnet, weil sie in den Graniten von Karlsbad in grosser Menge vorkommen, haben in der Regel nicht die Zwillingsgrenze auch zur absoluten Grenze, sondern sind entweder nur mit den Flächen (0, 1, 0) aneinander, oder theilweise durcheinander gewachsen, und ganz ähnlich verhalten sich die nach demselben Gesetz gebildeten Zwillinge aller übrigen Fundorte. Es sind namentlich diese Zwillinge, auf welche sich die frühere Bemerkung bezieht, dass durch vorherrschende Ausdehnung der seitlichen Endfläche und Coincidenz derselben für beide verwachsene Krystalle es den Anschein gewinnen könne, als sei dieselbe auch die Zwillingsgrenze, während doch in den Zwillingen nur die Flächen der horizontalen Zone, welche beiden Krystallen gemeinschaftlich ist, aber keine anderen Flächen jenseits dieser absoluten Grenze entgegengesetzte Lage haben, weshalb sie eben nicht als krystallographische Zwillingsgrenze angesehen

werden darf. Wenn man je nach der Stellung der beiden Krystalle gegen diese absolute Grenze rechts und links aneinander gewachsene Zwillinge unterscheiden kann (der *Fig. 101* dargestellte Zwilling würde ein rechter zu nennen sein), so ist dieser Unterschied nicht als ein wesentlicher, sondern als ein zufälliger, zu betrachten. Der Umstand, dass die beiden Flächen der Säule [1, 1, 0] bei einigen Feldspathabänderungen ungleich deutliche Spaltbarkeit zeigen, ändert in diesem Verhalten nichts, weil durch die symmetrische Lage der schiefen Endfläche gegen die Säule und die senkrechte Stellung derselben gegen die seitliche Endfläche der Charakter des Krystallsystems als der eines zwei und eingliedrigen entschieden ausgeprägt ist, und in einem solchen nur das oben ausgesprochene Zwillingsgesetz zur richtigen Bestimmung der relativen Lage aller Flächen führt. Die erwähnte, schon von Haüy gemachte, Beobachtung hat nur insofern ein besonderes krystallographisches Interesse, als aus derselben eine Hinneigung des Feldspathsystems zum ein und eingliedrigen Charakter zu erkennen ist, welcher in den ihm am nächsten verwandten Gattungen vollständig auftritt.

Ein anderes Zwillingsgesetz der ersten Art erkennen wir in dem Feldspathzwilling *Fig. 102* (Adularzwilling, weil es bei dieser Feldspathabänderung am häufigsten vorkommt). Beide *Krystalle* haben die Diagonalzone der schiefen *Endfläche* (0, 0, 1) gemeinschaftlich, diese Fläche ist also die Zwillingsgrenze.

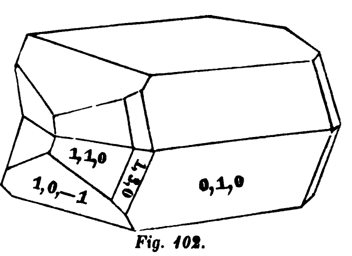


Fig. 102.

Ein Beispiel eines nach einem Gesetze der zweiten Art gebildeten Zwillings des zwei und eingliedrigen Systems liefert der Feldspathzwilling *Fig. 103* (Bavenoer Zwilling genannt, weil dieses Zwillingsgesetz bei den Feldspathen von Baveno besonders deutlich ausgebildet vorgekommen ist). Die beiden Krystallen gemeinschaftliche Zone ist die Diagonalzone der schiefen Endfläche, in dieser Zone sind die Flächen (0, 0, 1) beider Krystalle unter 90° gegen einander geneigt, die Zwillingsgrenze also eine Fläche, deren Neigung gegen die schiefe Endfläche in deren Diagonalzone die Hälfte von 270°, d. h. 135°, beträgt; dies ist die Fläche (0, 1, 1), von Weiss Diagonalfläche genannt.

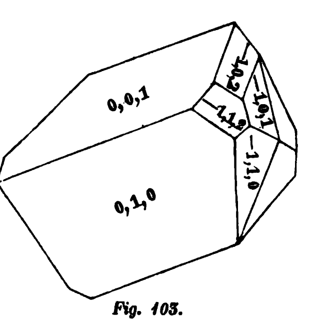


Fig. 103.

Die senkrechte Stellung der Flächen (0, 0, 1) und (0, 1, 0) beim Feldspath hat zur Folge, dass, wenn sich das letzte Zwillingsgesetz bei mehreren Krystallen wiederholt, der erste und dritte, so wie der zweite und vierte gegen einander in eine Stellung kommen, wie zwei Krystalle eines Adularzwillings; so verwachsene vollständige Drillinge und Vierlinge können also als Combinationen beider Zwillingsgesetze angesehen werden.

§. 116. Zwillinge des ein und eingliedrigen Systems.

Da in dem ein und eingliedrigen Krystallsystem nur eine einzige Art von Formen, nämlich parallele Flächenpaare, vorhanden ist, so wird der Charakter der Zwillinge dieses Systems im Ganzen derselbe bleiben, welche Fläche auch Zwillingsgrenze werden möge. Diese giebt sich immer leicht zu erkennen, da wegen des gänzlichen Mangels an Symmetrie keine Fläche des einen der beiden

verwachsenen Krystalle mit einer des anderen coincidiren kann, mit alleiniger Ausnahme der Zwillingsgrenze selbst.

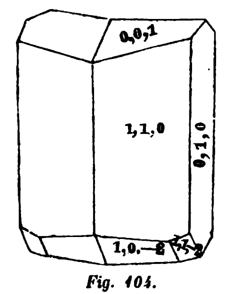


Fig. 104.

Als Beispiel kann *Fig. 104*, ein Zwilling des Albit, dienen, bei welchem die seitliche Endfläche (0, 1, 0) Zwillingsgrenze ist, und die Flächen (0, 0, 1), den Ebenen der deutlichsten Spaltbarkeit parallel, in beiden Krystallen neben einander liegend, um das Doppelte des schiefen Axenwinkels i'' gegen einander geneigt sind.

Der flach aus- oder einspringende Winkel an solchen Zwillingen zwischen einander gegenüberliegenden Flächen, deren Neigung gegen die Zwillingsgrenze nicht viel von 90° abweicht, macht dieselben einerseits als Zwillinge leicht kenntlich, so wie er andererseits die Schiefwinklichkeit der Axen noch deutlicher hervortreten lässt, als es bei einfachen Krystallen derselben Mineralien der Fall ist.

Kapitel X.

Winkelmessung.

§. 117. Goniometer.

Die Messung der Neigungswinkel zweier Flächen eines Krystalls gegen einander kann nach verschiedenen Methoden geschehen; die zu solchen Messungen besonders bestimmten Instrumente heissen Goniometer (von ἡ γωνία, Winkel, Ecke) und zerfallen in zwei Klassen, Anlege-Goniometer und Reflexions-Goniometer, je nachdem die Messung durch unmittelbares Anlegen des Instrumentes an die Krystallflächen, oder durch Beobachtung der Richtung eines von denselben reflectirten Lichtstrahles vermittelt wird.

§. 118. Anlegegoniometer von Carangeau.

Das älteste ist das Anlegegoniometer von Carangeau, dessen sich Haüy vornämlich zu seinen Messungen bediente. Dasselbe besteht aus einem getheilten Halbkreise mit einer festen und einer um den Mittelpunkt drehbaren Alhidade, ist also im wesentlichen ein Transporteur mit hinzugefügter beweglicher Alhidade, deren über den Mittelpunkt verlängerter Schenkel an die eine der beiden Krystallflächen angelegt wird, während die feste Alhidade die andere berührt, so dass der andere Schenkel auf der Theilung des Instruments den dem zu messenden Neigungswinkel gleichen Scheitelwinkel unmittelbar angiebt. Um das Instrument auch kleinen und eingewachsenen Krystallen mit möglichster Sicherheit anlegen zu können, sind beide Alhidaden so eingerichtet, dass sie sich gegen den Mittelpunkt verlängern und verkürzen lassen, sowie auch der getheilte Halbkreis selbst in der Mitte mit einem Gelenk versehen ist, um die eine Hälfte desselben nöthigenfalls zurückschlagen zu können (*Fig. 105*, S. 113).

Die Sicherheit der Messung mit diesem Instrument ist von der genauen Erfüllung olgender zwei Bedingungen abhängig: es muss 1. die Kante beider Alhidaden in genaue und ununterbrochene Berührung mit den beiden Krystallflächen gebracht werden und 2. die

Ebene des getheilten Kreises oder die Ebene des Instruments auf beiden Krystallflächen senkrecht stehen.

Die Erfüllung der ersten Bedingung ist von der Beschaffenheit der Krystallflächen abhängig, nur wenn diese völlig glatt und eben sind, kann sie stattfinden. Da nun grössere Krystalle sehr selten ungestört ausgebildete, also glatte und ebene Flächen haben, und schon aus diesem Grunde meistens nicht zur Winkelmessung geeignet sind, bei kleinen Krystallen mit glatten Flächen sich aber das Anlegen des Krystalls an das Instrument mit voller Genauigkeit schwer bewirken lässt, so wird hierin eine Quelle möglicher Beobachtungsfehler liegen, deren Grösse kaum abzuschätzen ist.

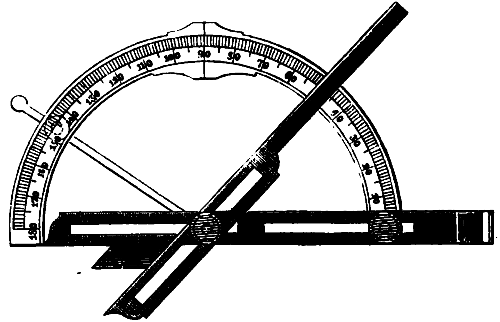


Fig. 105.

Eine zweite Quelle möglicher Fehler von gleicher Bedeutung entspringt aus dem Umstande, dass die Erfüllung der zweiten Bedingung allein von der richtigen Schätzung des Beobachters abhängt, deren Schwierigkeit mit der Kleinheit der Krystalle ebenfalls wächst.

Aus diesen Gründen ist das CARANGEAU'sche Anlegegoniometer zu genauen Messungen *nicht* brauchbar, und nur zu genäherten Bestimmungen der Neigungswinkel geeignet. Zwar hat BRONGNIART versucht, es dadurch brauchbarer zu machen, dass er die beiden Alhidaden von dem Transporteur trennte, dieselben ohne den letzteren zum Anlegen an den Krystall benutzte und dann auf denselben so auflegte, dass der Scheitelpunkt des gemessenen Winkels mit dem Mittelpunkte des getheilten Kreises genau zusammenfiel, was durch einen passend angebrachten Zapfen und Einschnitt bewirkt werden kann; indessen wird durch eine solche Vorrichtung die Genauigkeit der Messung nicht vergrössert, sondern nur die Bequemlichkeit der Handhabung, und ist sie daher nicht als wesentliche Verbesserung zu betrachten.

§. 119. Reflexionsgoniometer von WOLLASTON.

Das **Reflexionsgoniometer** ist von WOLLASTON erfunden. Dasselbe besteht nach seiner ursprünglichen Einrichtung (*Fig. 106*) aus einer am Rande getheilten Kreisscheibe, welche um ihre auf einem festen Gestell ruhende horizontale Axe drehbar ist. An dem Gestell ist mittelst eines Armes der Nonius befestigt, welcher zur Ablesung der kleinen Bogentheile auf dem Kreise dient, und dessen Nullpunkt die jedesmalige Stellung des Kreises angiebt. Die Axe der Scheibe ist concentrisch durchbohrt, und durch dieselbe geht eine zweite Axe, an welcher auf der dem Gestell gegenüberliegenden Seite der Scheibe der Krystallträger angebracht ist, d. h. eine nach mehreren

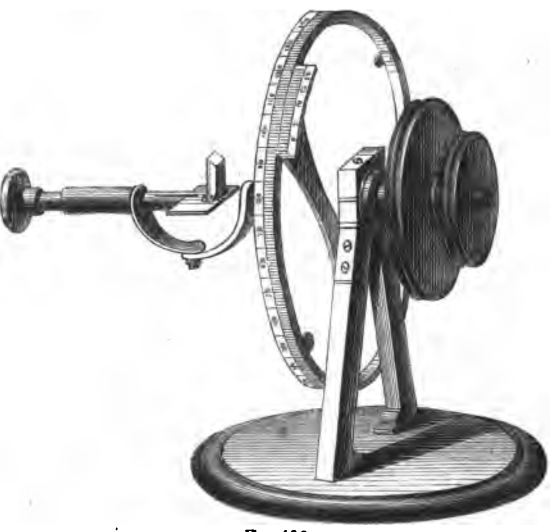


Fig. 106.

Richtungen verschiebbare Vorrichtung, auf welcher der Krystall durch Wachs befestigt und in eine solche Stellung gegen das Instrument gebracht werden kann, dass die Kante zwischen den beiden Krystallflächen, deren Neigungswinkel gegen einander gemessen werden soll, in die Axe des Kreises fällt. Die innere Axe mit dem Krystallträger ist für sich drehbar, ohne dass zugleich eine Veränderung in der Stellung des Kreises eintritt, lässt sich aber auch mit dem Kreise zugleich drehen, so dass während dieser Bewegung die Stellung des Krystalls gegen den Kreis unverändert bleibt.

Die Winkelmessung mit diesem Instrumente geschieht, indem man, nachdem zuvor die Kante zwischen den beiden zu beobachtenden Krystallflächen genau in die Axe des Instruments gebracht ist, während der Nonius auf dem Nullpunkte der Theilung des Kreises steht, die Coincidenz des Bildes irgend eines entfernten Objectes mit einem zweiten in derselben Verticalebene liegenden entfernten Gegenstand beobachtet, und hierauf die ganze Scheibe mit dem Krystall so weit herumdreht, bis die Coincidenz derselben Bilder auf der zweiten Krystallfläche eintritt. Die Drehung der Scheibe muss dann dem Winkel zwischen den Trägern beider Krystallflächen gleich, oder das Supplement des Neigungswinkels der Flächen sein, und wird also durch Ablesung des Bogens auf dem Rande der Scheibe gemessen.

Durch die gesonderte Beweglichkeit der inneren Axe wird auch eine Repetition möglich. Wenn nämlich nach vollendeter erster Messung die Scheibe stehen bleibt, der Krystall mittelst der inneren Axe bis zur ersten Einstellung zurückgedreht, dann die Scheibe mit demselben wiederum so lange bewegt wird, bis die zweite Krystallfläche die Coincidenz der Bilder zeigt, so beträgt die ganze Drehung der Scheibe das Doppelte des Winkels zwischen den Trägern beider Krystallflächen. Auf diese Weise kann durch Wiederholung desselben Verfahrens ein beliebiges Vielfaches des Winkels gemessen werden.

Das Princip, auf welchem die Einrichtung dieses Instrumentes beruht, ist, wie sich schon aus der Beschreibung ergiebt, ein sehr einfaches; durch Umdrehung um ihre Durchschnittskante sollen beide Krystallflächen nach einander in dieselbe Ebene gebracht werden, die Grösse dieser Drehung wird dann dem Winkel zwischen den Normalen beider Flächen gleich, und dieser also durch die Drehung gemessen sein, wenn sie strenge in der angegebenen Art stattgefunden hat. Damit dies geschehe, müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

1. Die Richtung, in welcher die von den beiden Krystallflächen reflectirten Lichtstrahlen in das Auge des Beobachters gelangen, muss so fest bestimmt sein, dass dadurch mit Sicherheit zu erkennen ist, beide Flächen seien durch die Drehung nach und nach wirklich in dieselbe Ebene gebracht;
2. beide Flächen müssen der Axe des Instruments parallel sein;
3. sie müssen von der Axe gleich weit entfernt sein.

Die Genauigkeit der Messung wird sich nun beurtheilen lassen, wenn man die Grösse der möglichen Fehler aufsucht, welche aus einer unvollständigen Erfüllung dieser Bedingungen entstehen.

1. Die Richtung, in welcher die von den Krystallflächen reflectirten Lichtstrahlen in das Auge gelangen, wird durch die Coincidenz des Bildes einer entfernten Marke mit einem direct gesehenen Gegenstand bestimmt, ist also zunächst bedingt durch die Feststellung der Richtung, in welcher letzterer gesehen wird, oder der Stellung des Auges gegen die Krystallfläche. Der hieraus entstehende mögliche Fehler bestimmt sich leicht auf folgende Weise: Es

sei MO (*Fig. 107*) der von der entfernten Marke kommende Lichtstrahl, welcher in O von der Krystallfläche mn so reflectirt wird, dass er in der Richtung OA coincidirend mit dem direct von W nach A in das Auge gelangenden Lichtstrahl gesehen wird. Befindet sich das Auge in $A_{,,}$ so ist die Richtung des direct gesehenen Gegenstandes $WA_{,}$, der Winkel $AWA_{,}$ sei α; der hieraus entstehende Fehler in der Messung, $\Delta\alpha$, ist diejenige Drehung der Krystallfläche, welche erforderlich ist, damit der Lichtstrahl MO nach $A_{,}$ reflectirt wird, es sei $mn_{,}$ die dem entsprechende Stellung der Krystallfläche, so ist $nmn_{,} = \Delta\alpha$. Dem Gesetz der Spiegelung zufolge ist aber $nmn_{,} = \frac{1}{2} AWA_{,}$, also $\Delta\alpha = \frac{1}{2}\alpha$. Der aus der Ungenauigkeit der Beobachtungsrichtung entspringende Fehler der Messung steht also in directem Verhältniss zu der Grösse derselben. Die Mittel, welche man anwenden kann, um diesen Fehler auf ein Kleinstes zu bringen, sollen später besprochen werden.

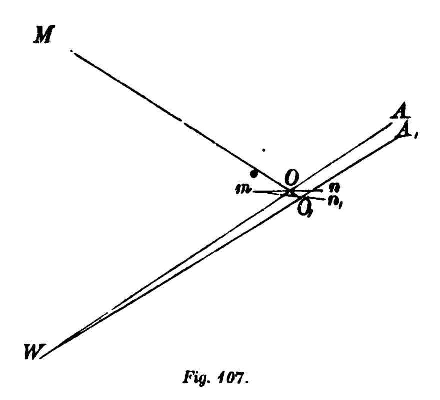


Fig. 107.

2. Der Neigungswinkel der beiden Krystallflächen gegen die Axe des Instruments sei β und $\beta_{,}$, der hieraus entstehende Fehler $\Delta\beta$. Ist *Fig. 108* MN der Durchschnitt einer um den Mittelpunkt des getheilten Kreises beschriebenen Kugelfläche mit einer auf der Axe des Instruments senkrechten Ebene, so seien A und $A_{,}$ die Pole der beiden Krystallflächen, welche in diese Ebene fallen müssen, wenn die Flächen der Axe parallel sind, und $AA_{,} = J$ der zu messende Bogen; sind aber die Flächen gegen die Axe geneigt, so fallen ihre Pole in B und $B_{,}$, so dass die durch diese Punkte auf die Ebene MN senkrecht gezogenen grössten Kreise der Kugel die Bogen $BA = \beta$ und $B_{,}A_{,} = \beta_{,}$ enthalten, welche den Neigungswinkeln der Flächen gegen die Axe gleich sind. Verlängert man dieselben bis zum Durchschnitt in C, so wird in dem sphärischen Dreieck $CBB_{,}$ der Winkel $C = AA_{,}$ der zu messende Bogen, J, die Seite $BB_{,}$ der wirklich gemessene $J_{,}$, und man erhält

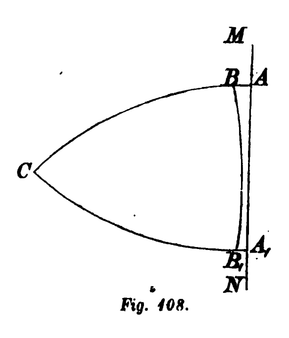


Fig. 108.

$$\cos J_{,} = \frac{\cos J - \sin\beta \sin\beta_{,}}{\cos\beta \cos\beta_{,}}.$$

Da β und $\beta_{,}$ sehr kleine Bogen sein werden, sowie auch der Fehler $J_{,} - J = \Delta\beta$ einen kleinen Werth bekommen wird, ist es erlaubt, für $\cos\beta \cos\beta_{,}$ den Näherungswerth 1 zu setzen, $\frac{1}{2}(J_{,} + J)$ mit J zu vertauschen und statt des sinus der kleinen Bogen die Bogen selbst einzuführen, wodurch sich aus der obigen Gleichung $\Delta\beta = \frac{\beta\beta_{,} \sin 1''}{\sin J}$, in Secunden ausgedrückt, ergiebt.

3. Befinden sich die beiden Krystallflächen in ungleichem Abstande von der Axe des Instruments, und sei diese Differenz γ, der davon herrührende Fehler $\Delta\gamma$, so wird, wenn in *Fig. 109* M die Marke ist, deren Reflex von der Krystallfläche in der Richtung AO beobachtet wird, die zweite Fläche im Punkt O' reflectirend, die Stellung qO' haben müssen, wenn die Richtungen beider reflectirten Strahlen coincidiren sollen. Es sei der Winkel des reflectirten Strahls mit der Krystallfläche $AOM = n$, die

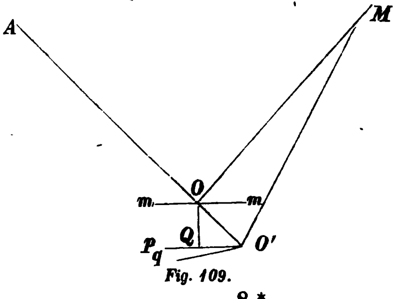


Fig. 109.

Differenz der Abstände der beiden Flächen von der Axe $OQ = \gamma$, die Entfernung der Marke M vom Krystall $MO' = s$, so wird der Fehler durch den Winkel $pO'q$ ausgedrückt, welcher $= \frac{1}{2}\, OMO'$ ist. Aus dem Dreieck OMO' ergiebt sich aber $\sin OMO' = \frac{OO'}{MO'} \sin MOO'$, und da $OO' = \frac{\gamma}{\sin n}$ $\sin OMO' = \frac{\gamma}{s} \frac{\sin 2n}{\sin n}$, oder, wiederum in Secunden ausgedrückt, $\Delta\gamma = \frac{\gamma \cos n}{s \cdot \sin 1''}$;

Von diesen Fehlern werden die beiden letzten leicht auf ein so geringes Maass gebracht werden können, dass sie die beim Ablesen auf der Theilung des Instruments möglichen Beobachtungsfehler lange nicht erreichen. Wenn z. B. die Neigung der Krystallflächen gegen die Axe des Instruments 10', die Differenz der Entfernung beider von der Axe $\frac{1}{4}$ Linie betrüge, Fehler, welche bei der Aufstellung wohl kaum erreicht werden, so würde bei einem Abstande der zu beobachtenden Marke von nur 6 Fuss sich ergeben: $\Delta\beta = \frac{600''^2 \sin 1''}{\sin J} = \frac{1'',75}{\sin J}$ $\Delta\gamma = \frac{0,25 \cos n}{864 \sin 1''} = 47'',41 \cos n$. Beträgt nun der kleinste am Nonius des Instruments abzulesende Bogen 30'', so wird der erste der beiden Fehler erst dann diese Grösse erreichen, wenn $J = 3^0$ oder kleiner wird, der zweite durch passende Wahl des an sich willkürlichen Winkels n so bestimmt werden können, dass er unter dieser Grenze von 30'' bleibt, ganz abgesehen davon, dass durch eine an sich eben so beliebige Vergrösserung der Entfernung s der Zahlenwerth desselben ebenso beliebig vermindert werden kann.

Die Grösse, welche der erste mögliche Fehler $\Delta\alpha$ erreichen kann, ist von der Art der Beobachtung abhängig. Die Richtung, in welcher der reflectirte Lichtstrahl in das Auge des Beobachters gelangt, ist nur dann eine unveränderliche, wenn das Auge gegen die spiegelnde Krystallfläche immer in die gleiche Stellung gebracht wird. Bei der gewöhnlichen Beobachtungsweise ist es die Richtung, in welcher die direct gesehene Marke erscheint, welche als feste angenommen wird, und würde sie ganz strenge eine solche sein, wenn sich das Auge des Beobachters in der Krystallfläche selbst befände, sie wird bei verschiedenen Beobachtungen eine um so geringere Aenderung durch eine zufällige Ortsveränderung des Auges erleiden, je grösser die Entfernung des als Marke gewählten Gegenstandes im Verhältniss zu der des Auges von der Krystallfläche ist. Um diese Richtung noch sicherer zu fixiren, kann man an die Stelle der direct gesehenen Marke das von einem in unveränderter Stellung erhaltenen Planspiegel reflectirte Bild desselben Gegenstandes setzen, dessen Bild auch von der Krystallfläche reflectirt wird, wobei durch die Coincidenz beider reflectirten Bilder die Ueberzeugung gewonnen wird, dass die Krystallfläche sich in einer der Fläche des Spiegels parallelen, also fest bestimmten Ebene befindet. NEUMANN stellt zu diesem Zweck einen kleinen Spiegel unmittelbar neben dem Krystall fest auf, KUPFFER hat einen solchen bei einigen Messungen hinter den Krystall gesetzt, und DEGEN ihn mit dem Goniometer fest verbunden. *Fig. 110* zeigt das Princip dieser Verbindung. Befindet sich in C_1 ein kleiner Spiegel so aufgestellt, dass er um eine der Axe des Goniometers parallele Linie drehbar ist, so wird derselbe sich so stellen lassen, dass das von einem sehr entfernten Gegenstand in der Richtung $A_1 C_1$ einfallende Licht nach $C_1 O$ in das Auge des Beobachters reflectirt wird; wird nun der Krystall bei C in der Axe des Instruments so aufgestellt, dass der von demselben Gegenstand kommende Lichtstrahl AC, in der Rich-

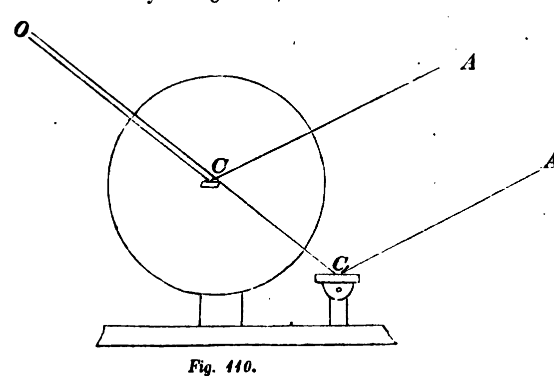


Fig. 110.

tung CO reflectirt, mit dem reflectirten Strahl $C_{,}O$ zusammenfällt, so sind die Spiegelfläche und die Krystallfläche parallel, wenn der Gegenstand A so weit entfernt ist, dass der Abstand $CC_{,}$ in Verhältniss zu dieser Entfernung als verschwindend angenommen werden darf, oder, selbst wenn dies nicht der Fall ist, wird doch der Neigungswinkel beider Flächen gegen einander stets gleiche Grösse haben, sobald die Coincidenz beider Bilder eintritt, folglich die Krystallfläche jedenfalls wieder in dieselbe Ebene gebracht und somit der Zweck dieser Aufstellung erreicht sein.

Man kann sich zur Fixirung der Richtung, in welcher der von der Krystallfläche reflectirte Lichtstrahl in das Auge gelangen soll, auch eines Fernrohrs mit Fadenkreuz bedienen, und wird durch Anwendung eines solchen den Fehler des parallaktischen Sehens noch sicherer vermeiden. Durch diese Methode der Bestimmung der Sehrichtung unterscheidet sich im Wesentlichen das Goniometer von Malus von dem Wollaston'schen, indem die Verschiedenheit der Stellung (bei dem Goniometer von Malus steht die getheilte Kreisscheibe horizontal, die reflectirende Krystallfläche vertical) keine principielle ist.

Die Vorbereitung zur Messung wird daher in folgender Weise zu treffen sein:

Man befestigt den Krystall mit Wachs auf dem Krystallträger nach dem Augenmaass so, dass die Kante zwischen den beiden Flächen, deren Neigungswinkel gemessen werden soll, möglichst genau in die Axe des Instruments fällt. Hierauf stellt man durch Drehung des Stiftes, an welchem der Krystallträger sich befindet, die eine Fläche dem Hülfsspiegel parallel, was dadurch erreicht wird, dass man das Bild einer Verticallinie (des dünnen Fadens eines am Fenster aufgehängten Loths) auf beiden Flächen zur Deckung bringt. Sodann dreht man den Krystall an der innern Axe, bis die zweite Fläche denselben verticalen Gegenstand reflectirt; coincidirt dessen Bild ebenfalls mit dem von dem Spiegel reflectirten, so stehen beide Flächen der Axe parallel, wo nicht, dreht man den Krystall auf der Scheibe des Krystallträgers in der Ebene der ersten Krystallfläche, bis die zweite die Coincidenz der Bilder ebenfalls zeigt. Ist diese Einstellung vollendet, so beginnt die Messung, indem man die Bilder einer entfernten Horizontallinie auf der ersten Krystallfläche und dem Spiegel zur Coincidenz auf der zweiten Fläche herumdreht, und die Grösse der Drehung abliest.

Die möglichen Fehler des Instrumentes selbst, Excentricität der Axe und Theilungsfehler, werden am einfachsten durch Repetition erkannt, und verschwinden, wenn diese so weit fortgesetzt wird, dass das gemessene Vielfache sehr nahe 360° oder ein ganzes Vielfaches davon beträgt. Zur directen Bestimmung solcher Fehler dienen, wie bei allen getheilten Kreisen, Messungen gleicher Winkel durch Bogen aus verschiedenen Quadranten der Theilung.

Von grosser Wichtigkeit für das Resultat der Messung ist die Beschaffenheit der Krystallflächen selbst. Wenn, wie bereits bemerkt, grosse Krystalle selten hinreichend glatte und ebene Flächen besitzen, sondern meistens mehr oder weniger unvollständig ausgebildet sind, so sind auch die Flächen kleiner Krystalle nicht immer hinreichend eben, um für die Messung zu genügen, auch wenn sie vollkommen glatt und spiegelnd erscheinen. Unter den Unvollkommenheiten kleiner und glänzender Flächen ist es besonders eine, welche häufig vorkommt und die Messung unsicher macht, eine fast unmerkliche Krümmung in der Richtung einer der Zonenebenen, in welchen die Fläche liegt. Eine solche Krümmung hat eine ähnliche Bedeutung, wie die häufig auf Krystallflächen vorkommende Streifung in einer bestimmten Richtung, wir erkennen in beiden die Tendenz zur Bildung anderer Krystallflächen aus der betreffenden Zone, die gekrümmte Fläche wird zu einer cylindrischen, deren Seiten auf der Ebene des Zonenkreises senkrecht stehen. Auf diese cylindrische Krümmung hat Neumann aufmerksam gemacht, und bereits bemerkt, dass das Vorhandensein derselben bei der Beobachtung der gespiegelten Bilder erkannt werde, das von der cylindrischen Krystallfläche reflectirte Bild wird stets in der betreffenden Zonenebene kürzer erscheinen als das von dem ebenen Hülfsspiegel erzeugte. Ist eine solche Krümmung vorhanden, so muss die Reflexion möglichst von der Mitte der Krystallfläche, als demjenigen Theile der Cylinderfläche beobachtet werden, dessen Normale mit der der ebenen Krystallfläche zusammenfällt, und um dies zu erreichen, kann man in solchen Fällen die Ränder der Krystallfläche mit einem dunklen Ueberzug versehen, so dass nur ein kleiner Theil in der Mitte spiegelnd bleibt.

§. 120. Goniometer von Mitscherlich.

Das Goniometer von Mitscherlich (*Fig. 111*) ist ein verbessertes Wollaston'sches Reflexionsgoniometer. An demselben dient ein Fernrohr zur



Fig. 111.

Fixirung der Richtung des Sehens, wie bei dem Goniometer von Malus. Eigenthümlich ist die Vorrichtung zur Einstellung des Krystalls. An der innern Axe des Instruments ist ein Metallstück befestigt, auf welchem durch die Schraube *A* ein Schlitten der Ebene des getheilten Kreises parallel verschoben werden kann, der einen zweiten durch die Schraube *B* unter einem rechten Winkel gegen den ersten verschiebbaren Schlitten trägt. Daran befindet sich der eigentliche Krystallträger, bestehend in einem Kugelsegment, welches durch die Schrauben *C* und *D* beziehungsweise etwas verschoben und um seine Axe gedreht werden kann, und auf welchem der Krystall entweder durch Wachs befestigt, oder durch die Zange *E* mittelst zweier Schrauben gehalten wird. Zur feineren Einstellung dienen ausserdem die Klemmen mit Mikrometerschrauben bei *M* und *N*, erstere für die Einstellung des ganzen Instruments, letztere für die der innern Axe mit dem Krystall allein, sowie endlich zur schärferen Ablesung der Theilung die Loupe *l* dient.

Durch die Schrauben *A* und *B* wird die Centrirung des Krystalls bewirkt,

durch C und D der Parallelismus der zu beobachtenden Flächen mit der Axe. Die centrale Stellung wird daran erkannt, dass die Kante, deren zugehöriger Neigungswinkel gemessen werden soll, bei einer Drehung des Krystalls allein ihre Stellung im Gesichtsfelde des Fernrohrs nicht ändert; der Parallelismus der Flächen mit der Axe an der gleichen Stellung des von beiden Flächen reflectirten Bildes der entfernten Marke gegen das Fadenkreuz des Fernrohrs. Diese Art der Einstellung lässt eine Genauigkeit zu, bei welcher der mögliche Fehler auf höchstens 0',1 zu schätzen ist.

§. 121. Goniometer von Babinet.

Bei dem Goniometer von Babinet (*Fig. 112*), welches ebenfalls ein Reflexionsgoniometer ist, hat man eine feste Aufstellung nicht nöthig, und wird

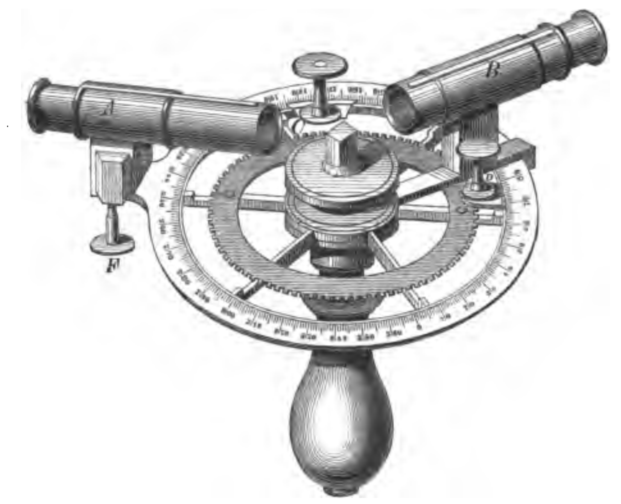


Fig. 112.

die Schwierigkeit, eine passende hinreichend entfernte Marke in der Reflexionsebene, welche zugleich der Ebene des getheilten Kreises parallel sein muss, aufzusuchen, vermieden. Dasselbe besteht aus einem getheilten Kreise mit zwei der Ebene desselben parallel stehenden Fernröhren, einem festen A, und einem um den Mittelpunkt beweglichen B, einer auf die Axe aufgesetzten Scheibe, welche mit der daran befindlichen Alhidade C eine von der des Fernrohrs unabhängige Drehung um den Mittelpunkt zulässt, und welche als Krystallträger dient. Das Fadenkreuz des festen Fernrohrs tritt hier an die Stelle der entfernten Marke bei den vorher beschriebenen Instrumenten. Die Messung geschieht, indem der Krystall in senkrechter Stellung der betreffenden Kante mit Wachs auf die Scheibe im Mittelpunkt geklebt, das bewegliche Fernrohr so gestellt wird, dass man das von der einen Krystallfläche reflectirte Bild des Fadenkreuzes im festen Fernrohr an dem des beweglichen erblickt und hierauf die Scheibe mit dem Krystall so lange dreht, bis die gleiche Stellung für die zweite Krystallfläche

erreicht ist, wo dann an der Alhidade die Grösse der Drehung abgelesen wird. Die Regulirung der Einstellung geschieht auf folgende Weise. Durch Umdrehung der Oculare stellt man die Fadenkreuze beider Fernröhre so, dass der eine Faden der Ebene des getheilten Kreises parallel, der andere darauf senkrecht steht, setzt beide Fernröhre einander gerade gegenüber und hebt oder senkt mittelst der Schraube *F* das feste Fernrohr, bis die Durchschnittspunkte beider Fadenkreuze einander decken, bringt durch Drehung des einen Oculars einen der beiden Fäden in seiner ganzen Länge zur Deckung, und beobachtet, ob bei einer Verrückung des beweglichen Fernrohrs nach rechts und links die Fäden, welche zur Deckung gebracht waren, genau parallel bleiben. Ist dies der Fall, so ist die Sehrichtung, d. h. die Axe des Fernrohrs dem Limbus parallel, wo nicht, muss durch eine kleine Drehung der Oculare und Wiederholung der Beobachtung der Parallelismus hergestellt werden. Hierauf wird der Krystall mit Wachs auf den Träger befestigt. Die Kante des zu messenden Neigungswinkels wird richtig centrirt sein, wenn sie im Gesichtsfelde des beweglichen Fernrohrs bei einer Verschiebung desselben ihren Ort nicht ändert; die Krystallflächen werden senkrecht auf dem Limbus stehen, wenn das von ihnen reflectirte Bild des Fadenkreuzes im festen Fernrohr im beweglichen ebenso erscheint, wie vorher das direct beobachtete Fadenkreuz, auch die parallele Lage der Fäden beim Hin- und Herbewegen des Fernrohrs nicht verloren geht; ist dies nicht der Fall, so muss die Stellung des Krystalls entsprechend geändert werden.

Ein Uebelstand bei der Benutzung dieses Instruments liegt in dem Umstand, dass das Fadenkreuz des festen Fernrohrs, welches als Marke dient, in der Regel schwach beleuchtet, also auch sein Bild auf der Krystallfläche dunkel sein wird und daher gegen die Bilder benachbarter hellerer Gegenstände zurücktritt. Letzteres ist zwar durch Hinzufügung einer das Seitenlicht abhaltenden Blendung zu verhindern, die geringe Helligkeit wird aber die Schärfe der Beobachtung immer erschweren. Ausserdem ist die aus freier Hand zu bewerkstelligende Aufstellung des Krystalls auf dem Träger zeitraubend. Das Babinet'sche Goniometer ist aber zugleich zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses brauchbar, indem mittelst einer an dem beweglichen Fernrohr angebrachten Alhidade *D* der Winkel zwischen den Axen beider Fernröhre gemessen werden kann, folglich bei durchgehendem Licht die Grösse der prismatischen Ablenkung. Da nun mit demselben Instrument die Grösse des brechenden Winkels gemessen werden kann, also die beiden Zahlenwerthe, aus denen das Brechungsverhältniss abgeleitet werden soll, mit gleicher Zuverlässigkeit ermittelt sein werden, so empfiehlt sich die Anwendung desselben in diesem Falle auch als Goniometer.

§. 122. Goniometer von Adelmann.

Ein Goniometer, welches sowohl als Anlage-, wie als Reflexionsgoniometer gebraucht werden kann, ist das von Adelmann (*Fig. 113*, S. 121).

Ein getheilter Halbkreis ist auf einem hölzernen Gestell vertical fest aufgestellt, um den Mittelpunkt desselben bewegen sich, durch einander gehend, zwei Axen, deren äussere, durchbohrte, die Alhidade mit dem Nonius, *A*, die innere den Krystallträger, *B*, hält, entweder gleichzeitig oder unabhängig von einander, ganz wie bei dem Wollaston'schen Goniometer. Daneben ist an einem Gestell, in welchem eine gezahnte Stange *C* durch den Trieb *D* vertical auf und ab beweglich ist, das auf dieser Stange senkrechte, also horizontale Lineal *L*

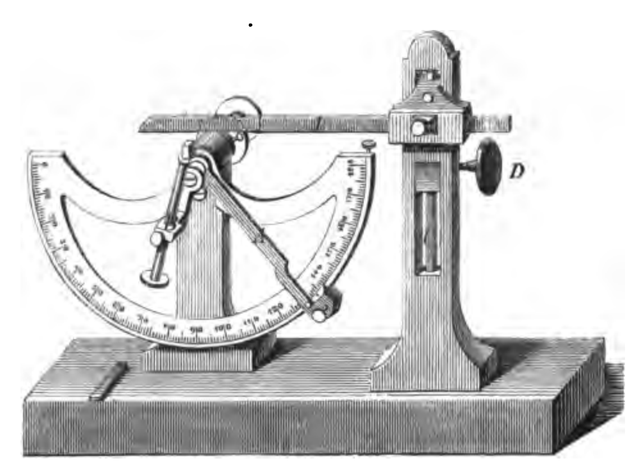


Fig. 113.

von Stahl angebracht, so dass letzteres in jeder Höhe dem durch die Theilpunkte 0 und 180° gezogenen Durchmesser des Halbkreises parallel ist.

Der Krystall wird mit Wachs an dem Krystallträger so befestigt, dass die betreffende Kante der Axe parallel ist. Hierauf stellt man die eine Krystallfläche horizontal, indem man sie in genauen Contact mit dem Lineal *L* bringt, und setzt den Nonius auf den einen Endpunkt der Theilung; sodann dreht man beide Axen zusammen bis zur horizontalen Stellung der zweiten Fläche, welche wiederum durch Contact mit dem Lineal *L* erkannt wird, und hat den Winkel gemessen, wie mit dem Anlegegoniometer. Soll das Instrument als Reflexionsgoniometer dienen, so wird mit demselben ebenso verfahren, wie mit dem WOLLASTON'schen, und dient dann die Vorrichtung mit dem Lineal *L* nur dazu, die Einstellung des Krystalls zu berichtigen, bei der Messung selbst wird sie nicht benutzt, sondern vor derselben beseitigt.

Das ADELMANN'sche Goniometer gewährt als Anlegegoniometer unstreitig grössere Sicherheit als das einfache CARANGEAU'sche, und ist daher bei Krystallen, welche zwar ebene, aber schlecht oder gar nicht spiegelnde Flächen haben, gut zu gebrauchen, lässt aber die Genauigkeit der anderen vorher beschriebenen Reflexionsinstrumente nicht zu, bei welchen die Einstellung des Krystalls sowohl als die Messung geringeren Beobachtungsfehlern unterworfen sind.

§. 123. Mikroskopische Winkelmessung.

Das Bedürfniss, auch bei mikroskopischen Krystallen durch Messung der Winkel eine genauere Kenntniss des Krystallsystems zu gewinnen, hat die Verbindung verschiedener, für diesen Zweck bestimmter Apparate mit dem zusammengesetzten Mikroskop hervorgerufen. Da unter dem Mikroskope die Gegenstände nur in einer bestimmten Entfernung deutlich sichtbar sind, können auch nur solche Winkel gemessen werden, welche in der in dieser Entfernung liegenden Ebene sich befinden. Dies werden nur und ausnahmsweise Neigungswinkel zweier Flächen gegen einander sein, in den meisten Fällen wird sich nur

der ebene Winkel einer Krystallfläche messen lassen, dessen beide Schenkel, die Kanten der Fläche, sich gleich scharf im Gesichtsfelde des Mikroskops wahrnehmen lassen. Aus den drei ebenen Winkeln einer dreikantigen Ecke sind sodann die Neigungswinkel durch eine leichte Rechnung herzuleiten, indem erstere den Seiten, letztere den Winkeln eines sphärischen Dreiecks entsprechen.

Von Brewster ist zuerst ein solcher Messapparat am Mikroskop angebracht, indem er das Ocular in einen getheilten Kreis setzte, und mit einem kleinen schwarzen Spiegel verband. Wird zuerst diejenige Stellung des Oculars aufgesucht, bei welcher der eine Schenkel des Winkels direct und durch den Spiegel gesehen, in dieselbe gerade Linie fällt, hierauf durch Drehung des Oculars dieselbe Stellung für den zweiten Schenkel gesucht, so ist durch die an dem Kreise abzulesende Grösse der Drehung der Winkel gemessen. Hiebei ist jedoch ein erheblicher Beobachtungsfehler zu befürchten, welcher daraus entstehen kann, dass sich das Auge nicht in der durch die Axe des Mikroskops auf den kleinen Spiegel senkrecht gelegten Ebene befindet, eine Bedingung, welche nicht leicht strenge zu erfüllen ist. Chevalier hat statt des Spiegels zwei Glasplatten mit eingeschnittenem Durchmesser in den Brennpunkt des Oculars gesetzt, deren eine fest, die andere beweglich und äusserlich mit dem getheilten Kreise verbunden ist. Wird der Durchmesser der festen Platte mit dem einen, der der beweglichen mit dem andern Schenkel zur Deckung gebracht, so ist durch die Drehung der Glasplatte der Winkel gemessen. Eine noch grössere Sicherheit gewährt die Anwendung eines Fadenkreuzes im Ocular statt der Glasplatten, wie solche C. Schmidt gemacht hat, welcher übrigens die Drehung ebenfalls an einer mit dem Ocular in Verbindung stehenden Theilung misst. Wird der Durchschnittspunkt beider Fäden, in die Axe des Mikroskops gestellt, mit dem Scheitelpunkt des zu messenden Winkels, der eine Faden mit dem einen Schenkel zur Deckung gebracht, so ist durch die Drehung des Oculars, welche bis zur Deckung des zweiten Fadens mit dem andern Winkelschenkel erfordert wird, der Winkel gemessen, Nicht wesentlich hievon verschieden ist die Einrichtung, welche Pacini, Brunner u. A. getroffen haben, indem sie die Drehung nicht am Ocular vornehmen und messen, sondern das Object, also den Krystall, auf einen mit Kreistheilung versehenen Objecttisch bringen und denselben gegen das feststehende Fadenkreuz des Oculars drehen. Wenn diese letztere Einrichtung den Vorzug hat, dass sie die Anwendung eines getheilten Kreises von grösserem Durchmesser, also directe Ablesung kleinerer Bogentheile gestattet, als wenn der getheilte Kreis am Ocular angebracht ist, so muss doch andrerseits die Aufstellung des Krystalls dabei auch mit um so grösserer Genauigkeit bewirkt werden, damit bei der Drehung des Objecttisches der Scheitelpunkt des zu messenden Winkels an dem Durchschnittspunkte des Fadenkreuzes bleibe, wozu erfordert wird, dass beide Punkte sich genau in der Axe des Mikroskops befinden, und die Drehung genau um diese Axe stattfinde. Bei einer Drehung des Oculars ist die Fixirung im Gesichtsfelde leichter zu erreichen, weil die Bewegung unter der geringeren Vergrösserung des Oculars allein wahrgenommen wird, und nicht, wie bei einer Drehung des Objects, unter der vollen Vergrösserung des Instruments.

Sehr sinnreich ist das mikroskopische Goniometer von LEESON. Bei demselben wird die Messung durch ein doppeltbrechendes Kalkspathprisma bewirkt, welches auf das Ocular aufgesetzt und um die Axe des Mikroskops gegen einen an demselben befindlichen Kreis drehbar ist, so dass auf letzterem die Grösse dieser Drehung abgelesen werden kann. Das Kalkspathprisma wird von einer solchen Dicke genommen, dass die beiden Bilder einander theilweise decken. Durch Drehung des Prisma bringt man dasselbe zuerst in die Stellung, in welcher beide Bilder des einen Schenkels des zu messenden Winkels in eine gerade Linie fallen; die Grösse der ferneren Drehung des Prisma, bis die gleiche Erscheinung für den andern Schenkel eintritt, ist dann der zu messende Winkel selbst oder sein Supplement, je nachdem die Drehung in dem einen oder entgegengesetzten Sinne erfolgte. Diese Einrichtung hat den wesentlichen Vortheil, dass eine kleine Excentricität der Aufstellung des Krystalls auf die zu messende Grösse ohne Einfluss bleibt.

Kapitel XI.

Vergleichung verschiedener Bezeichnungsweisen.

§. 124.

Die bereits am Schlusse des ersten Kapitels erwähnten Verschiedenheiten in der fundamentalen Auffassung, und in der damit in mehr oder weniger directem Zusammenhang stehenden Bezeichnung der Krystallflächen und Krystallformen, haben eine solche Mannigfaltigkeit der krystallographischen Zeichensprache hervorgebracht, dass eine vergleichende Uebersicht ihrer verschiedenen Ausdrücke, ein krystallographisches Zeichenwörterbuch, für das richtige Verständniss fast unentbehrlich wird, und folgen deshalb hier die Uebersetzungen aus den wichtigsten dieser Sprachen in unsere Bezeichnungsweise.

§. 125. Modificirte HAUY'sche Bezeichnung.

Die HAUY'sche Betrachtungsweise ist noch jetzt bei den meisten Engländern und Franzosen die herrschende, doch ist für die ursprünglichen Zeichen (vergl. §. 35) eine Reihe einfacherer Symbole in Gebrauch gekommen, welche wesentlich von LEVY und BROOKE eingeführt sind. Die Bedeutung dieser Zeichen ist folgende:

a. regelmässiges System

$P = [1, 0, 0]$ $\qquad$ $B^n = [n, 1, 0]$

$A^n = [n, 1, 1]$ $\qquad$ $B_m\, B'_n\, B''_p = [np, mp, mn]$

b. rhomboedrisches System

$P = [1, 0, 0]$ $\qquad$ $B^n = [n, 1, 0]$

$A^n = [n, 1, 1]$ $\qquad$ $D^n = [n, 0, -1]$

$E^n = [n, 1, -1]$ $\qquad$ $B_m\, B'_n\, B''_p = [np, mp, mn]$

$O^n = [-n, 1, 1]$ $\qquad$ $D_m\, D_n\, B''_p = [np, mp, -mn]$

E^n (LEVY) $= [-n, 1, 1]$

(*Prisme hexaèdre* Levy, sechsgliedriges System)

$P = [1, 1, 1]$
$M = [2, -1, -1]$
$B^n = [n + 2, n - 1, n - 1]$
$A^n = [n + 3, n, n - 3]$
$A_n = [n + 3, n, -2n]$
$G^n = [n + 2, n - 1, -1 - 2n]$

c. viergliedriges System

$M = [1, 0, 0]$
$P = [0, 0, 1]$
$A^n = [1, 1, n]$
$A_n = [n, 1, 1]$
$B^n = [1, 0, n]$
$G^n = [n, 1, 0]$
$B_m\, B'_n\, G_p = [np, mp, mn]$

d. zwei und zweigliedriges System

$M = [1, 1, 0]$
$P = [0, 0, 1]$
$A^n = [0, 2n, 1]$
$B^n = [1, 1, n]$
$E^n = [2n, 0, 1]$
$E_n = [n + 1, n - 1, 1]$
$A_n = [n - 1, n + 1, 1]$
$H^n = [n - 1, n + 1, 0]$
$G^n = [n + 1, n - 1, 0]$
$B_m\, B'_n\, H_p = [np - mp, nq + mp, mn]$
$B_m\, B_n\, G_p = [np + mp, np - mp, mn]$

e. zwei und eingliedriges System

$M = [1, 1, 0]$
$P = [0, 0, 1]$
$O^n = [2n, 0, 1]$
$O_n = [n + 1, n - 1, 1]$
$A^n = [-2n, 0, 1]$
$D^n = [1, 1, n]$
$B^n = [1, 1, -n]$
$E^n = [0, 2n, 1]$
$A_n = [n + 1, n - 1, -1]$
$E_n = [n - 1, n + 1, 1]$
${}_nE = [1 - n, 1 + n, 1]$
$H^n = [n + 1, n - 1, 0]$
$G^n = [n - 1, n + 1, 0]$
$D_m\, D'_n\, H_p = [mp + np, mp - np, mn]$
$B_m\, B'_n\, H'_p = [mp + np, mp - np, -mn]$
$B_m\, D_n\, G_p = [mp - np, mp + np, mn]$

f. ein und eingliedriges System

$T = [1, 0, 0]$
$M = [0, 1, 0]$
$P = [0, 0, 1]$
$O^n = [n, n, 1]$
${}_nO = [n, 1, n]$
$O_n = [1, n, n]$
$D^n = [0, 1, n]$
$C^n = [0, -1, n]$
$B^n = [1, 0, -n]$
$F^n = [1, 0, n]$
$H^n = [1, n, 0]$
$G^n = [1, -n, 0]$
$D_m\, F_n\, H_p = [np, mp, mn]$
$C_m\, B_n\, H'_p = [np, mp, -mn]$
$B_m\, D_n\, G_p = [-np, mp, mn]$
$F_m\, C_n\, G'_p = [np, -mp, mn]$.

Wenn statt der Ecke O die Ecken E, I, A gesetzt werden, so erhält man dieselben Zahlenwerthe, wie bei O, es wird aber der Reihe nach das Zeichen des ersten, zweiten oder dritten Coefficienten negativ.

§. 126. Bezeichnung von Mohs.

Während bei Hauy und allen aus dessen Anschauungsweise hervorgegangenen Bezeichnungen durch einen Buchstaben ein gewisser Theil der hypothetischen Grundgestalt, durch hinzugefügte Zahlen die Molekulardecrescenzen angegeben werden, vermittelst deren eine andere Form aus der Grundgestalt abgeleitet werden soll, bezeichnet Mohs durch einen Buchstaben die Krystall-

form, von welcher er bei der Ableitung ausgeht, durch die hinzugefügten Zahlen das Gesetz dieser Ableitung. Seine Zeichen sind folgende:

a. regelmässiges System

$$\begin{array}{lll} H = [1, 0, 0] & O = [1, 1, 1] & D = [1, 1, 0] \\ A_1 = [3, 2, 0] & A_2 = [2, 1, 0] & A_3 = [3, 1, 0] \\ B_1 = [2, 2, 1] & B_2 = [3, 3, 2] & B_3 = [3, 3, 1] \\ C_1 = [2, 1, 1] & C_2 = [3, 1, 1] & \\ T_1 = [3, 2, 1] & T_2 = [5, 3, 1] & T_3 = [4, 2, 1]. \end{array}$$

Haidinger setzt statt A, B, C und T die Buchstaben F (Fluorid), G (Galenoid), L (Leuzitoid), A (Adamantoid), so dass bei ihm

$$nF = [n, 1, 0] \quad nG = [n, n, 1] \quad nL = [n, 1, 1] \quad mAn = [m, n, 1],$$

übrigens sind die Zeichen wie bei Mohs.

b. rhomboedrisches System

$$\begin{array}{lll} R - \infty = [1, 1, 1] & R - 1 = [0, 1, 1] & R + 1 = [-1, 1, 1] \\ R + \infty = [-2, 1, 1] & R - 2 = [2, 1, 1] & R + 2 = [3, -1, 1] \\ R = [1, 0, 0] & R - 3 = [2, 3, 3] & R + 3 = [-5, 3, 3] \\ P + \infty = [0, 1, -1] & P^n = [n + 1, 0, 1 - n] & (P + \infty)^n = [3n + 1, -2, 1 - 3n] \end{array}$$

$$R - n = [2^n + 2(-1)^n, 2^n - (-1^n), 2^n - (-1)^n]$$

$$R + n = [1 + 2(-2)^n, 1 - (-2^n), 1 - (-2)^n]$$

c. viergliedriges System

$$\begin{array}{lll} P = [1, 1, 1] & P + 2n = [2^n, 2^n, 1] & (P + \infty^m = [m, 1, 0] \\ P - \infty = [0, 0, 1] & P + 2n - 1 = [2^n, 0, 1] & [(P + \infty)^m] = [m + 1, m - 1, 0] \\ P + \infty = [1, 1, 0] & P - 2n = [1, 1, 2^n] & (P + 2n)^m = [m 2^n, 2^n, 1] \\ (P + \infty) = [1, 0, 0] & P - 2n + 1 = [1, 0, 2^n] & (P + 2n - 1)^m = [(m + 1) 2^n, (m - 1) 2^n, 1] \end{array}$$

d. zwei und zweigliedriges System

$$\begin{array}{lll} P = [1, 1, 1] & P - \infty = [0, 0, 1] & \breve{P}r + \infty = [1, 0, 0] \\ P + n = [2^n, 2^n, 1] & P + \infty = [1, 1, 0] & \bar{P}r + \infty = [0, 1, 0] \end{array}$$

$$(\breve{P} + n)^m = [m 2^n, 2^n, 1] \quad \frac{1}{2}(m + 1) P + n = [(m + 1) 2^n, (m + 1) 2^n, 2] \quad (\breve{P}r + n)^m = [(m + 1) 2^n, (m - 1) 2^n, 2]$$

$$(\bar{P} + n)^m = [2^n, m 2^n, 1] \quad \frac{1}{2}(m + 1) \breve{P}r + n = [(m + 1) 2^n, 0, 2] \quad (\bar{P}r + n)^m = [(m - 1) 2^n, (m + 1) 2^n, 2]$$

$$\frac{1}{2}(m + 1) \bar{P}r + n = [0, (m + 1) 2^n, 2].$$

e. zwei und eingliedriges und ein und eingliedriges System.

Die Formen dieser Systeme werden von Mohs ebenso bezeichnet, wie die des vorhergehenden, aber als Halb- oder Viertelgestalten betrachtet, es ergiebt sich hieraus, dass, wenn (P) das Mohs'sche Zeichen von $[m, n, p]$ im zwei und zweigliedrigen Systeme bedeutet, im zwei und eingliedrigen $-\left(\frac{P}{2}\right) = [m, n, p]$, $\left(\frac{P}{2}\right) = [m, n, -p]$ und im ein und eingliedrigen $-r\left(\frac{P}{4}\right) = [m, n, p]$, $-l\left(\frac{P}{4}\right) = [m, -n, p]$, $r\left(\frac{P}{4}\right) = [m, n, -p]$ und $l\left(\frac{P}{4}\right) = [-m, n, p]$ ist.

§. 127. Bezeichnung von Naumann.

Die Bezeichnung von Naumann beruht im Wesentlichen auf demselben Principe, wie die von Mohs, indem auch hier durch einen Buchstaben die Grundgestalt angegeben wird, aus welcher die übrigen abgeleitet werden sollen, und durch hinzugefügte Zahlen die Art der Ableitung näher bestimmt wird. Die Naumann'sche Bezeichnung ist durch strengere Consequenz ausgezeichnet, daher der Charakter der Gestalt in dem Zeichen zu erkennen, und hat sie deshalb vielfach Eingang gefunden. Die Zeichen sind folgende:

a. regelmässiges System

$$\begin{array}{lll} \infty O \infty = [1, 0, 0] & \infty O = [0, 1, 1] & mOm = [m, 1, 1] \\ O = [1, 1, 1] & \infty On = [n, 1, 0] & mO = [m, m, 1] \\ & mOn = [m, m, n, n] & \end{array}$$

b. rhomboedrisches System

$$\begin{array}{lll} oR = [1, 1, 1] & mR = [2m+1, 1-m, 1-m] & \infty P2 = [0, -1, 1] \\ \infty R = [2, -1, -1] & R^m = [m+1, 0, 1-m] & \infty P^m = [-m, m-1, 1] \\ R = [1, 0, 0] & 2R^m = [m, 1, -m] & P = \delta[1, 0, 0]. \end{array}$$

Das Zeichen P für das Dihexaeder wird als das der ursprünglichen Grundgestalt gebraucht, das des Rhomboeders, R, als eine Abkürzung angesehen, und die beiden im Dihexaeder vereinigten Rhomboeder (Gegenrhomboeder) demgemäss auch bezeichnet als $mR = \frac{mP}{2}$ und $mR' = \frac{mP'}{2}$.

c. viergliedriges System

$$\begin{array}{lll} \infty P \infty = [1, 0, 0] & P = [1, 1, 1] & mP\infty = [m, 0, 1] \\ oP = [0, 0, 1] & P\infty = [1, 0, 1] & \infty Pn = [n, 1, 0] \\ \infty P = [1, 1, 0] & mP = [m, m, 1] & mPn = [m, mn, n] \end{array}$$

d. zwei und zweigliedriges System

$$\begin{array}{lll} P = [1, 1, 1] & \bar{P}n = [1, n, n] & \breve{P}n = [n, 1, n] \\ oP = [0, 0, 1] & m\bar{P}n = [m, mn, n] & m\breve{P}n = [mn, m, n] \\ \infty P = [1, 1, 0] & m\bar{P}\infty = [m, 0, 1] & m\breve{P}\infty = [0, m, 1] \\ mP = [m, m, 1] & \infty\bar{P}\infty = [1, 0, 0] & \infty\breve{P}\infty = [0, 1, 0] \end{array}$$

e. zwei und eingliedriges System

$$\begin{array}{lll} P = [1, 1, 1] & mPn = [mn, m, n] & \infty P = [1, 1, 0] \\ oP = [0, 0, 1] & Pn = [n, 1, n] & mP\infty = [m, 0, 1] \\ \infty P = [1, 1, 0] & (mPn) = [m, mn, n] & (mP\infty) = [0, m, 1] \\ mP = [m, m, 1] & (Pn) = [1, n, n] & \infty P \infty = [1, 0, 0]. \end{array}$$

f. Ein und eingliedriges System.

Hier ist die Bezeichnung dieselbe, wie im zwei und zweigliedrigen, mit Beziehnng auf P als anorthische Pyramide. Die vier verschiedenen Flächenpaare derselben erhalten die Zeichen P', $'P$, $_{,}P$, und $P_{,}$.

§. 128. Bezeichnung von Weiss.

Die Bezeichnung von Weiss (s. §. 36) beruht wesentlich auf denselben Principien, wie die von uns gebrauchte, und lassen sich daher die Zeichen in allen Systemen, welche wir ebenso wie Weiss auf drei rechtwinkliche Axen bezogen haben, ohne Weiteres übertragen. Für das regelmässige viergliedrige und zwei und zweigliedrige System sind die allgemeinen Zeichen beziehungsweise $\boxed{\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}a : \frac{1}{p}a}$, $\boxed{\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}a : \frac{1}{p}c}$, $\boxed{\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c}$ gleich $[m, n, p]$. Die Uebertragung der Zeichen für das rhomboedrische und sechsgliedrige System ist ebenfalls einfach, indem unser $[m, n, p]$ allgemein dem

$$\boxed{\begin{matrix} \dfrac{c}{m+n+p} \\ \dfrac{a}{m-n} : \dfrac{a}{m-p} : \dfrac{a}{n-p} \end{matrix}}$$

bei Weiss entspricht.

Die Bezeichnung der Formen des zwei und eingliedrigen und ein und eingliedrigen Systems lässt keine allgemeine Uebertragung zu, dieselbe wird vielmehr in jedem einzelnen Falle von der Wahl des schiefwinklichen Axensystems und dem Fundamentalverhältniss der Axen abhängig sein.

Als Beispiel einer solchen Uebertragung mögen hier die Formen des Feldspaths folgen, von Weiss auf rechtwinkliche Axen im Verhältniss $a : b : c = \sqrt{13} : \sqrt{39} : \sqrt{3}$ bezogen, hier auf Axen mit dem Winkel $i = 115^{0}\ 39'\ 32''$ und dem Verhältniss $a : b : c = 4 : \sqrt{39} : 4\sqrt{3}$. Dann ist:

$\boxed{a : c : \infty b} = [\ 0, 0, 1]$	$\boxed{b : \infty a : \infty c} = [0, 1, 0]$	$\boxed{\frac{1}{3}a' : \frac{1}{4}b : c} = [-1, 1, 1]$
$\boxed{\frac{1}{5}a : c : \infty b} = [\ 1, 0, 1]$	$\boxed{a : b : \infty c} = [1, 1, 0]$	$\boxed{a' : \frac{1}{2}b : c} = [-1, 1, 2]$
$\boxed{\frac{1}{3}a' : c : \infty b} = [-1, 0, 1]$	$\boxed{a : \frac{1}{3}b : \infty c} = [1, 3, 0]$	$\boxed{\frac{1}{3}a' : \frac{1}{8}b : c} = [-1, 2, 1]$
$\boxed{a' : c : \infty b} = [-1, 0, 2]$	$\boxed{a : \frac{1}{4}b : c} = [0, 1, 1]$	$\boxed{a' : \frac{1}{6}b : c} = [-2, 3, 4]$
$\boxed{a' : \frac{1}{3}c : \infty b} = [-1, 0, 3]$	$\boxed{\frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c} = [1, 1, 2]$	$\boxed{a' : \frac{1}{12}b : c} = [-1; 6, 2]$
$\boxed{\frac{1}{5}a' : \frac{1}{3}c : \infty b} = [-2, 0, 3]$	$\boxed{\frac{1}{5}a : \frac{1}{8}b : c} = [1, 2, 1]$	$\boxed{a' : \frac{1}{4}b : \frac{1}{3}c} = [-1, 1, 3]$
$\boxed{a : \infty b : \infty c} = [\ 1, 0, 0]$	$\boxed{a : \frac{3}{4}b : c} = [0, 1, 3]$	$\boxed{b : c : \infty a} = [-1, 1, 4]$.

Naumann wählt zur Bestimmung des Fundamentalverhältnisses der Axen beim Feldspath die Fläche [—1, 1, 2], die von Weiss so genannte Rhomboidfläche, und sieht sie als Fläche einer Pyramide *P* an; bei gleicher Wahl der Axen würde daher unser Zeichen für diese Fläche [—1, 1, 1] werden müssen, und die Zeichen aller übrigen Formen aus den oben stehenden durch Verdoppelung der beiden ersten Indices erhalten werden; wir haben es vorgezogen, beispielsweise die Fläche [0, 1, 1], die Diagonalfläche nach Weiss, zur Bestimmung des Fundamentalverhältnisses $b : c$ anzuwenden, weil dieselbe zur Structur des Feldspaths eine nähere Beziehung zeigt, indem sie gegen die beiden deutlichsten Spaltungsrichtungen, den Flächen [0, 0, 1] und [0, 1, 0] parallel, gleiche Neigung besitzt. Die überraschende Einfachheit, welche bei dieser Annahme die Zeichen der übrigen Formen erhalten, lässt dieselbe als naturgemäss erscheinen.

Kapitel XII.

Anderweitige physikalische Eigenschaften der Krystalle in ihrer Beziehung zur Form.

§. 129. Verschiedene Axensysteme.

Durch die Structurverhältnisse der krystallinischen Körper sind auch die übrigen physikalischen Eigenschaften derselben bedingt und ist in den verschiedenartigsten an Krystallen beobachteten Erscheinungen eine mehr oder weniger directe Beziehung zu solchen Richtungen erkennbar, in welchen eine ausgezeichnete Wirkung der Cohäsion stattfindet.

Betrachtet man die drei Axen eines Krystalls allgemein als conjugirte Durchmesser eines Ellipsoids, so sind es die Hauptaxen dieses Körpers, zu welchen alle Richtungen, in denen irgend welche ausgezeichnete Erscheinungen an dem Krystall wahrgenommen werden, eine bestimmte Lage bekommen. Nennt man also die Richtungen, welche sich in Beziehung auf Erscheinungen des Lichts, der Wärme, der Elektricität und des Magnetismus auszeichnen, optische, thermische, elektrische und magnetische Axen, so haben dieselben eine bestimmte Lage gegen die Hauptaxen des Ellipsoids, folglich auch gegen die dieselben bestimmenden krystallographischen Axen.

Je nach dem Fundamentalverhältniss und den Neigungswinkeln der krystallographischen Axe werden die durch dieselben bestimmten Ellipsoide verschieden.

Sind alle drei Axen gleich und rechtwinklich, wie im regelmässigen Krystallsystem, so geht das Ellipsoid in eine Kugel über. Im rhomboedrischen System, dessen Axen gleich und unter gleichen scharfen Winkeln geneigt sind, wird durch dieselben ein Rotationsellipsoid bestimmt, dessen Rotationsaxe die mittlere Axe des Systems (§. 49, p. 51) ist.

Die Axen des viergliedrigen Systems bestimmen ebenfalls ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe die krystallographische Axe c ist.

Für die ungleichaxigen Krystallsysteme erhält man ebenfalls ungleichaxige Ellipsoide, und zwar mit der besonderen Beziehung, dass im zwei und zweigliedrigen System die krystallographischen Axen selbst die Hauptaxen des Ellipsoids sind; im zwei und eingliedrigen nur eine der krystallographischen

Axen, *b*, zugleich eine Hauptaxe, die beiden andern, *a* und *c*, nur conjugirte Durchmesser des in ihre Ebene fallenden Hauptschnittes sind; und im ein und eingliedrigen System keine der krystallographischen Axen zugleich eine Hauptaxe des zugehörigen Ellipsoids werden kann.

Der Durchschnitt eines Ellipsoids und einer Ebene ist im Allgemeinen eine Ellipse, doch wird derselbe ein Kreis, wenn die schneidende Ebene auf einer bestimmten von dem Axenverhältniss des Ellipsoids abhängigen Richtung senkrecht steht; diese Richtung nennen wir Axe des Kreisschnitts oder optische Axe.

Im regelmässigen System, dessen Ellipsoid den Grenzfall der Kugel bildet, ist jede beliebige Richtung eine solche Axe, da alle Durchschnitte einer Ebene mit einer Kugel Kreise sind.

Das rhomboedrische, sowie das viergliedrige System haben eine einzige optische Axe, und zwar ist dies die Rotationsaxe des zugehörigen Ellipsoids, indem alle auf dieser senkrechte Ebenen, und nur solche, das Ellipsoid in Kreisen schneiden. Diese Axe ist also im rhomboedrischen System die mittlere, im viergliedrigen die verticale Axe *c*.

In den übrigen Systemen giebt es allemal zwei optische Axen, und zwar befinden sich diese in der durch die längste und kürzeste der Hauptaxen gelegten Ebene, welche im zwei und zweigliedrigen Systeme zugleich die eine der krystallographischen Axenebenen ist, im zwei und eingliedrigen meistens mit der Axenebene *ac* zusammenfällt, im ein und eingliedrigen eine gegen die krystallographischen Axen geneigte Lage erhält.

Neben dem krystallographischen Axensysteme lassen sich also an Krystallen noch zwei andere, allerdings durch das erstere bestimmte unterscheiden, die Hauptaxen der Ellipsoide, Elasticitätsaxen, und die Axen der Kreisschnitte, optische Axen, und zerfallen in Beziehung auf diese die Krystallsysteme in drei Abtheilungen:

Das regelmässige System, ohne ausgezeichnete Elasticitäts- und optische Axe,

das einaxige System, mit einer von den beiden andern verschiedenen Elasticitätsaxe, welche zugleich die einzige optische Axe ist,

das zweiaxige System, mit drei verschiedenen Elasticitäts- und zwei optischen Axen.

Der zweiten Abtheilung gehören von den krystallographischen Systemen das rhomboedrische und viergliedrige, der dritten das zwei und zwei-, zwei und ein-, und ein und eingliedrige an.

§. 130. Elasticität.

Dieselben Richtungen, in welchen eine ausgezeichnete Wirkung der Cohäsion in den Krystallen stattfindet, zeigen auch ein von den übrigen verschiedenes Verhalten ihrer Elasticität.

Die Verschiedenheit der Elasticität nach verschiedenen Richtungen ist durch die Versuche von Savart nachgewiesen, welcher mittelst der Klangfiguren, welche auf nach bestimmten Ebenen geschnittenen Platten von Krystallen hervorgebracht wurden, erkannt hat, dass auf solchen Platten stets Richtungen einer

ausgezeichneten Elasticität, Maxima und Minima, vorhanden sind, die gegen die der Cohäsion, nämlich gegen die Spaltungsebenen der Krystalle eine constante Lage haben. Die mit Platten von Bergkrystall, Kalkspath und Gyps angestellten ausführlicheren Untersuchungen ergeben, dass bei ersteren beiden diese Richtungen mit den rhomboedrischen Axen und den beiden Diagonalen der Rhomboederflächen, bei letzteren mit den krystallographischen Axen zusammenfallen. Von Bedeutung ist ferner die Wahrnehmung Savart's, dass Differenzen der Elasticität bei fast allen festen Körpern vorhanden sind, indem Platten von Metallen sowohl, als von amorphen Körpern, wie Glas, Harz u. dergl. an den auf ihnen hervorgebrachten Klangfiguren solche erkennen lassen, wenn auch nicht in constanter Grösse und Richtung. Er spricht demgemäss die Vermuthung aus, dass bei fast allen starren Substanzen eine Heterogenität der Structur vorhanden sei, was mit der von uns gegebenen Definition des festen Cohäsionszustandes völlig übereinstimmt.

§. 131. Optische Erscheinungen. Lichtbrechung.

Die Veränderung der Richtung, welche ein Lichtstrahl bei der Brechung erleidet, ist Folge der veränderten Fortpflanzungsgeschwindigkeit beim Eintritt in ein anderes durchsichtiges Mittel. Ist die Lichtgeschwindigkeit in dem brechenden Körper nach allen Richtungen gleich, so wird die Brechung eine einfache, ist sie nach verschiedenen Richtungen ungleich, eine doppelte. Bei der doppelten Brechung sind die beiden gebrochenen Strahlen zugleich polarisirt, indem jeder derselben durch die seiner Geschwindigkeit entsprechenden transversellen Lichtschwingungen gebildet wird, deren Schwingungsebenen von dem Vorhandensein der Richtungen ungleicher Elasticität abhängig sind.

Für krystallinische Körper sind in den oben bezeichneten Ellipsoiden diejenigen Richtungen leicht erkennbar, in welchen gleiche oder verschiedene Geschwindigkeit des Lichts vorhanden sein muss. In den Ebenen der Kreisschnitte findet die Oscillation nach allen Richtungen mit gleichem Widerstande statt, in den auf diesen Ebenen senkrechten Linien, den oben schon so genannten optischen Axen, werden also alle Lichtwellen den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen, in den Ebenen elliptischer Schnitte liegen der grösste und kleinste Widerstand in den Richtungen der beiden Axen der Ellipse, ein senkrecht auf einen solchen Schnitt durch den Krystall gehender Lichtstrahl wird daher doppelt gebrochen, d. h., in den durch seine Richtung und die Axen des elliptischen Schnitts gelegten Ebnen polarisirt werden, und die in beiden Ebenen polarisirten Strahlen erhalten ungleiche Geschwindigkeit.

Die Krystalle zerfallen daher optisch in drei Abtheilungen, den obigen Abtheilungen der Elasticitätsaxen-Systeme entsprechend, die des regelmässigen Systems zeigen einfache, die übrigen doppelte Strahlenbrechung, letztere sind optisch ein oder zweiaxig, je nachdem nur eine oder zwei Axen vorhanden sind, in denen eine gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller in beliebigen Ebenen oscillirenden Lichtstrahlen stattfindet. In zweiaxigen Krystallen heisst die gerade Linie, welche den spitzen Winkel zwischen den beiden optischen Axen halbirt, die Mittellinie.

Optisch positiv heisst ein doppeltbrechender Krystall, wenn die Axe oder die Mittellinie zwischen den beiden Axen die Axe der kleinsten Elasticität ist, **negativ**, wenn sie mit der Axe der grössten Elasticität zusammenfällt.

Die wichtigsten natürlichen doppeltbrechenden Krystalle sind folgende:

1. optisch einaxige

a. positive

rhomboedrische	viergliedrige
Quarz	Zirkon
Eis	Apophyllit
Rothgültigerz	Tungstein
	Zinnstein
	Rutil

b. negative

Corund	Vesuvian
Beryll	Skapolith
Turmalin	Anatas
Nephelin	Uranglimmer
Talkglimmer (Biotit)	Gelbbleierz
Chabasit	Honigstein
Apatit	
Kalkspath	
Talkspath	
Bitterspath	
Spatheisenstein	
Zinkspath (Galmei)	
Rothmanganerz	
Dioptas	
Buntbleierz	
Natronsalpeter	

2. optisch zweiaxige

a. positive

zwei und zweigliedrige	zwei und eingliedrige	ein und eingliedrige
Chrysoberyll	Borax	Cyanit
Topas		Kupfervitriol
Stilbit		
Schwerspath		
Cölestin		
Anhydrit		
Bleivitriol		

b. negative

Glimmer	Feldspath	Axinit
Chlorit	Augit	
Talk	Epidot	
Chrysolith	Datolith	
Dichroït	Gyps	
Staurolith	Glauberit	
Arragonit	Kohlensaures Natron	
Strontianit	Eisenvitriol	
Witherit	Euklas	
Weissbleierz	Rothbleierz	
Salpeter		
Bittersalz, Zinkvitriol		

Der Winkel zwischen den beiden optischen Axen der zweiaxigen Krystalle ist nicht immer constant, sondern mitunter bedeutenden Schwankungen ausgesetzt. Eine Veränderung in der Grösse dieses Winkels wird dadurch hervorgebracht, dass das Verhältniss der Elasticitätsaxen zu einander sich ändert; je näher dies Verhältniss dem der Gleichheit ist, einen desto grössern Einfluss auf die Grösse des Axenwinkels erhält eine gleiche Aenderung seines Zahlenwerths.

Solche Schwankungen finden sich z. B. beim Topas, dessen Axenwinkel zwischen 49° und 65° liegt, noch stärker beim Glimmer, wo derselbe die verschiedensten Werthe zwischen 0° und 45° erhalten kann. Manche Physiker sind daher der Ansicht, es gebe überhaupt keinen einaxigen Glimmer, derselbe sei vielmehr zweiaxig, jedoch mit so kleinem Axenwinkel, dass dieser sich der directen Messung entziehe. De Sénarmont nimmt an, dass in verschiedenen Glimmern die Axenebene zwei verschiedene, auf einander senkrechte Richtungen besitze, oder, was dem gleichbedeutend sein würde, dass bald die eine, bald die andere der beiden horizontalen Axen der mittleren Elasticitätsaxe entspreche, und dass der einaxig erscheinende Glimmer nichts anderes sei, als eine Combination zweier Krystalle mit auf einander senkrechten Axenebenen, in denen die optische Wirkung nahe oder völlig im Gleichgewicht stehe. Denkt man sich einen optisch einaxigen Krystall als Grenzfall eines zweiaxigen, in welchem nämlich beide Axen in eine zusammenfallen, so wird dieser Fall allemal eintreten, wenn irgend zwei der Elasticitätsaxen gleiche Werthe erhalten, und müsste beim Durchgange durch dieses Verhältniss allerdings ein solcher Wechsel in der Lage der Axenebenen eintreten, wenn die bisherige grössere Elasticitätsaxe zur kleinern wird. Ob beim Glimmer ein solcher Uebergang wirklich stattfindet, ist noch nicht hinreichend nachgewiesen, krystallographisch wäre er von grossem Interesse, indem dann der einaxige (rhomboedrische) Glimmer genau einem Zwilling des zweiaxigen (zwei und zweigliedrigen) entsprechen würde, und damit ein Beispiel eines wirklichen Uebergangs dieser beiden Krystallsysteme in einander gegeben wäre.

Ein anderes Beispiel von Veränderung, welcher die Elasticität in Krystallen unterliegen kann, liefern die an Krystallen des regelmässigen Systems beobachteten Erscheinungen, welche entweder direct Doppelbrechung, oder doch eine von der Richtung abhängige verschiedenartige Wirkung auf polarisirtes Licht erkennen lassen, die der normal doppeltbrechender Krystalle ähnlich ist. Brewster beobachtete diese Erscheinung zuerst am Analcim, fand, dass die Doppelbrechung desselben in den einzelnen Theilen der Krystalle verschieden sei, und sich ähnlich verhalte, wie in gepressten oder schnell gekühlten Gläsern: er bezeichnete den Analcim als mit unzähligen Axen doppelter Brechung begabt. Biot beobachtete an Alaun, Kochsalz, Flussspath eine verschiedenartige Wirkung nach verschiedenen Richtungen auf polarisirtes Licht, und nannte diese *polarisation lamellaire.* Aehnliche Resultate fand Marbach bei Beobachtung einer Reihe künstlicher Krystalle, welche dem regelmässigen System angehören, namentlich bromsaurem Nickeloxydul, bromsaurem Kobaltoxydul, salpetersaurem Strontian, salpetersaurem Baryt, salpetersaurem Bleioxyd, ausserdem bei chlorsaurem Natron, bromsaurem Natron und essigsaurem Uranoxyd-Natron zugleich circulare Polarisation.

Als Grund aller dieser Erscheinungen ist das schärfere Hervortreten gewisser Nebenrichtungen der Cohäsion und der dadurch bedingten Elasticität anzusehen, welches in einzelnen Theilen eines regelmässigen Krystalls ähnliche Differenzen der vorhandenen Kräfte erzeugen kann, wie die Gesammtheit der ursprünglichen Kräfte in einem doppeltbrechenden Krystall zeigt. Es bleibt späteren Untersuchungen vorbehalten, diesen Zusammenhang näher zu ermitteln, und wird dabei auf alle Zeichen des Vorhandenseins ausgezeichneterer Nebenrichtungen, besonders also auf

die an den Krystallen vorhandene mehr oder minder deutliche Ausbildung abgeleiteter Formen ganz vorzüglich zu achten sein.

Sehr deutlich tritt der Zusammenhang zwischen vorhandenen ausgezeichneten Nebenrichtungen der Cohäsion und Modificationen in der Lichtpolarisation bei den Erscheinungen hervor, welche als drehende Polarisation oder circulare bezeichnet werden. Die Drehung der Polarisationsebene nach rechts oder links in Krystallen, welche diese Erscheinung zeigen, ist stets verbunden mit der Hemiedrie gewisser Formen derselben, und zwar demjenigen Falle, welcher oben bereits als der der gedrehten Hemiedrie bezeichnet worden ist.

Die Träger der Krystallflächen solcher hemiedrischen Formen, welche die Richtung der besonderen, sie bedingenden Cohäsionskräfte angeben, befinden sich stets in Ebenen, welche gegen die der Hauptaxen nach einer Seite, nach rechts oder links, geneigt sind, und dieser Neigung entsprechend erfolgt die drehende Polarisation.

Das Hauptbeispiel dieser circularen Polarisation liefert der Quarz, dessen rechts- oder linksgewundene Krystalle (§. 83) nach rechts oder links drehend polarisiren. Rechtsgewunden ist ein Krystall, wenn die Zonenebene seiner hemiedrischen Formen, wie in *Fig. 44*, gegen die mittlere Axe des Krystalls nach rechts geneigt ist, linksgewunden, bei entgegengesetzter Lage. Die von Biot entdeckte drehende Polarisation verschiedener Flüssigkeiten steht ohne Zweifel im Zusammenhange mit der Hemiedrie der Formen, welche die Krystalle dieser Flüssigkeiten oder ihrer Verbindungen zeigen. Für eine derselben, die Traubensäure, ist dies von Pasteur nachgewiesen, indem derselbe gezeigt hat, dass die rechts und links drehende Polarisation verschiedener Lösungen traubensaurer Salze mit rechter und linker Hemiedrie ihrer Krystalle verbunden ist, so dass man demgemäss zwei besondere Säuren, Rechtstraubensäure und Linkstraubensäure unterscheiden muss, deren erstere der Weinsäure identisch ist.

Die Absorption des Lichtes, bedingt durch die Grösse des Widerstandes, welchen ein durchsichtiger Körper den durchgehenden Oscillationen entgegensetzt, findet entweder in allen Richtungen gleichmässig statt, oder nicht, je nachdem die in verschiedenen Ebenen erfolgenden Lichtoscillationen gleichen oder ungleichen Widerstand erleiden. Sie kann bei vorhandenen Differenzen des Widerstandes Lichtwellen von verschiedener Länge, verschiedene Farben, in völlig oder nahezu gleicher oder ungleicher Weise treffen. Im letzteren Falle werden nach gewissen Richtungen durchgehende Lichtstrahlen ungleiche Farben zeigen, welche von der besonderen Beschaffenheit des Widerstandes in den Ebenen ihrer Oscillation abhängig sind, und an polarisirtem Lichte am deutlichsten erscheinen, weil dasselbe eine einzelne bestimmte Schwingungsebene besitzt. Diese Erscheinung verschiedener Farben nach verschiedenen Richtungen, Dichroismus oder allgemeiner Pleochroismus genannt, ist also Folge ungleicher Absorption in verschiedenen Ebenen polarisirter Lichtstrahlen.

Die Absorption polarisirten Lichts ist zuerst von Biot am Turmalin aufgefunden worden, welcher diejenigen Lichtstrahlen durchlässt, deren Polarisationsebene der Axe parallel ist, deren Oscillationen also senkrecht auf derselben stehen, während er die entgegengesetzt polarisirten absorbirt, und folgt hieraus die Möglichkeit der Verwendung von Turmalinplatten zu polarisirenden und analysirenden Theilen eines Polarisationsapparates. Später ist ein ähnliches Verhalten mit mehr oder minder grossen Differenzen der Absorption bei andern doppeltbrechenden Krystallen beobachtet, und zwar verbunden mit ebenfalls der Grösse nach verschiedenem Pleochroimus. Haidinger hat Pleochroismus bei folgenden Krystallen beobachtet:

1. nach zwei Richtungen (Dichroismus), der optischen Axe und senkrecht darauf bei den optisch negativen Apatit, Kalkspath, Rothmanganerz, Glimmer, Chlorit, Saphir, Beryll, Turmalin, Uranglimmer, Vesuvian, Anatas; bei den optisch positiven Quarz (Rauchtopas, Amethyst), Rothgültigerz, Apophyllit, Zirkon, Rutil;
2. nach drei Richtungen (Trichroismus) bei optisch zweiaxigen Krystallen, und zwar nach der Richtung der drei senkrechten Axen bei Dichroit (Cordierit), Andalusit, Anhydrit, Baryt, Cölestin, Diaspor, Topas, Chrysolith, Brookit; nach drei auf einander senkrechten Richtungen, deren eine die Krystallaxe *b* ist, bei schwefelsaurem Kobaltkali, Vivianit, Kobaltblüthe, Rothbleierz, Glimmer, Augit, Strahlstein, Epidot, Withamit, Puschkinit, Euklas, Sphen, Chrysoberyll; nach verschiedenen Richtungen bei Axinit und Cyanit.

Die Regel, welche Babinet aufstellen zu können glaubte, dass optisch negative Krystalle den ordentlichen Strahl, positive den ausserordentlichen Strahl stärker absorbiren, ist von Haidinger und ebenso von Baer nicht bestätigt gefunden, die Absorption vielmehr neben der Polarisation auch von der Färbung der Krystalle abhängig.

Rammelsberg bemerkt, dass der Pleochroismus des Turmalins von seiner Zusammensetzung abhängig sei, und sich nur bei solchen Turmalinen zeige, welche Oxyde und Oxydule des Eisens und Mangans neben einander enthalten, nicht aber, wenn nur ein Oxyd dieser Metalle vorhanden ist.

Dove hat darauf hingewiesen, dass die Absorption des polarisirten Lichts zur Unterscheidung optisch- ein und zweiaxiger Krystalle dienen könne, indem erstere polarisirtes Licht nicht analysiren, wenn es in der Richtung der Axe durchgeht, letztere dagegen beim Durchgange in der Richtung der Mittellinie, wenn auch der Axenwinkel sehr klein ist, und zwar so, dass die Maxima und Minima der Wirkung in der Ebene der Axen und senkrecht darauf liegen.

§. 132. Thermische Erscheinungen.

Die Ausdehnung der Krystalle durch die Wärme ist von dem Verhalten der Cohäsion in denselben abhängig. Daher dehnen sich Krystalle des regelmässigen Systems nach allen Richtungen gleichförmig aus, die aller übrigen Systeme ungleichförmig. Nennen wir die Richtungen der grössten und kleinsten Ausdehnung thermische Axen, so fallen diese mit den optischen Axen im Allgemeinen zusammen, und zwar findet die verhältnissmässig stärkste Ausdehnung in der Richtung der kürzesten Axen statt.

Die Ungleichmässigkeit der Ausdehnung von Krystallen durch die Wärme ist von Mitscherlich entdeckt, und zuerst aus der Verschiedenheit der bei verschiedenen Temperaturen zwischen gleichen Krystallflächen gemessenen Neigungswinkel geschlossen worden. Die Neigungswinkel der Rhomboederflächen des Kalkspaths, Bitterspaths, Dolomits, Spatheisensteins in den Endkanten werden bei höherer Temperatur schärfer, die Winkel der rhombischen Säulen des Gypses stumpfer. Hieraus folgt für erstere eine stärkere Ausdehnung in der Richtung der mittleren Axe, für letzteren die stärkste Ausdehnung in der Richtung der optischen Mittellinie, welche auch von Fresnel und Neumann als thermische Axe des Gypses erkannt ist.

Ebenso wie die Ausdehnung ist auch die Leitung der Wärme nach verschiedenen Richtungen in denjenigen Krystallen ungleich, welche ungleiche oder geneigte Cohäsionsaxen besitzen, und zwar diesen Axen entsprechend.

Die Versuche von de Sénarmont mit Platten von Krystallen, welche, nach verschiedenen Richtungen geschnitten, und von einem Punkte aus erwärmt, auf der Oberfläche in Kreisen oder Ellipsen von diesem Punkte aus fortschreitende Erwärmung erkennen liessen, haben die Differenz der Leitungsfähigkeit finden, und für einige Krystalle durch Zahlen genähert bestimmen lassen. Für Kalkspath und Quarz giebt er das Verhältniss der Leitungsfähigkeit in der Richtung der mittleren Axe zu der in darauf senkrechter Richtung 1,118 beziehungsweise 1,31 : 1,00 für Turmalin 1,00 : 1,27 an, für Gyps zu 1,23 : 1,00 in der Richtung einer in die Fläche (0, 1, 0) fallenden und gegen die Axe c um 49^0 48′ geneigten Linie gegen die darauf senkrechte Richtung. In den rhomboedrischen, viergliedrigen und zwei und zweigliedrigen Krystallen scheinen die Axen der Leitungsfähigkeit mit den krystallographischen Axen zusammenzufallen, im zwei und eingliedrigen die Axe b die ausgezeichnetere zu sein, doch ist die Anzahl der bisher angestellten Beobachtungen noch nicht genügend, um mit Sicherheit allgemeine Resultate daraus ziehen zu können.

Strahlende Wärme bietet in Krystallen denen des Lichts ganz analoge Erscheinungen dar.

Polarisation strahlender Wärme durch Turmalin und Gyps hat Forbes gefunden, Melloni bestätigt und zugleich Differenzen der Intensität nachgewiesen. Knoblauch hat gefunden, dass polarisirte Wärme beim Durchgang durch Bergkrystall, Beryll, und Turmalin eine ungleiche Absorption erleidet, je nachdem sie in der Richtung der optischen Axe oder senkrecht darauf hindurch geht, und zwar im Bergkrystall und Beryll in der Richtung der Axe eine geringere, im Turmalin eine grössere (die Verhältnisszahlen sind beziehungsweise 100 : 92, 100 : 54, 100 : 158); und dass von den seitlich hindurch gehenden polarisirten Strahlen diejenigen die geringeren Differenzen zeigen, deren Polarisationsebene die Axe enthält, die entgegengesetzt polarisirten dagegen die grössern Differenzen der Absorption erkennen lassen.

§. 133. Elektrische Erscheinungen.

Unter den Erscheinungen der Elektricität an Krystallen, welche eine Beziehung zur Form erkennen lassen, sind die wichtigsten die der Pyroelektricität. Pyroelektrisch heisst ein Krystall, wenn er bei einer Aenderung der Temperatur nach gewissen Richtungen polarisch elektrisch wird; diese Richtungen sind seine elektrischen Axen, ihre Endpunkte seine elektrischen Pole. An jedem dieser Pole zeigt sich abwechselnd positive und negative Elektricität, indem das Verhalten bei zu- und abnehmender Temperatur das entgegengesetzte ist. Man unterscheidet die beiden Pole, indem man denjenigen den analog elektrischen Pol nennt, an welchem bei zunehmender Temperatur positive Elektricität erregt wird, antilogen elektrischen Pol, an welchem bei gleicher Wärmeänderung die entgegengesetzte Elektricität auftritt.

Am entschiedensten pyroelektrisch sind solche Krystalle, deren Formen geneigtflächig hemiedrisch sind, und fallen die elektrischen Axen derselben in diejenigen Richtungen, auf welche sich die Hemiedrie bezieht.

Am längsten bekannt ist das elektrische Verhalten des Turmalins, welches Lemery und Aepinus zuerst genauer untersucht haben, Haüy hat Pyroelektricität bei einer grösseren Anzahl von Krystallen gefunden, sein Verzeichniss ist zuerst von Brewster vervollständigt worden, und in neueren Zeiten haben Erman, Forbes, Koehler, Hankel, Riess und G. Rose schärfere Beobachtungen hierüber angestellt.

Beim Turmalin ist die mittlere Krystallaxe zugleich die elektrische Axe, der analoge Pol befindet sich an dem Ende derselben, wo die gerade Endfläche (1, 1, 1) vorhanden ist (in §. 80 als das positive Ende dargestellt), und die Flächen des Hauptrhomboeders mit 133° Neigung in den Kanten über denen der dreiseitigen Säule liegen. In einem Falle, bei einem Turmalin von Penig, beobachtete ROSE das entgegengesetzte Verhalten, glaubt dies aber dadurch mit den übrigen Beobachtungen in Uebereinstimmung zu bringen, dass an diesem Krystalle das Gegenrhomboeder vorhanden sei.

Das Kieselzinkerz ist ausgezeichnet pyroelektrisch, seine elektrische Axe die Krystallaxe *c*, der analoge Pol der oben (§. 100) als positives Ende der Axe bezeichnete, an welchem die Flächen der rhombischen Quer- und Längssäulen vorherrschen, der antiloge das negative Ende der Axe, an welchem die Octaederflächen vorhanden sind.

Der Skolezit von Island, im zwei und eingliedrigen System krystallisirend, hat eine elektrische Axe, der Krystallaxe *c* entsprechend, deren antiloger Pol sich an dem freien, gewöhnlich divergirenden Ende des Krystalls befindet, an welchem die schiefe Endfläche vorherrscht. Nach ROSE ist es wahrscheinlich, dass seine Pyroelektricität durch Zwillingsbildung bedingt wird, da die Krystalle stets Zwillinge sind, und die stängliche Masse, in welche sie übergehen, unelektrisch ist.

Der Axinit hat zwei elektrische Axen, deren analoge Pole an den scharfen Ecken zwischen den gewöhnlich herrschenden Flächen des schiefen Parallelepipedums, die antilogen an den gewöhnlich kleinen Flächen, welche die schief gegenüberliegenden Seitenecken abstumpfen; beide Axen sind also einander parallel mit entgegengesetzter Lage der Pole, fallen aber mit keiner krystallographischen Axe zusammen, indem sie nicht durch den Mittelpunkt des Krystalls gehen.

Der Borazit hat vier elektrische Axen, den Trägern der Tetraederflächen entsprechend, und zwar liegen die analogen Pole an den Ecken, die antilogen auf den Flächen des Tetraeders; ebenso verhält sich der verwandte Rhodizit.

Beim Prehnit und Topas sind antiloge Pole in den stumpfen Seitenkanten, analoge in der Mitte der geraden Endfläche beobachtet; RIES und ROSE nennen sie deshalb central polarische Krystalle, indem die elektrische Axe, mit der Krystallaxe *a* zusammenfallend, den einen elektrischen Pol in der Mitte, den andern an beiden Enden enthält.

Titanit, Schwerspath, Bergkrystall zeigen Pyroelektricität, doch hat bisher noch keine genaue Bestimmung der Axen gefunden werden können.

Bei einer grössern Zahl der von BREWSTER in seinem Verzeichniss als pyroelektrisch aufgeführten Krystalle haben spätere Untersuchungen keine Pyroelektricität finden lassen, und ist es möglich, dass bei denselben eine Verwechselung dieser Erscheinung mit der Reibungselektricität die Angabe von BREWSTER veranlasst hat.

In Beziehung auf elektrische Leitungsfähigkeit sind von WIEDEMANN bei einigen Krystallen Differenzen gefunden worden, welche mit der Structur im Zusammenhange stehen.

Er giebt an, dass bei Gyps, essigsaurem Kalk-Kupferoxyd, Cölestin, Schwerspath, Quarz, Borax, Epidot, Feldspath die Leitungsfähigkeit senkrecht auf die Axe, bei Arragonit, Turmalin, Apatit und Kalkspath dagegen parallel der Axe am stärksten sei.

§. 134. Magnetische Erscheinungen.

Eine Beziehung des polaren Magnetismus, welcher im Magneteisenstein am ausgezeichnetsten vorhanden ist, zur Krystallform ist bisher noch nicht

nachgewiesen, bei der dem regelmässigen System angehörenden Form, welcher alle mit polarem Verhalten behaftete Richtungslinien fehlen, auch nicht wahrscheinlich; dagegen ist in dem Verhalten vieler Krystalle, wenn sie, zwischen den Polen eines starken Magneten aufgehängt, sich frei bewegen können, eine vorherrschende Wirkung des Magnetismus auf gewisse Richtungen der krystallinischen Structur erkennbar. Faraday hat zuerst ganz allgemein solche Körper, welche, zwischen den Polen eines Magneten frei schwebend, ihre längste Dimension in die Verbindungslinie dieser Pole bringen (die axiale Stellung einnehmen), als magnetische, von denjenigen, deren längste Dimension sich in die darauf senkrechte Richtung stellt (die äquatoriale Stellung), als diamagnetische unterschieden, indem erstere sich wie vom Magneten angezogene, letztere wie abgestossene Körper verhalten. Bei denjenigen Krystallen, welche zwischen Magnetpolen eine bestimmte Stellung einnehmen, ist diese Unterscheidung auf eine Axe von fester Lage gegen die Krystallform, die Magnetkrystallaxe, zu beziehen; stellt sich diese axial, so ist der Krystall magnetisch, wenn äquatorial, diamagnetisch.

Plücker hat zuerst ausführlichere Untersuchungen über Magnetismus und Diamagnetismus der Krystalle angestellt, aus welchen er die Folgerung zieht, dass im Allgemeinen die magnetischen Axen mit den optischen zusammenfallen, die negativen Axen von den Magnetpolen abgestossen, die positiven angezogen werden. Knoblauch und Tyndall bezweifeln die Richtigkeit dieser Regel, da derselben widersprechende Beobachtungen gemacht sind; reiner Kalkspath ist diamagnetisch; enthält er eine gewisse Menge Eisenoxydul, so wird er magnetisch, Zirkon, im Allgemeinen diamagnetisch, ist ebenfalls magnetisch bei Eisengehalt. Tyndall bezeichnet die Richtung der grössten Dichtigkeit als die der magnetischen Axe.

Kapitel XIII.

Krystall-Verzeichniss.

§. 135. Regelmässiges System.

A. Holoedrische Formen:

a. Natürliche Krystalle.

$\dot{R}^3 \dddot{Si} + \ddot{\bar{R}} \dddot{Si}$ Granat	Co As^2 Speiskobalt
C Diamant	$\overset{\prime\prime\prime}{\bar{Co}}$ Kobaltkies

Anm. In den chemischen Formeln sind folgende Abkürzungen gebraucht:

$\dot{R}$ bedeutet $\dot{Ca}$, $\dot{Mg}$, $\dot{Mn}$, $\dot{Fe}$, $\dot{Zn}$, oder diesen isomorphe Basen
$\dddot{\bar{R}}$ „ $\dddot{\bar{Al}}$, $\dddot{\bar{Fe}}$, $\dddot{\bar{Cr}}$, oder isomorphe
Am = N H^4 Ammonium
Ae = C^4 H^5 Aethyl
Ac = C^4 H^3 Acetoyl
$\bar{Fo}$ = C^2 H^2 O^4 Ameisensäure

Formel	Name
$\dot{Mg}\,\dddot{Al}$	Spinnell
$(\dot{Mg}\,\dot{Fe})\,\dddot{Al}$	Ceylanit
$(\dot{Zn}, \dot{Fe}, \dot{Mg})\,\dddot{Al}$	Automolith
$\dot{K}^3\,\dddot{Si}^2 + 3\dddot{Al}\,\dddot{Si}^2$	Leucit
$\dot{Na}^3\,\dddot{Si}^2 + 3\dddot{Al}\,\dddot{Si}^2 + 6aq$	Analcim
$\dot{Na}^3\,\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\,\dddot{Si} + NCl$	Sodalit
$\dot{Na}, \dot{Ca}, \dddot{Al}, \dddot{Si}, \dddot{S}?$	Lasurstein
$\dot{K}^3\,\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\,\dddot{Si} + 2\dot{Ca}\,\dddot{S}$	Hauyn
$\dot{Na}\,\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\,\dddot{Si} + \dot{Na}\,\dddot{S}$	Nosean
$Ca\,Fl$	Flussspath
$Na\,Cl$	Steinsalz
$NH^4\,Cl$	Salmiak
$\dot{K}\dddot{S} + \dddot{Al}\,\dddot{S}^3 + 24aq$	Alaun
$\left.\begin{matrix}Ce\\Y\end{matrix}\right\}Fl + Ca\,Fl$	Yttrocerit
$(\dot{Fe}, \dddot{Fe})\,\dddot{As} + 6aq$	Würfelerz
$Ag\,Cl$	Hornsilber
$Ag\,J$	Jodsilber
$\dddot{As}$	Arsenige Säure
$\dot{Fe}\,\dddot{Fe}$	Magneteisenstein
$\dot{Fe}\left\{\begin{matrix}\dddot{Fe}\\\dddot{Ti}\end{matrix}\right.$	Titan-eisenstein
$\left.\begin{matrix}\dot{Mg}\\\dot{Fe}\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\dddot{Al}\\\dddot{Cr}\end{matrix}\right.$	Chrom-eisenstein
$\left.\begin{matrix}\dot{Fe}\\\dot{Zn}\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\dddot{Fe}\\\dddot{Mn}\end{matrix}\right.$	Zink-eisenstein
$\dot{Ca}\,\ddot{Ti}$	Perowskit
$(\dot{Th}^2, \dot{Ce}^2, \dot{Ca}^2)\,\dddot{Ta} + Na\,Fl$	Pyrochlor
$\dot{Cu}$	Rothkupfererz
$\dddot{Sb}$	Senarmontit
$Ni\,As^2$	Arseniknickel
$\acute{Fe}^2\,\acute{Ni}$	Eisennickelkies
$\acute{Pb}$	Bleiglanz
$\acute{Pb}^2\,\acute{Cu}$	Cuproplumbit
$Pb\,Se$	Selenblei
$Ag\,Se$	Selensilber
$\acute{Ag}$	Glaserz
Mn''	Hauerit
$\acute{Mn}$	Manganglanz
$Ag\,Te$	Tellursilber
$Pb\,Te$	Tellurblei
$\acute{Pb}^2\,As'''$	Dufrenoysit
$Ni'''^{10}\,Bi'''$	Nickelwismuthglanz
Au	Gold
Ag	Silber
$Au + Ag$	Elektrum
$Ag\,Hg$	Amalgam
Cu	Kupfer
Fe	Eisen?
Pb	Blei?
Ti	Titan?
Pt	Platin?
Pd	Palladium?
Ir	Iodium?
Hg	Quecksilber?
$\acute{Cu}^3\,Fe'''$	Buntkupfererz?

$\overline{Ac} = C^4 H^3 O^3$ Essigsäure
$\overline{T} = C^4 H^2 O^5$ Weinsteinsäure
$\overline{U} = C^8 H^6 O^{12}$ Traubensäure
$\overline{C} = C^{12} H^8 O^{14}$ Citronensäure
$\overline{S} = C^4 H^2 O^3$ Bernsteinsäure.

b. Künstliche Krystalle.

Formel	Name
$\dot{\text{Cd}}$	Cadmiumoxyd
$\dddot{\text{Sb}}$	Antimonige Säure
K Fl	Fluorkalium
Na Fl	Fluornatrium
K Cl	Chlorkalium
Co Cl + 8aq	Chlorkobalt
Cu Cl	Kupferchlorür
U Cl	Uranchlorür
K Br	Bromkalium
Na Br	Bromnatrium
Ag Br	Bromsilber
K J	Jodkalium
Am J	Jodammonium
Na J	Jodnatrium
Zn J	Jodzink
K Cy	Cyankalium
Am Cy	Cyanammonium
Ti Cy + 3Ti³ N	Cyanstickstofftitan

Aluminate und analoge Verbindungen:

$\dot{\text{Mg}}\,\dddot{\text{Al}}$

$\dot{\text{Mn}}\,\dddot{\text{Al}}$

$\dot{\text{Fe}}\,\dddot{\text{Al}}$

$\dot{\text{Co}}\,\dddot{\text{Al}}$

$\dot{\text{Mg}}\,\dddot{\text{Cr}}$

$\dot{\text{Mn}}\,\dddot{\text{Cr}}$

$\left.\begin{matrix}\frac{4}{5}\dot{\text{Fe}}\\ \frac{1}{5}\dot{\text{Mg}}\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\frac{5}{6}\dddot{\text{Cr}}\\ \frac{1}{6}\dddot{\text{Al}}\end{matrix}\right.$

$\left.\begin{matrix}\dot{\text{Fe}}\\ \dot{\text{Mg}}\end{matrix}\right\}\dddot{\text{Cr}}$

$\dot{\text{Fe}}\left\{\begin{matrix}\dddot{\text{Cr}}\\ \dddot{\text{Fe}}\end{matrix}\right.$

$\dot{\text{Zn}}\,\dddot{\text{Al}}$

$\dot{\text{Zn}}\,\dddot{\text{Cr}}$

$\dot{\text{Zn}}\,\dddot{\text{Fe}}$

P Phosphor?

Li Cl Chlorlithium?

Formel	Name
$\dddot{\text{Cr}}\,\dddot{\text{S}}^3$ + 15aq	Schwefelsaures Chromoxyd
$\dot{\text{Ba}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{N}}$	Salpetersaurer Baryt
$\dot{\text{Sr}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{N}}$	„ Strontian
$\dot{\text{Pb}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{N}}$	„ Bleioxyd
$\dot{\text{Ni}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{Cl}}$ + 6aq	Chlorsaures Nickeloxyd
$\dot{\text{Co}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{Cl}}$ + 6aq	„ Kobaltoxyd
$\dot{\text{Cu}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{Cl}}$ + 6aq	„ Kupferoxyd
$\dot{\text{K}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{Br}}$	Bromsaures Kali
$\dot{\text{Co}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{Br}}$ + 6aq	„ Kobaltoxyd
$\dot{\text{Am}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{J}}$	Jodsaures Ammoniak
$\dot{\text{Na}}\,\dddot{\text{B}}^2$ + 5aq	2fach borsaures Natron
$\dot{\text{Na}}\,\dot{\text{H}}$ + 12 ($\dot{\text{Na}}\,\overset{\therefore\cdot\cdot}{\text{Sb}}$ + 7aq)	Antimonsaures Natron
Am Cl + Mn Cl + aq	Ammonium Manganchlorür
$2\left.\begin{matrix}\text{K}\\ \text{Am}\end{matrix}\right\}$ Cl + Fe Cl³ + 2aq	Kalium Ammonium Eisenchlorid
K Cl + Sn Cl²	Kalium Zinnchlorid
Am Cl + Sn Cl²	Ammonium Zinnchlorid
K Cl + Pt Cl²	Kalium Platinchlorid
Am Cl + Ni N H³	Chlornickelammoniak
Zn Br + N H³	Bromzinkammoniak
Cd Br + N H³	Bromcadmiumammoniak
Ni J + 3N H³	Jodnickelammoniak

K Cy + Zn Cy Kaliumzinkcyanür
K Cy + Cd Cy Kaliumcadmiumcyanür
K Cy + Hg Cy Kaliumquecksilbercyanür
K Cy + Ag Cy Kaliumsilbercyanür

$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Ammoniak-
$\dot{N}a\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Natron-
$\dot{L}i\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Lithion-
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Mn}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Mangan-
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Cr}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Chrom-
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Fe}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Eisen-
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dddot{\overline{Fe}}\,\dddot{S}^3 + 24aq$ Eisenammoniak-

(Alaun)

$3\left.\begin{matrix}\dot{F}e\\ \dot{K}\end{matrix}\right\}\dddot{S} + 2\dddot{\overline{Fe}}\,\dddot{S}^3 + 12aq$ Schwefelsaures Eisenoxydoxydul

$\dot{A}m\,\overset{:\cdot:}{N} + \dot{N}i\,N\,H^3$ Salpetersaures Nickeloxyd Ammoniak
$\dot{N}a\,\dddot{W} + \ddot{W}\,\dddot{W}$ Wolframsaures Wolframoxyd Natron
$\dddot{\overline{Al}}\,\dddot{S}^3 + 27aq$ Schwefelsaure Thonerde?

c. Organische Verbindungen.

$C^{12}\,H^6\,Cl\,N$ Chloranilin $C^{12}\,H^6\,Br\,N$ Bromanilin $C^{20}\,H^{16}\,O^2$ Kampher.

B. Hemiedrische Formen.

1. Tetraedrische.

a. Natürliche Krystalle.

$(\dot{M}a, \dot{F}e)^3\,\dddot{S}i^2 + \dddot{\overline{Be}}\,\dddot{S}i + \acute{M}n\,\dot{M}n$ Helvin
$\dot{M}g^3\,\dddot{B}^4$ Boracit
$\dot{C}a^3\,\dddot{B}^4$ Rhodicit
C Diamant (zum Theil)
$(\acute{F}e, \acute{Z}n)^4\,(\overline{Sb}'''\,\overline{As}''') + 2(\acute{\overline{Cu}}, \acute{A}g)^4\,(\overline{Sb}''', \overline{As}''')$ Fahlerz
$(\acute{P}b, \acute{A}g, \acute{Z}n, \acute{F}e)^4\,\overline{Sb}'''$ Weissgültigerz
$\acute{Z}n$ Blende
$(\acute{F}e, \acute{Z}n)^2\,Sn'' + \acute{\overline{Cu}}^2\,Sn''$ Zinnkies
$2\dddot{\overline{Bi}}^2\,\dddot{S}i^5 + \dddot{\overline{Bi}}^2\,\overset{:\cdot:}{P}$ Wissmuthblende.

b. Künstliche Krystalle.

$\dot{N}a\,\overset{:\cdot:}{C}l$ Chlorsaures Natron
$\dot{N}a\,\overset{:\cdot:}{B}r$ Bromsaures Natron
$\acute{N}a^3\,\overline{Sb}''''' + 18aq$ Natriumsulfantimoniat
Ca Cl + 5Hg Cl + 8aq Calciumquecksilberchlorid
$\dot{N}a\,\ddot{C} + 8\dot{Z}n\,\ddot{C} + 8aq$ Kohlensaures Zinkoxydnatron
$3\dot{N}a\,\dddot{\overline{C}} + \dddot{\overline{Cr}}\,\dddot{\overline{C}}^3 + 9aq$ Oxalsaures Chromoxydnatron.

c. Organische Verbindungen.

$\dot{Na}\,\overline{A}c + 2\dddot{\overline{U}}\,\overline{A}c$ Essigsaures Uranoxyd Natron.

2. Pyritoedrische.

a. Natürliche Krystalle.

$\overset{\prime\prime}{Fe}$ Schwefelkies

$\overset{\prime\prime}{Co} + Co\,As^2$ Glanzkobalt

$\overset{\prime\prime}{Ni} + Ni\,As^2$ Nickelglanz

$\overset{\prime\prime}{Ni} + Ni\,Sb^2$ Nickelspiessglanzerz.

b. Künstliche Krystalle.

$\dot{Pb}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N}$ Salpetersaures Bleioxyd.

§. 136. Rhomboedrisches System.

A. Holoedrische Formen.

1. Einfache.

a. Natürliche Krystalle.

Formel	Name	α	
$\dddot{\overline{Al}}$	Corund (Rubin, Sapphir)	86°	6′
$\dddot{\overline{Be}}\,\dddot{Si}$	Phenakit	116	40
$\dot{Ca}\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}^2 + 6aq$	Chabasit	94	46
$(\dot{K}, \dot{Na}, \dot{Ca})\,\dddot{Si} + 3\dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}^2 + 15aq$	Levyn	79	26
$\dot{K}\,\dddot{S} + 3\dddot{\overline{Al}}\,\dddot{S} + 6aq$	Alunit	92	50
$2(\dot{Ca}, \dot{Na}, \dot{Fe})^3\,\dddot{Si}^2 + \ddot{\overline{Zr}}\,\dddot{Si}^2$	Eudialyt	73	40
$3(\dot{Mg}, \dot{Fe})^3\,\dddot{Si} + (\dddot{\overline{Al}}, \dot{Fe})^3\,\dddot{Si}$	Chlorit (Ripidolith)	75	22
$3\dot{Mg}\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}}^2\,\dddot{Si}$	„ (Pennin)	63	15
$\dot{Ca}\,\ddot{C}$	Kalkspath	105	5
$\dot{Ca}\,\ddot{C} + \dot{Mg}\,\ddot{C}$	Dolomit	106	15
$\dot{Mg}\,\ddot{C}$	Bitterspath	107	25
$\dot{Fe}\,\ddot{C}$	Spatheisenstein	107	6.
$\dot{Mn}\,\ddot{C}$	Manganspath	106	51
$\dot{Zn}\,\dot{C}$	Galmei	107	40
$\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N}$	Natronsalpeter	106	33
$\dot{Fe}^3\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Fe}}^3\,\dot{H}$	Sideroschisolith Cronstedtit	?	
$\dot{Cu}^3\,\dddot{Si}^2 + 3aq$	Dioptas	95	33
$\dot{Cu}^6\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\overline{As}} + 12aq$	Kupferglimmer	69	12
$\dot{Pb}\,\dddot{S} + 3\dot{Pb}\,\ddot{C}$	Ternarbleierz	72	30
$\dddot{\overline{Fe}}$	Eisenglanz	85	58
$\ddot{\overline{Ti}} + x\dddot{\overline{Fe}}$	Crichtonit	61	30
$\overset{\prime}{Hg}$	Zinnober	71	47
$\overset{\prime}{Ag}^3\,(\overset{\prime\prime\prime}{\overline{Sb}}, \overset{\prime\prime\prime}{\overline{As}})$	Rothgültigerz	108	20

Formel	Name	α	
$\dot{Zn}^3 \dddot{Si}$	Willemit	128°	30′
Sb	Antimon	87	35
As	Arsenik	85	4
Te	Tellur	86	57
Bi	Wismuth	87	40
$Bi^2 Te^2 S$	Tellurwismuth	81	2
$(\acute{Ag}, \acute{Cu})^9 (\dddot{Sb}, \dddot{As})$	Polybasit	84	48
Pd	Palladium	?	
Ir	Iridium	?	
Zn	Zink	?	
$(\dot{Zn}, \dot{Mn}, \dot{Mg})^3 \dddot{Si}$	Troostit	124?	

b. Künstliche Krystalle.

Formel	Name	α	
$\dddot{\overline{Cr}}$	Chromoxyd	85	55
$\dot{K} \dddot{S}$	Schwefelsaures Kali	88	10
$\overline{Al}\, Cl^3 + 12aq$	Chloraluminium	138	0
$\dot{Pb} \ddot{\overline{S}} + 4aq$	Unterschwefelsaures Bleioxyd	83	28
$\dddot{\overline{Al}} \dddot{S}^3 + 27aq$	Schwefelsaure Thonerde	82	8
$\dot{K} \dddot{\ddot{N}}$	Salpeter (seltenere Form)	106	36
$Mg\,Cl + Pt\,Cl^2 + 6aq$	Magnesiumplatinchlorid	130?	
$Zn\,Br + Pt\,Br^2 + 6aq$	Zinkplatinbromid	130?	
$3K\,Cy + \overline{Cu}\,Cy$	Kalium Kupfercyanür	103	2
$Am\,Cl + 2Am\,Cy + Fe\,Cy + 3aq$	Ammoniumeisencyanür Chlorammonium	96	52
$Am\,Br + 2Am\,Cy + Fe\,Cy + 3aq$	Ammoniumeisencyanür Bromammonium	98	14
$\left\{\begin{matrix} 2K\,Cy + Fe\,Cy + 3aq \\ 2Ba\,Cy + Fe\,Cy + 3aq \end{matrix}\right.$	Kalium Baryum Eisencyanür	81	22
$\dot{Na} \dddot{S} + n \dot{Li} \dddot{S} + 3aq$	Schwefelsaures Natron Lithion	77	32
$5\dot{K} \dddot{Mo}^3 + \dddot{Mn} \dddot{Mo}^6 + 12aq$	Molybdänsaures Manganoxyd Kali	107	45
$\left.\begin{matrix} \dot{Na}^2 \\ \dot{H} \end{matrix}\right\} \dddot{\ddot{P}} + 22aq + \acute{Na} \acute{H}$	Phosphorsaures Natron und Natriumsulfhydrat	75	40

c. Organische Verbindungen.

Formel	Name	α	
$\dot{Am} \dot{Ac}$	Aldehydammoniak	85	16
$\dot{K} \dddot{S} + \dot{Ae} \dddot{S}$	Aetherschwefelsaures Kali	82	46
$C^{24} H^{26} O^{26} Na\,Cl$	Traubenzucker Chlornatrium	78	42

2. Doppelte (sechsgliedrige).

a. Natürliche Krystalle.

Formel	Name	α		Beobachter
$\dot{H}$	Eis	112°	21′	Smithson
		120	0	Clarke
		129	30	Galle

Formel	Name	α	
$(\dot{Mg}, \dot{Fe}, \dot{K})^3 \dddot{Si} + (\dddot{Al}, \dddot{Fe}) \dddot{Si}$	Glimmer (Biotit) . . .	63°	15′
$(\dot{Na}, \dot{K})^2 \dddot{Si} + 2\dddot{Al} \dddot{Si}$	Nephelin	105	34
$\dddot{Be} \dddot{Si}^2 + \dddot{Al} \dddot{Si}^2$	Beryll	128	47
$(\dddot{Fe}, \dddot{Mn}) \dddot{Si} + aq$	Pyrosmalith	95	43
$\dddot{Fe} \dddot{S}^3 + 9aq$	Coquimbit	84	12
$3(\dot{Pb}, \dot{Ca})^3 (\dddot{P}, \dddot{As}) + (Pb, Ca)(Cl, Fl)$	Buntbleierz	112	1
$\dot{Zn}$	Rothzinkerz	86	6
$\acute{Cd}$	Greenockit	79	50
$\acute{Ni}$	Haarkies	79	11
$\acute{Fe}^6 \acute{\acute{\acute{F}}}e$	Magnetkies	78	19
Ir Os	Osmiridium	84	52
C	Graphit	?	
Ce Fl	Fluocerit	?	
$\dot{K}^3 \dddot{Si}^2 + 3\dddot{Al} \dddot{Si} + xaq?$	Pinit	?	
$\dot{Na}^2 \dddot{Si} + \dddot{Al} \dddot{Si} + \dot{Ca} \ddot{C}$	Cancrinit	?	
$\dot{Mg} \dot{H}$	Brucit	?	
$\dddot{Al} \dot{H}^3$	Hydrargillit	?	
$\acute{\acute{M}}o$	Molybdänglanz	?	

b. Künstliche Krystalle.

Formel	Name	α	
$\dot{Zn}$	Zinkoxyd	117°	2′
$\dot{Sr} \ddot{\ddot{S}} + 4aq$	Unterschwefelsaurer Strontian	82	49
$\dot{Ca} \ddot{\ddot{S}} + 4aq$	„ Kalk	82	49
$\dot{Mg} \ddot{\ddot{S}} + 4aq$	„ Talkerde	?	
$\dot{R} \dot{H} + 12 (\dot{R} \ddot{\ddot{Sb}} + 12aq)$	Antimonsaure Talkerde	?	
	Antimonsaurer Nickeloxyd	?	
	„ Kobaltoxyd	?	
$K Cl + 2 Mg Cl + 12aq$	Kaliummagnesiumchlorid	91	46
$2\dot{Ce} \dddot{S} + \dddot{Ce} \dddot{S}^2 + 16aq$	Schwefelsaures Ceroxydoxydul	79	39
$3Na\,Cy + Fe\,Cy^3 + 3aq$	Natriumeisencyanid	?	
$\dot{K} \dddot{S} + \dddot{Fe} \dddot{S}^3$; $2(2\dot{K} \dddot{S} + \dddot{Fe} \dddot{S}^2)$	+ 20aq Basischer Eisenalaun . . .	?	
$Na\,J + \dot{Na} \ddot{\ddot{J}} + 20aq$	Jodsaures Natron und Jodnatrium . .	?	
$4\dot{K} \ddot{C}^2 + 3\dot{Zn}^2 \ddot{C} + 8aq$	Kohlensaures Zinkoxyd Kali	?	
$\dddot{Be}$	Beryllerde	?	

B. Hemiedrische Formen.

1. Geneigtflächig.

a. Natürliche Krystalle.

Formel	Name	α	
$\dot{R} \begin{cases} \dddot{Si} \\ \dddot{B} \end{cases} + 3\dddot{R} \begin{cases} \dddot{Si} \\ \dddot{B} \end{cases}$	Turmalin	133	26

b. Künstliche Krystalle.

		α
$\dot{Mg}\ddot{S} + 6aq$	Schwefligsaure Talkerde	96° 58′
$\dot{Na}\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{\dddot{J}} + 4aq$	Ueberjodsaures Natron	94 20

2. Parallelflächig.

$x\overline{\dddot{Ti}} + x\overline{\dddot{Fe}}$	Titaneisen	85 58
$3\dot{Ca}^3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + Ca(Fl, \dot{Cl})$	Apatit	112 1

3. Gedreht.

$\dddot{Si}$	Quarz	94 15

§. 137. Viergliedriges System.

A. Holoedrische Formen.

a. Natürliche Krystalle.

		$\frac{a}{c}$	Endkanten Winkel
$\overline{\dddot{Zr}}\,\ddot{Si}$	Zirkon	1,561	123° 19′
$\dot{Ca}^3\dddot{Si} + (\overline{\dddot{Al}}, \overline{\dddot{Fe}})\dddot{Si}$	Vesuvian	1,861	129 31
$\dot{R}^3\dddot{Si} + 2\overline{\dddot{R}}\dddot{Si}$	Skapolith	2,273	136 7
$(\dot{Ca}^6, \dot{K})\dddot{Si} + 2aq$	Apophyllit	0,800	105 30
$\dot{Y}^3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}$	Phosphorsaure Yttererde	1,627	124 44
$\dot{Pb}\dddot{Mo}$	Gelbbleierz	0,636	99 40
$\dot{Ca}^3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 2\overline{\dddot{U}}^3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 24aq$	Uranglimmer	0,473	95 46
Hg^2Cl	Hornquecksilber	0,558	97 44
$PbCl + \dot{Pb}\ddot{C}$	Hornblei	0,922	107 22
$\overline{\dddot{Mn}}$	Braunit	1,015	109 53
$\dot{Mn}\overline{\dddot{Mn}}$	Hausmannit	0,851	105 25
$\ddot{Sn}$	Zinnstein	1,483	121 35
$\ddot{Ti}$	Rutil	1,552	123 8
$\ddot{Ti}$	Anatas	0,566	97 56
$\acute{Pb}^9\overset{'''}{Sb} + \acute{Pb}^9 Au Te^6$	Blättererz	0,515	96 43
$\overline{\dddot{Al}}(C^4O^4H)^3 + 15aq$	Honigstein	1,340	118 14
$(\dot{Ca}, \dot{Mg}, \dot{Fe})^3\dddot{Si} + \overline{\dddot{Al}}^3\dddot{Si}$	Gehlenit	?	

b. Künstliche Krystalle.

Sn	Zinn	2,593	140 24
Ni^3As	Nickelspeise	0,890	106 28
$\dot{H}^9\dot{Sr}$	Strontianhydrat	1,561	123 19
HgJ	Quecksilberjodid (rothes)	0,501	96 24
$HgCy$	Quecksilbercyanür	2,176	134 40
Hg^2Cl	Quecksilberchlorür	0,572	98 8

		$\frac{a}{c}$	Endkanten-Winkel	
$\dot{Am}\,\dddot{B}^2 + 4aq$	Borsaures Ammoniak	1,207	114°	55′
$NH^3\,\dddot{S}$	Schwefelsaures Ammoniak	0,607	98	56
$\ddot{\bar{B}}e\,\dddot{S}^3 + 12aq$	Schwefelsaure Beryllerde	1,500	122	0
$\dot{Ni}\,\dddot{S} + 7aq$	Schwefelsaures Nickeloxyd	0,525	96	57
$\dot{Ni}\,\dddot{Se} + 7aq$	Selensaures Nickeloxyd	0,530	97	4
$\dot{Zn}\,\dddot{Se} + 7aq$	„ Zinkoxyd			
$\dot{K}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 2aq$	Phosphorsaures Kali	1,506	122	6
$\dot{K}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 2aq$	Arseniksaures „			
$\dot{Am}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 2aq$	Phosphorsaures Ammoniak	1,404	119	46
$\dot{Am}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 2aq$	Arseniksaures „			
$\dot{Ag}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Cl}$	Chlorsaures Silberoxyd	0,379	93	50
$\dot{Ca}\,\dddot{C} + 2aq$?	Oxalsaurer Kalk	0,610	99	0
$K + \dddot{Os} + Os\,N$	Osman-osmiumsaures Kali	0,882	106	16
$K\,Cl + Cu\,Cl + 2aq$	Kalium Kupferchlorid	1,328	117	56
$Am\,Cl + Cu\,Cl + 2aq$	Ammonium Kupferchlorid	1,352	118	32
$2K\,Cy + Fe\,Cy + 3aq$	Kalium Eisencyanür	0,566	97	56
$2Am\,Cy + Fe\,Cy + 3aq$	Ammonium Eisencyanür			
$2Ba\,Cy + Fe\,Cy^3 + \dot{N} + 6aq$	Nitroprussidbaryum	1,435	120	30
$\dot{Ag}\,\dddot{S} + 2N\,H^3$	Schwefelsaures Silberoxyd Ammoniak	1,877	129	38
$\dot{Ag}\,\dddot{Se} + 2N\,H^3$	Selensaures Silberoxyd Ammoniak	1,859	129	18
$\dot{Ag}\,\dddot{Cr} + 2N\,H^3$	Chromsaures Silberoxyd Ammoniak	1,825	128	40
$2\dot{R}^3\,\dddot{Si} + \ddot{\bar{A}}l\,\dddot{Si}$	Humboldtilith-Schlacke	2,097	133	26
$2\dot{R}^3\,\dddot{Si} + \ddot{\bar{A}}l^3\,\dddot{Si}$	Gehlenit-Schlacke	?		

c. Organische Verbindungen.

$2\dot{K}\,\overline{Ac} + \dot{Cu}\,\overline{Ac} + 12aq$	Essigsaures Kupferoxyd Kali	1,056	153	4
$\dot{Ca}\,\overline{Ac} + \dot{Cu}\,\overline{Ac} + 8aq$	„ „ Kalk	0,969	108	38
$\dot{K}\,\overline{Ac} + 2\dddot{U}\,\overline{Ac} + 2aq$	„ Uranoxyd Kali	0,778	103	26
$\dot{Ag}\,\overline{Ac} + 2\dddot{U}\,\overline{Ac} + 2aq$	„ „ Silberoxyd	0,649	100	2
$\dot{Ca}\,\overline{\overline{T}} + \ddot{\bar{S}}b\,\overline{\overline{T}} + 9aq$	Weinsteinsaures Antimonoxyd Kalk	2,656	141	10
$\dot{Sr}\,\overline{\overline{T}} + \dddot{\bar{A}}s\,\overline{\overline{T}} + 6aq$	„ Arsenikoxyd Strontian	0,924	107	24
$C^{48}\,H^{40}\,O^{10} + 5aq$	Cholsäurehydrat	1,259	116	14
$C^{42}\,H^{22}\,N^2\,O^4 + \dddot{S}$	Schwefelsaures Strychnin	0,292	92	20
$C^4\,Cl^5\,O$	Chloräther	1,043	110	38
$C^4 \left\{ \begin{matrix} Cl^3 \\ Br^2 \end{matrix} \right\} O$	Bromchloräther	1,051	110	50

	$\frac{a}{c}$	Endkanten-Winkel	
$C^{16}\,H^{10}\,O^{9}$ Hämatoxylin	1,593	124°	0′
$C^{16}\,H^{10}\,O^{4}$ Beta Orcin	0,613	99	6

B. Hemiedrische Formen.

1. Tetraedrische.

a. Natürliche Krystalle.

$\overset{\prime}{\overline{\mathrm{Cu}}}\,\overset{\prime\prime\prime}{\mathrm{Fe}}$ Kupferkies	1,015	109	53

c. Organische Verbindungen.

$C^{2}\,H^{4}\,N^{2}\,O^{2}$ Harnstoff	1,230	115	30

2. Parallelflächige.

a. Natürliche Krystalle.

$\dot{\mathrm{Ca}}\,\dddot{\mathrm{W}}$ Tungstein / $\dot{\mathrm{Pb}}\,\dddot{\mathrm{W}}$ Scheelbleierz	0,639	99	46
$(\dot{\mathrm{Y}}, \dot{\mathrm{Ce}}, \dot{\mathrm{Zr}})\,\dddot{\mathrm{Ta}}$ Fergusonit	0,666	100	28

c. Organische Verbindungen.

$C^{22}\,H^{30}\,O^{24}$ Erythroglucin	2,644	141	2

§. 138. Zwei und zweigliedriges System.

A. Holoedrische Formen.

a. Natürliche Krystalle.

	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulen-winkel	
$(\dot{\mathrm{Mg}}, \dot{\mathrm{Fe}})^{3}\,\dddot{\mathrm{Si}}$ Olivin	0,794	1,704	130°	2′
$\dot{\mathrm{Mg}}^{3}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{2} + 3\,\overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}$ Dichroit	0,969	1,678	120	9
$\overline{\dddot{\mathrm{R}}}^{2}\,\dddot{\mathrm{Si}}$ Staurolith . . .	0,707	1,500	129	20
$\overline{\dddot{\mathrm{Al}}}^{4}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{3}$ Andalusit . . .	1,404	1,425	90	50
$\overline{\dddot{\mathrm{Al}}}^{4}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{3}$ Chiastolith . .	1,414	1,460	91	50
$\overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dot{\mathrm{H}}$ Diaspor	1,096	2,346	129	54
$\overline{\dddot{\mathrm{Be}}}\,\overline{\dddot{\mathrm{Al}}}^{3}$ Chrysoberyll . .	0,811	1,724	129	38
$5\,\overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}} + 2\,\mathrm{Al\,Fl}$ Topas	0,554	1,049	124	20
$\dot{\mathrm{Ca}}\,\dddot{\mathrm{Si}} + \overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{3} + 6\,\mathrm{aq}$ Desmin	1,229	1,323	94	14
$(\dot{\mathrm{Ca}}, \dot{\mathrm{Na}})\,\dddot{\mathrm{Si}} + \overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{3} + 5\,\mathrm{aq}$ Epistilbit . . .	1,422	3,448	135	10
$\dot{\mathrm{Ba}}\,\dddot{\mathrm{Si}} + \overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{2} + 5\,\mathrm{aq}$ Kreuzstein (Baryt-) / $(\dot{\mathrm{Ca}}, \dot{\mathrm{K}})\,\dddot{\mathrm{Si}} + \overline{\dddot{\mathrm{Al}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}^{2} + 5\,\mathrm{aq}$ „ (Kalk-)	1,430	1,462	91	16
$\dot{\mathrm{Ca}}^{3}\,\dddot{\mathrm{Si}} + 3\,\overline{\dddot{\mathrm{Fe}}}\,\dddot{\mathrm{Si}}$ Lievrit	1,501	2,193	111	12
$(\dot{\mathrm{Zn}}, \dot{\mathrm{Ca}})\,\dddot{\mathrm{Si}}? + x\,\mathrm{aq}$ Hopeit	1,213	2,120	120	26
$\dot{\mathrm{Ca}}\,\ddot{\mathrm{C}}$ Arragonit . . .	0,863	1,388	116	16

		$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$\dot{Ba}\,\ddot{C}$	Wilherit	0,818	1,375	118° 30′
$\dot{Sr}\,\ddot{C}$	Strontianit . . .	0,809	1,345	117 19
$\dot{Pb}\,\ddot{C}$	Weissbleierz . .	0,843	1,382	117 14
$\dot{Ba}\,\dddot{S}$	Schwerspath . .	0,619	0,760	101 42
$\dot{Sr}\,\dddot{S}$	Cölestin	0,622	0,795	104 0
$\dot{Pb}\,\dddot{S}$	Vitriolblei . . .	0,608	0,774	103 42
$3(\dddot{\bar{Al}}^4\,\ddot{\dot{P}} + 18aq) + Al\,Fl^3$	Wawellit	1,346	2,665	122 15
$2(\dot{Fe},\dot{Mn})^4\,\ddot{\dot{P}} + \dddot{\bar{Al}}^2\,\ddot{\dot{P}} + 15aq$	Childrenit . . .	1,050	1,565	112 16
$\dot{Ca}^3\,\dddot{As} + 3aq$	Haidingerit . . .	1,682	2,004	100 0
$\dot{Fe}\,\ddot{\dot{As}} + 4aq$	Skorodit . . .	0,892	1,034	99 30
$\dot{Cu}^3\,\ddot{\dot{P}} + \dot{Cu}\,\dot{H}$	Libethkupfer .	0,731	1,042	109 52
$\dot{Cu}^3\,\ddot{\dot{As}} + \dot{Cu}\,\dot{H}$	Olivenerz . . .	0,720	1,045	110 50
$\dot{Cu}^8\,\ddot{\dot{As}} + \dddot{\bar{Al}}\,\ddot{\dot{As}} + 24aq$	Linsenerz . . .	0,724	1,248	119 45
$\dot{Cu}^4\,\ddot{\dot{As}} + 7aq$	Euchroit	0,587	0,963	117 20
$\dot{Cu}^4\,\dddot{S}\,\dot{H}^3$	Brochantit . . .	2,254	2,893	104 10
$3\dot{Cu}\,\dot{H} + Cu\,Cl$	Atacamit	0,884	1,319	99 42
$\dot{K}\,\ddot{\dot{N}}$	Salpeter	0,840	1,426	119 0
S	Schwefel . . .	0,427	0,527	102 0
$\dddot{\bar{Fe}}^2\,\dot{H}^3$	Brauneisenstein .	1,514	1,648	94 52
$\dddot{\bar{Mn}}\,H$	Manganit . . .	1,549	1,835	99 40
$\ddot{Mn}$	Pyrolusit . . .	2,577	2,747	93 40
$\ddot{Ti}$	Brookit	0,891	1,059	99 50
$(\dot{Y},\dot{Fe},\dot{Ce},\dot{Ca},\dddot{\bar{Zr}},\dddot{\bar{Mn}})\,\ddot{Ti}?$	Polymignit . . .	1,449	2,062	109 46
$2(\dot{Ce},\dot{Ln},\dot{Fe})(\ddot{Nb},\ddot{Ti}) + \dddot{\bar{Ce}}(\ddot{Nb}^3\,\ddot{Ti}^3)$	Aeschynit . . .	0,740	1,500	127 19
$(\dot{Fe},\dot{Mn})(\ddot{Nb},\dddot{Pe})$	Columbit . . .	0,945	1,139	100 40
$(\dot{Fe},\dot{Mn})\,\dddot{Ta}$	Tantalit	1,253	1,534	101 34
$(\dot{Fe},\dot{Mn})\,\dddot{W}$	Wolfram . . .	0,701	1,175	101 5
$\dddot{\bar{Sb}}$	Weissspiesglanz .	0,279	0,354	103 30
$\overset{\prime\prime}{Fe}$	Binarkies . . .	0,632	0,839	106 2
$\overset{\prime\prime}{Fe} + Fe\,As^2$	Arsenikkies . .	0,568	0,840	111 53
$Fe\,As^2$	Arsenikalkies . .	0,481	0,875	122 26
$\overset{\prime\prime\prime}{\bar{Sb}}$	Grauspiesglanzerz	0,966	0.979	90 45
$\overset{\prime}{Pb}\,\overset{\prime\prime\prime}{\bar{Sb}}$	Zinckenit . . .	4,390	7,682	120 0
$\overset{\prime\prime\prime}{\bar{Bi}}$	Wismuthglanz . .	0,966	0,979	90 45
$\overset{\prime\prime\prime}{As}$	Auripigment . .	0,894	0,741	79 18

Formel	Name	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$\overset{'''}{\overline{As}}$?	Dimorphin . . .	1,287	1,508	83° 40′
(Au, Ag) Te^2	Schrifterz . . .	1,129	1,637	110 48
$\acute{A}g^6 \overset{'''}{\overline{Sb}}$	Sprödglaserz . .	0,918	1,458	115 39
$\acute{A}g \overset{'''}{\overline{Fe}}$	Sternbergit . .	1,437	1,714	100 2
$\acute{\overline{Cu}}$	Kupferglas . . .	0,598	1,027	119 35
$\acute{A}g + \acute{\overline{Cu}}$	Silberkupferglanz.	0,598	1,027	119 35
$\acute{\overline{Cu}} \acute{P}b^2 \overset{'''}{\overline{Sb}}$	Bournonit . . .	2,102	2,241	93 40
$(\acute{A}g, \acute{P}b)^3 \overset{'''}{\overline{Sb}}$	Schilfglaserz . .	0,686	0,675	89 4
$\dot{C}a^2 \dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}} \dddot{Si} + aq$	Prehnit	?		100 0
$\dot{P}b \dddot{S} + \dot{P}b \ddot{C}$	Bleisulphocarbonat	?		130 0
$\dot{B}a \ddot{C} + \dot{C}a \ddot{C}$	Alstonit	?		118 50
$3\dot{P}b \dddot{S} + 2\dot{P}b \ddot{C} + \dot{C}u \ddot{C}$	Caledonit . . .	?		95 0
$\acute{P}b^3 \overset{'''}{\overline{Sb}}{}^2$	Jamesonit . . .	?		101 20
$\acute{\overline{Cu}}{}^3 \overset{'''''}{As}$	Enargit	?		98 11
$\acute{\overline{Cu}} \overset{'''}{\overline{Sb}}$	Kupferantimonglanz	?		135 12
$(\dot{L}i, \dot{N}a)^3 \dddot{Si}^2 + 4\dddot{\overline{Al}} \dddot{Si}^2$	Spodumen . . .	?		
$\dot{K} \dddot{S} + \dot{M}g \dddot{S} + 2\dot{C}a \dddot{S} + 2aq$	Polyhalit . . .	?		
$3Na\,Fl + Al\,Fl^3$	Kryolith. . . .	?		
$\dot{C}a \dddot{S}$	Anhydrit . . .	?		
$\dot{F}e^4 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + \dot{M}n^4 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}$	Triplit	?		
$Ag^2 Sb$	Antimonsilber .	?		
$\acute{P}b^5 (\overset{'''}{\overline{Sb}}, \overset{'''}{\overline{As}})$	Geokronit . . .	?		
$\acute{\overline{Cu}} \acute{P}b^2 \overset{'''}{\overline{Bi}}$	Nadelerz . . .	?		

b. Künstliche Krystalle.

Formel	Name	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
J	Jod	0,640	1,341	129 0
Sb Zn^3	Drittel Antimon Zink . . .	?		117 0
Sb Zn^2	Halb Antimon Zink	0,793	1,042	105 28
$\dot{H} \dot{Z}n$	Zinkoxydhydrat.	1,756	2,907	117 44
$\ddot{S}n$	Zinnsäure	0,891	1,059	99 50
$\dot{H} \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{J}$	Jodsäurehydrat.	0,495	0,840	119 0
Ba Cl + 2aq Ba Br + 2aq	Chlorbaryum Brombaryum	0,606	0,633	92 30
Pb Cl	Chlorblei	0,999	1,681	118 34
Hg Cl	Quecksilberchlorid	0,666	0,919	108 5
$C^2 Cl^3$ $C^2 Cl^2$ Br	Chlorkohlenstoff Bromkohlenstoff	0,316	0,570	122 0

Formel	Salz	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$\dot{Sr}\,\ddot{S} + 5aq$	Unterschwefligsaurer Strontian	0,499	0,815	117° 0′
$\dot{Mg}\,\ddot{S} + 6aq$	Unterschwefligsaure Talkerde	0,947	1,352	108 42
$\dot{Ni}\,\ddot{S} + 6aq$	Unterschwefligsaures Nickeloxyd			
$\dot{K}\,S^3\,O^5$	Trithionsaures Kali	1,658	2,356	108 46
$\dot{K}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{S}$	Unterschwefelsaures Kali . .	1,554	2,686	119 54
$\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{S} + 2aq$	„ Natron .	1,664	1,683	90 38
$\dot{Ba}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{S} + 2aq$	„ Baryt . .	0,905	1,264	107 32
$\dot{Ba}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{S} + 4aq$	„ „ . .	0,901	1,113	102 0
$\dot{Ag}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{S} + 2aq$	„ Silberoxyd	1,698	1,724	90 52
$\dot{K}\,\dddot{S}$	Schwefelsaures Kali	0,767	1,340	120 24
$(\dot{K}, \dot{Na})\,\dddot{S}$	„ Kali Natron			
$\dot{Am}\,\dddot{S}$	„ Ammoniak . .	0,772	1,368	121 8
$\dot{Na}\,\dddot{S}$	„ Natron . . .	0,591	1,249	129 20
$\dot{Ce}\,\dddot{S} + 3aq$	„ Ceroxydul . .	1,098	1,143	104 58
$\dot{La}\,\dddot{S} + 3aq$	„ Lanthanoxyd .	1,367	2,345	119 30
$\dot{Ni}\,\dddot{S} + 7aq$	„ Nickeloxyd	1,782	1,817	91 7
$\dot{Zn}\,\dddot{S} + 7aq$	„ Zinkoxyd			
$(\dot{Fe}, \dot{Mg})\,\dddot{S} + 7aq$	„ Eisenoxydul Talkerde			
$(\dot{Zn}, \dot{Mn})\,\dddot{S} + 7aq$	„ Zinkoxyd Manganoxydul			
$(\dot{Zn}, \dot{Fe})\,\dddot{S} + 7aq$	„ Zinkoxyd Eisenoxydul			
$\dot{Ag}\,\dddot{S}$	„ Silberoxyd . .	0,571	1,238	130 28
$\dot{U}\,\dddot{S} + 4aq$	„ Uranoxydul . .	1,496	7,047	161 8
$\dot{K}\,\dddot{Se}$	Selensaures Kali	0,784	1,371	120 25
$\dot{Na}\,\dddot{Se}$	„ Natron	0,602	1,226	127 42
$\dot{Ag}\,\dddot{Se}$	„ Silberoxyd . . .	0,749	1,581	129 18
$4Hg^2\,O\;3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N} + aq$	¾ Salpetersaures Quecksilberoxydul . .	0,463	0,557	100 32
$\dot{Ag}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N}$	Salpetersaures Silberoxyd . .	0,688	0,730	93 24
$\dddot{\bar{U}}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N} + 6aq$	„ Uranoxyd . .	1,435	1,643	97 44
$\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 4aq$	Phosphorsaures Natron . . .	1,633	2,031	101 30
	oder . . .	0,976	1,045	93 54
$\dot{K}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Cl}$	Ueberchlorsaures Kali . . .	1,220	1,561	103 58
$\dot{Am}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Cl}$	Ueberchlorsaurer Ammoniak .	1,236	1,560	103 12

		$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulen-winkel
$\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{J} + 10aq$	Jodsaures Natron	1,443	1,514	92° 45′
$2\dot{Am}\,\ddot{C}^2 + 3aq$	2fach kohlensaures Ammoniak	1,681	2,500	112 9
$\dot{Am}^2\,\ddot{C}^3 + 3aq$	1½fach „ „	1,447	2,181	112 52
$\dot{Na}\,\ddot{C} + aq$	Kohlensaures Natron (Urao) .	0,729	1,114	113 36
$2\dot{K}\,\dddot{\bar{C}}^2 + 3aq$	2fach oxalsaures Kali . . .	1,610	1,702	93 4
$\dot{K}\,\dddot{\bar{C}}^2 + 2aq$	„ „ „ . . .	2,343	5,104	130 15
$\dot{Am}\,\dddot{\bar{C}}^2 + 3aq$	„ „ Ammoniak . .	1,618	1,788	95 42
$\dot{Am}\,\dddot{\bar{C}} + aq$	1fach „ „ . .	1,054	1,352	91 3
$\dot{K}\,B^3 + 8aq$	Borsaures Kali	1,101	1,428	106 0
$\dot{Am}\,\ddot{B}^4 + 8aq$	4fach borsaures Ammoniak .	0,836	1,329	115 40
$\dot{Na}^3\,\dddot{Si}^2 + 27aq$	⅔ kieselsaures Natron . . .	2,039	2,960	110 52
$\dot{Mg}^3\,\dddot{Si}$	⅓ kieselsaure Talkerde . . .	0,806	0,864	93 58
$\dot{Fe}^3\,\dddot{Si}$	⅓ kieselsaures Eisenoxydul (Frischschlacke)	0,794	0,860	94 20
$\dot{R}\,\dddot{Si}$	Kieselschmelz (Hohofen-schlacke) . . .	0,408	0,707	120 0
$\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 4aq$	Arseniksaures Natron . . .	1,633	2,031	101 30
$\dot{K}\,\dddot{Cr}$	Chromsaures Kali	0,781	1,370	120 41
$\dot{Na}\,\dddot{W} + 2aq$	Wolframsaures Natron . . .	1,231	1,520	101 58
$\dot{K}\,\dddot{Mn}$	Mangansaures Kali	0,745	1,321	121 10
$\dot{K}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\bar{Mn}}$	Uebermangansaures Kali . . .	1,227	1,544	103 2
$\dot{Am}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\bar{Mn}}$	„ Ammoniak .	1,235	1,534	103 20
$K\,Cl + Zn\,Cl$	Kalium Zinkchlorid }	1,128	1,444	104 30
$Am\,Cl + Zn\,Cl$	Ammonium „ }			
$K\,Cl + Hg\,Cl + 2aq$	Kalium Quecksilberchlorid } . .	0,922	1,290	108 56
$Am\,Cl + Hg\,Cl + 2aq$	Ammonium „ }			
$Mn\,Cl + Hg\,Cl + 4aq$	Mangan „ . .	0,613	0,945	114 0
$K\,Cl + Sn\,Cl + aq$	Kalium Zinnchlorür	0,885	1,286	110 46
$Am\,Cl + Sn\,Cl + aq$	Ammonium „	0,896	1,298	110 44
$2K\,Cl + \bar{Bi}\,Cl^3 + 5aq$	Kalium Wismuthchlorid } . . .	0,382	0,556	111 0
$2Am\,Cl + \bar{Bi}\,Cl^3 + 5aq$	Ammonium „ }			
$Zn\,J + 2N\,H^3$	Jodzinkammoniak	1,377	1,738	103 14
$3Pb\,Cy + \bar{Fe}\,Cy^3$	Bleieisencyanid	0,999	1,023	91 20
$2Na\,Cy + \bar{Fe}\,Cy^3 + \dot{N} + 4aq$	Nitroprussidnatrium	1,859	2,430	105 10
$K\,Cy + \bar{Cu}^2\,Cy$	Kalium Kupfercyanür	1,195	1,589	106 6
$K\,Cy + Pt\,Cy$	Kalium Platincyanür	2,137	2,415	97 0
$\dot{Na}\,\dddot{S} + \dot{Am}\,\dddot{S} + 4aq$	Schwefelsaures Natron Ammoniak . . .	1,535	3,159	128 10
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{Ca}\,\dddot{S} + aq$	„ Kalkerde Kali	1,259	1,325	92 56

Formel	Name	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$\dot{A}m\,\ddot{C} + \dot{M}g\,\ddot{C} + 4aq$	Kohlensaures Talkerde Ammoniak . .	1,218	1,648	105°48′
$\dot{K}\,\ddot{C} + \dot{N}i\,\ddot{C} + 4aq$	„ Nickeloxyd Kali	0,988	1,730	120 34
$3\dot{K}\,\ddot{\text{€}} + \dddot{S}b\,\ddot{\text{€}}^3 + 9aq$	Oxalsaures Antimonoxyd Kali .	0,585	0,872	112 25
$5\dot{A}m\,\ddot{\text{€}} + 2\dddot{S}b\,\ddot{\text{€}}^3 + 2aq$	„ „ Ammoniak	0,700	1,885	139 16
$\dot{A}m\,\ddot{\text{€}} + \ddot{\overline{U}}\,\ddot{\text{€}} + 4aq$	„ Uranoxyd Ammoniak	0,889	1,496	118 34
$Hg\,J$	Quecksilberjodid, gelbes . . .	?		114 0
$\dot{P}b$	Bleioxyd	?		
$\dot{H}^3\,\dddot{\ddot{P}}$	Phosphorsäurehydrat	?		
$\dot{M}n\,\dddot{S} + 4aq$	Schwefelsaures Manganoxydul .	?		
$\dot{F}e\,\dddot{S} + 4aq$	„ Eisenoxydul . .	?		
$(\dot{M}n, \dot{F}e)\,\dddot{S} + 4aq$	„ Eisenoxydul, Manganoxydul .	?		
$\dot{A}m\,\dddot{\ddot{N}}$	Salpetersaures Ammoniak . .	wie Salpeter?		
$2K\,Cl + Sb\,Cl^3$	Kalium Antimonchlorid . . .	?		
$2Ca\,Cy + Fe\,Cy + 12aq$	Calcium Eisencyanür	?		
$3\dot{P}b\,\dddot{\ddot{N}} + \dot{P}b^2\,\dddot{N} + 6aq$	Salpetersaures und salpetrigsaures Bleioxyd . . .	?		

c. Organische Verbindungen.

Formel	Name	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$C^8\,H^6\,K\,O^{14}$ $C^8\,H^{14}\,N^2\,O^{14}$	Mellithsaures Kali „ Ammoniak . .	1,814	2,808	114 16
	letzteres auch	1,645	2,832	119 41
$\dot{B}a\,\overline{Fo}$	Ameisensaurer Baryt .	0,886	1,158	105 10
$\dot{S}r\,\overline{Fo} + 2aq$	„ Strontian	1,021	1,681	117 26
$\dot{C}a\,\overline{Fo}$	„ Kalk . .	1,627	2,141	105 32
$\dot{P}b\,\overline{Fo}$	„ Bleioxyd.	0,879	1,185	106 52
$\dot{C}u\,\overline{Ac} + 5aq$	Essigsaures Kupferoxyd	1,091	1,729	115 30
$\dot{K}\,\overline{T}^2 + aq$	Weinstein	0,965	1,356	109 8
$\dot{A}m\,\overline{T}^2 + aq$	Weinsteinsaures Ammoniak .	0,978	1,411	110 32
$\dot{N}a\,\overline{T} + 2aq$	„ Natron . .	2,285	2,969	104 50
$\dot{C}a\,\overline{T} + 4aq$	„ Kalkerde . .	0,966	1,143	99 36
$\dddot{S}b\,\overline{T}^4 + 8aq$	„ Antimonoxyd	0,921	2,145	133 30
$\dot{N}a\,\overline{T} + \dddot{S}b\,\overline{T} + aq$	„ „ Natron	0,926	1,005	94 40
$\dot{S}r\,\overline{T} + \dddot{S}b\,\overline{T} + \dot{S}r\,\dddot{\ddot{N}} + 12aq$	„ „ Strontian und salpetersaurer Strontian	0,831	2,379	141 30

Formel	Substanz	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$\dot{K}\,\bar{U} + 2aq$ $\dot{A}m\,\bar{U} + 2aq$ $(\dot{K}, \dot{A}m)\,\bar{U} + 2aq$	Traubensaures Kali „ Ammoniak „ Kali Ammoniak	1,664	1,966	99° 30′
$\dot{K}\,\bar{U} + \dddot{S}b\,\bar{U} + aq$	„ Antimonoxyd Kali	2,588	2,808	94 40
$Mg\,C^5\,H^3\,O^4 + 6aq$	Brenzweinsteinsaure Talkerde	1,428	1,449	90 50
$\bar{C} + 2aq$	Citronensäure	0,406	0,602	112 2
$\dot{A}m^2\,\bar{C}^3$	1½fach citronensaures Ammoniak	0,418	0,727	120 14
$\dot{N}a\,\bar{C} + 2aq$	Citronensaures Natron	2,543	4,057	115 50
$C^{10}\,H^6\,O^8$	Itaconsäure	0,463	0,797	119 40
$\dot{H}\,\bar{S}$	Bernsteinsäurehydrat	0,959	1,671	120 18
$C^{48}\,H^{40}\,O^{10} + 2aq$	Cholsäurehydrat	1,609	2,665	117 45
$\dot{C}a + C^{20}\,H^9\,N\,S^2\,O^6 + 7aq$	Naphthionsaurer Kalk	1,581	3,772	134 31
$C^{12}\,H^4\,N^2\,O^{10}$	Binitrophensäure (Binitrocarbolsäure)	1,238	2,655	130 0
$C^{12}\,H^3\,N^3\,O^{14}$	Trinitrophensäure (Trinitrocarbolsäure)	1,039	1,067	91 32
$\dot{K} + C^{12}\,H^2\,N^3\,O^{13}$	Trinitrophensaures Kali	1,885	2,704	110 15
$\dot{A}m + C^{12}\,H^2\,N^3\,O^{13}$	„ Ammoniak	1,882	2,738	111 0
$C^{18}\,H^9\,N\,O^6$	Hippursäure	0,974	1,161	99 59
$\dot{C}a + C^{18}\,H^8 N\,O^5 + 3aq$	Hippursaurer Kalk	1,370	1,925	109 8
$C^8\,H^7\,N\,O^{10}$	Tartraminsäure	1,006	1,374	107 34
$C^6\,H^2\,Cl^3\,O^3 + aq$	Chlorsuccsäure	1,063	2,945	140 18
$2\dot{A}g\,\ddot{\ddot{N}} + C^2\,H^4\,N^2\,O^2$	Salpetersaures Silberoxyd Harnstoff	0,906	1,356	118 0
$C^6\,H^6\,N^6$	Melamin	0,431	0,538	102 36
$Hg\,Cl + C^{16}\,H^{14}\,N\,Cl$	Chlorwasserstoffspartein Quecksilberchlorid	1,746	1,928	95 40
$Pt\,Cl^2 + C^{16}\,H^{14}\,N\,Cl$	Chlorwasserstoffspartein Platinchlorid	0,762	0,872	97 44
$Hg\,Cl + C^{20}\,H^{14}\,N^2$	Nicotin Quecksilberchlorid	1,543	2,560	117 50
$C^{40}\,H^{24}\,N^2\,O^4$	Chinidin	1,450	1,555	94 0
$C^{34}\,H^{19}\,N\,O^6$	Morphin	0,543	1,098	127 20
$C^{36}\,H^{21}\,N\,O^6 + 2aq$	Codein	1,160	1,208	92 20
$\dddot{S} + C^{36}\,H^{21}\,N\,O^6 + 6aq$	Schwefelsaures Codein	0,583	2,273	151 12
$C^{30}\,H^{13}\,N^3\,O^{12}$	Salpetersaures Furfurin	2,316	2,845	101 42
$C^{30}\,H^{13}\,M\,Cl\,O^{14}$	Ueberchlorsaures Furfurin	1,533	2,089	107 28
$C^{30}\,H^{13}\,N^3\,O^{12}$	Salpetersaures Fucusin	0,487	0,676	108 28
$C^{26}\,H^{14}\,N^2\,O^2$	Harmalin	1,416	1,804	103 44

		$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulen-winkel
$Ba\,C^4\,H^5\,S^2\,O^8$	Aetherschwefelsaurer Baryt	0,827	0,840	90° 52′
$K\,C^{12}\,H^9\,O^{12}$	Aetherweinsteinsaures Kali	0,727	1,741	134 40
$C^8\,H^7\,N\,O^6$	Oxaminsaures Aethyloxyd	0,809	1,402	120 0
$C^8\,H^2\,Cl^5\,N\,O^6$	Chloroxamäthan . . .	0,756	1,402	123 20
$C^{22}\,H^{18}\,O^8$	Methylkamphersäure .	1,213	1,623	100 36
$C^{30}\,H^{12}\,O^{12}$	Anemonin	1,168	2,445	128 56
$C^{16}\,H^5\,N\,O^2$	Indigblau	1,085	1,376	103 30
$C^{18}\,H^6\,O^4$	Cumarin	2,718	2,815	92 0
$C^{30}\,H^{26}\,O^2$	Cubeben Campher . .	1,492	2,688	121 56
$C^{20}\,H^{22}\,O^6$	Terpin	1,705	2,120	102 23
$C^{40}\,H^{28}\,O^6$	Copaivaharz	1,949	1,961	90 21
$C^{48}\,H^{34}\,O^6$	Myroxocarpin	0,755	0,936	102 12
$C^{24}\,H^{20}\,N^2\,O^{32}$	Mellithsaures Ammoniak	?		122 0
$Ag\,K\,C^8\,O^8$	„ Silberoxyd Kali	?		121 30
$\dot{Ca}\,\bar{T} + aq$	2fach weinsteinsaurer Kalk	?		
$C^{14}\,H^6\,O^{10} + 2aq$	Gallussäure	?		
$C^8\,H^7\,N\,O^8$	Asparaginsäure (aus Asparagin)	?		
$C^8\,H^8\,N^2\,O^6 + 2aq$	Malamid	?		
$C^{10}\,H^7\,N\,O^4$	Bipyrotartramid . . .	?		
$C^8\,H^8\,N^2\,S^2$	Thiosinnamin	wie ameisens. Baryt?		
$C^{40}\,H^{25}\,N^2\,Cl\,O^2$	Chlorwasserstoff-cinchonin	?		101 0
$C^{40}\,H^{26}\,N^2\,Cl^2\,O^2$	Chlorwasserstoff-chlorcinchonin . . .	?		106 0
$C^{40}\,H^{25}\,N^2\,Br\,O^2$	Bromwasserstoff-cinchonin	?		104 0
$C^{30}\,H^{12}\,N^2\,O^6$	Furfurin	?		97 10
$C^6\,H^7\,N\,O^4$	Sarcosin	?		103 0
$C^4\,H^6\,N\,Cl\,O^4$	Chlorwasserstoff Glycin .	?		93 0
$C^{30}\,H^{18}\,O^6$	Santonin	?		
$Na\,C^{30}\,H^{17}\,O^6 + 8aq$	Santonin Natron . . .	?		141 0

B. Hemiedrische Formen.

1. Tetraedrische.

a. b. Natürliche und künstliche Krystalle.

$\dot{Mg}\,\dddot{S} + 7aq$	Bittersalz	1,734	1,752	90 34

c. Organische Verbindungen.

$\dot{K}\,\bar{T} + \dot{Na}\,\bar{T} + 8aq$	Rechts und links weinsteinsaures Kali Natron	1,902	2,287	100 30
$\dot{Am}\,\bar{T} + \dot{Na}\,\bar{T} + 8aq$	Rechts und links weinsteinsaures Ammoniak Natron	1,963	2,284	98 40

		$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	Säulenwinkel
$\dot{K}\,\bar{T} + \dddot{Sb}\,\bar{T} + 2aq$	Rechts und links weinsteinsaures Antimonoxyd Kali	0,864	0,905	92° 36′
$\dot{Am}\,\bar{T} + \dddot{Sb}\,\bar{T} + 2aq$	Rechts und links weinsteinsaures Antimonoxyd Ammoniak . . .	0,826	0,926	96 30
$C^8 H^9 N O^{10}$	2fach äpfelsaures Ammoniak . .	0,931	1,288	108 16
$C^8 H^5 Ca O^{10}$	2fach äpfelsaurer Kalk	0,892	0,947	93 26
$C^8 H^7 N O^{10}$	Tartraminsäure	1,006	1,374	107 34
$C^8 H^8 N^2 O^6 + 2aq$	Asparagin	0,569	1,201	129 18
$C^8 H^8 N^2 O^8$	Tartramid.	2,030	2,497	101 46
$C^{48} H^{30} N^2 O^{14} + 2aq$	Rechts weinsteinsaures Cinchonin.	0,878	2,035	133 20
$C^{44} H^{29} N O^{10} + xaq$	Valeriansaures Morphin	1,452	1,954	106 48
$C^{40} H^{22} N Cl O^8$	Chlorwasserstoff Papaverin . . .	1,434	1,709	100 0
$C^8 H^6 N Na O^8 + 2aq$	Asparaginsaures Natron	?		
$C^8 H^8 N Cl O^8$	Chlorwasserstoff Asparaginsäure .	?		90?
	2. Polare.			
$2\dot{Zn}^3\,\dddot{Si} + 3aq$	Kieselzinkerz	1,620	2,072	103 56
$(\dot{Mg}^2, \dot{Am})\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 12aq$	Struvit	1,096	1,234	96 48

§. 139. Zwei und eingliedriges System.

a. Natürliche Krystalle.

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$\dot{K}\,\dddot{Si} + \dddot{\bar{Al}}\,\dddot{Si}^3$	Feldspath .	0,640	1,110	115°40′	120° 0′
$\dot{R}^4\,\dddot{Si}^3$	Hornblende .	0,970	1,784	104 45	124 30
$\dot{R}^3\,\dddot{Si}^2$	Augit . .	0,926	0,846	106 0	87 6
$\dot{Ca}^3\,\dddot{Si}^2$	Tafelspath .	0,943	?	110 10	95 38
$\dot{R}^3\,\dddot{Si} + 2\dddot{\bar{R}}\,\dddot{Si}$	Epidot . .	0,495	0,540	129 22	109 20
$(\dddot{\bar{Be}} + \dddot{\bar{Al}})^4\,\dddot{Si}^3$	Euklas . .	1,957	3,016	100 2	114 50
$\dot{Ca}\,\dddot{Si} + \dddot{\bar{Al}}\,\dddot{Si}^3 + 5aq$	Stilbit . .	0,434	1,052	97 29	135 30
$\dot{Na}\,\dddot{Si} + \dddot{\bar{Al}}\,\dddot{Si} + 2aq$	Mesotyp .	2,870	2,950	90 54	91 35
$\dot{Ca}^3\,\dddot{Si}^2 + 3\dddot{\bar{Al}}\,\dddot{Si}^2 + 12aq$	Laumontit .	1,412	0,459	128 46	84 30
$\dot{Ca}^3\,\dddot{Si}^4 + 3\dot{Ca}\,\dddot{\bar{B}} + 3aq$	Datolith . .	1,247	0,796	91 41	77 30
$\dot{Ca}^3\,\dddot{Si} + \ddot{Ti}^3\,\dddot{Si}$	Titanit . .	1,284	1,288	95 2	76 2
$\dot{Ba}\,\ddot{C} + \dot{C}\,\ddot{C}$	Barytocalcit	1,253	0,850	119 0	84 45
$\dot{Ca}\,\dddot{S} + 2aq$	Gyps . . .	0,692	0,454	99 27	111 26
$\dddot{\bar{Al}}^4\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}^3 + 2\dot{Mg}^3\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 6aq$	Lazulith . .	1,009	1,772	91 58	91 30
$6(\dot{Fe}^3\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 8aq) + (\dddot{\bar{Fe}}^3\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}^2 + 8aq)$	Vivianit . .	0,724	0,468	108 35	111 6
$(\dot{Mn}, \dot{Fe})^5\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 8aq$	Hureaulit .	1,777	1,117	112 0	62 30
$\dot{R}^3\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}$	Monacit . .	0,934	0,989	103 34	95 30

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$\dot{Co}^3 \dddot{As} + 8aq$	Rothkobalterz . .	0,741	0,469	109°47′	111° 8′
$\dot{Ca}^3 \dddot{As} + 6aq$	Pharmakolith . .	0,671	0,389	111 56	117 24
$\dot{Cu}^3 \ddot{C}^2 \dot{H}$	Kupferlasur	0,866	1,801	92 21	99 32
$\dot{Cu}^2 \ddot{C} \dot{H}$	Malachit . .	0,786	0,421	90 6	123 35
$\dot{Cu}^6 \dddot{P} + 3aq$	Phosphorkupfer . .	1,478	0,676	90?	39 0
$\dot{Cu}^6 \dddot{As} + 3aq$	Strahlenerz	1,907	0,670	99 30	56 0
$\dot{Pb} \dddot{Cr}$	Rothbleierz .	0,961	0,922	102 30	93 30
$\dot{Na} \dddot{B}^2 + 10aq$	Borax . .	1,100	0,563	106 35	87 0
$\dot{Na}^2 \ddot{C}^3 + 4aq$	Trona . .	2,816	3,609	126 10	132 30
$\dot{Na} \ddot{C} + \dot{Ca} \ddot{C} + 5aq$	Gaylussit .	1,490	0,595	101 33	68 50
$\dot{Na} \dddot{S} + 10aq$	Glaubersalz .	1,116	1,238	107 45	86 31
$\dot{Fe} \dddot{S} + 7aq$	Eisenvitriol .	1,173	1,539	103 27	82 21
$\acute{Pb}^4 \overset{'''}{Sb}^3$	Plagionit .	1,136	0,420	107 32	85 26
$\acute{As}$	Realgar . .	1,440	0,973	113 55	74 26
$\acute{As} \overset{'''}{Sb}$	Miargyrit .	1,005	2,919	98 24	90 36
$\dot{Ca} \ddot{C} + aq$	Oxalsaurer Kalk . .	0,869	1,022	107 20	100 36
$\dot{K} \dddot{Si} + 4 \dddot{Al} \dddot{Si}$	Glimmer .		?		120?
$(\dot{Y}, \dot{Fe}, \dot{Ce})^3 \ddot{Si}^2$	Gadolinit .		wie Epidot?		
$\dot{R}^3 \dddot{Si} + \dddot{R} \dddot{Si}$	Orthit				
$(2\dot{Pb} + \dot{Cu})^3 \dddot{Cr}^2$	Vauquelinit		?		

b. Künstliche Krystalle.

S	Schwefel (geschmolzen)	0,996	0,999	95 46	90 32
$\dot{H} \dddot{C} + 2aq$	Oxalsäurehydrat . . .	1,695	3,336	106 12	63 8
$Na\,Cl + 4aq$	Chlornatriumhydrat . .	1,129	0,683	98 18	83 38
$Mn\,Cl + 4aq$	Manganchlorür . . .	1,153	0,645	99 25	82 40
$Fe\,Cl + 4aq$	Eisenchlorür	1,635	1,195	110 36	66 20
$Na\,Br + 4aq$	Bromnatriumhydrat . .	0,647	0,634	113 12	118 32
$Cu\,Cy$	Kupfercyanür	1,834	?	126 51	68 32
$Pb\,\overset{''}{Cy}$	Rhodanblei	1,259	1,083	114 58	82 26
$\dot{Na} \ddot{S} + 5aq$	Unterschwefligsaures Natron	0,702	0,549	103 58	111 30
$\dot{Na} \ddot{S} + 6aq$	Schwefligsaures Natron	1,573	1,148	93 36	65 0

Formel	Name	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulen-winkel
$\dot{Di}\,\dddot{S} + 3aq$	Schwefelsaures Didymoxyd	2,671	2,006	118° 8′	46° 0′
$\dot{Mn}\,\dddot{S} + 7aq$	Manganvitriol				
$\dot{Fe}\,\dddot{S} + 7aq$	Eisenvitriol				
$(\dot{Fe}, \dot{Mg})\,\dddot{S} + 7aq$	Magnesiaeisenvitriol				
$(\dot{Fe}, \dot{Mn})\,\dddot{S} + 7aq$	Manganeisenvitriol				
$(\dot{Mg}, \dot{Cu})\,\dddot{S} + 7aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Talkerde .	1,170	1,531	103 27	82 36
$(\dot{Zn}, \dot{Cu})\,\dddot{S} + 7aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Zinkoxyd				
$(\dot{Fe}, \dot{Cu})\,\dddot{S} + 7aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Eisenoxydul				
$\dot{Co}\,\dddot{S} + 7aq$	Schwefelsaures Kobaltoxyd .	1,184	1,497	104 55	82 20
$\dot{Cd}\,\dddot{S} + 4aq$	„ Kadmiumoxyd	0,799	0,690	117 58	109 34
$\dot{Sr}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N} + 5aq$	Salpetersaurer Strontian	0,565	1,371	115 35	125 58
$Hg^2\,O\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{N} + 2aq$	Salpetersaures Quecksilberoxydul .	1,150	0,833	103 48	83 40
$\dot{Am}^2\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + aq$	Phosphorsaures Ammoniak	1,198	1,655	113 14	84 30
$\dot{Na}^2\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 15aq$	„ Natron				
$\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 15aq$	Arseniksaures Natron	1,227	1,349	97 0	78 50
$(\dot{Ka}, \dot{Na})\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 15aq$	„ Kali Natron				
$(\dot{Ka}, \dot{Na})\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 15aq$	Phosphorsaures Kali Natron . .	1,228	1,357	96 21	78 40
$\dot{Na}^2\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 25aq$	„ Natron				
$\dot{Na}^2\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 25aq$	Arseniksaures Natron . . .	1,744	1,432	121 30	67 50
$(\dot{Na}, \dot{Am})\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 9aq$	Phosphorsaures Ammoniak Natron . .	2,883	1,862	99 18	38 44
$(\dot{Na}, \dot{Am})\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As} + 9aq$	Arseniksaures Ammoniak Natron				
$\dot{Na}^2\,{}^{b}\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P} + 10aq$	Pyrophosphorsaures Natron	1,714	1,964	111 48	64 22
$\dot{K}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Cl}$	Chlorsaures Kali	0,826	1,224	109 56	104 22
$\dot{Ba}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Cl} + aq$	Chlorsaurer Baryt . .	1,145	1,205	95 0	82 30
$\dot{Ba}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Br} + aq$	Bromsaurer Baryt				

Formel	Name	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulen-winkel
$\dot{Sr}\,\dddot{Br} + aq$	Bromsaurer Strontian .	1,164	1,229	91° 0′	81°20′
$\dot{K}\,\dddot{J}^2$	Jodsaures Kali . . .	0,891	2,474	111 15	100 36
$\dot{K}\,\ddot{C}^2 + aq$ $\dot{Am}\,\ddot{C}^2 + aq$	Kohlensaures Kali „ Ammoniak . .	2,678	1,312	103 25	42 0
$\dot{Na}\,\ddot{C} + 10aq$	Soda	1,419	1,483	122 20	79 40
$\dot{Mg}\,\ddot{C} + 5aq$	Kohlensaure Talkerde .	1,116	1,782	107 40	86 30
$\dot{K}\,\dddot{G} + aq$	Oxalsaures Kali . . .	1,477	1,710	110 58	71 53
$\dot{Mg}^3\,\dddot{Si}^2$	Kieselsaure Talkerde .	0,926	0,846	106 0	87 6
$\dot{Fe}^3\,\dddot{Si}^2$ $\dot{R}^3\,\dddot{Si}^2 + 3\dot{R}\,\dddot{Si}$	Kieselsaures Eisen-oxydul Augitschlacke .	ebenso?			
$\dot{Am}\,\dddot{As} + aq$	Arseniksaures Ammoniak	1,169	1,630	113 30	85 54
$\dot{K}\,\dddot{Cr}^3$	3fach chromsaures Kali	0,422	0,416	101 0	135 0
$\dot{Am}\,\dddot{Cr}^2$	2fach chromsaures Ammoniak	1,029	1,436	122 31	98 8
$\dot{Na}\,\dddot{Cr} + 10aq$	Chromsaures Natron .	1,113	1,250	107 43	86 40
$\dot{Na}^4\,\dddot{Mo}^9 + 28aq$	Molybdänsaures Natron	2,093	2,024	103 25	52 20
$\dot{K}\,\ddot{Sn} + 3aq$	Zinnsaures Kali . . .	1,503	1,412	122 27	76 30
$\dot{Ag}\,\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{Mn}$	Uebermangansaures Silberoxyd	0,745	1,370	93 57	106 48
$\acute{Na}^3\,\overset{''''}{As} + 15aq$	Natriumsulfarseniat . .	0,762	0,593	120 38	113 40
K Cl + Fe Cl + 2aq	Kalium Eisenchlorür .	0,504	0,737	104 46	128 5
2NaCy+FeCy+12aq	Natrium Eisencyanür .	0,852	0,787	97 34	99 40
$3K\,Cy + Fe\,Cy^3$ $3K\,Cy + Mn\,Cy^3$ $3K\,Cy + Co\,Cy^3$ $3K\,Cy + Cr\,Cy^3$	Kalium Eisencyanid „ Mangancyanid „ Kobaltcyanid „ Chromcyanid .	1,341	0,803	107 33	76 4
$2KCy+FeCy^3+\dot{N}+aq$	Nitroprussidkalium . .	0,895	0,818	109 0	99 32
K Cy + Ni Cy + aq	Kalium Nickelcyanür .	1,947	2,345	107 10	56 32
K Cy + Pd Cy + aq	Kalium Palladiumcyanür	1,950	2,349	107 7	56 21
6BaCy+5PtCy+22aq	Baryum Platincyanür .	0,870	0,479	104 7	99 42
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{Mg}\,\dddot{S} + 6aq$ $\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{Mn}\,\dddot{S} + 6aq$ $\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{Fe}\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaure Talkerde Kali Schwefelsaures Manganoxydul Kali Schwefelsaures Eisenoxydul Kali	0,743	0,497	105 8	108 45

Formel	Name	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{M}g\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaure Talkerde Ammoniak	0,744	0,486	108°10′	109°30′
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{M}n\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Manganoxydul Ammoniak				
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{F}e\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Eisenoxydul Ammoniak				
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{N}i\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Nickeloxyd Kali	0,737	0,496	105 6	109 10
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{N}i\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Nickeloxyd Ammoniak				
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{C}o\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Kobaltoxyd Kali				
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{C}o\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Kobaltoxyd Ammoniak				
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{Z}n\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Zinkoxyd Kali	0,745	0,510	105 27	108 40
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{Z}n\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Zinkoxyd Ammoniak				
$\dot{N}a\,\dddot{S} + \dot{Z}n\,\dddot{S} + 4aq$	Schwefelsaures Zinkoxyd Natron . . .	1,344	0,711	100 22	74 12
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{C}u\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Kali	0,770	0,493	108 4	107 35
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dot{C}u\,\dddot{S} + 6aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Ammoniak . .	0,743	0,484	106 6	108 56
$\dot{A}m\,\dddot{S} + \dddot{\bar{U}}\,\dddot{S} + 2aq$	Schwefelsaures Uranoxyd Ammoniak . .	1,428	1,226	102 0	71 10
$\dot{N}a\,\ddot{C} + \dot{C}o\,\ddot{C} + 4aq$	Kohlensaures Kobaltoxyd Natron . . .	1,230	1,096	114 8	83 25
$\dot{N}a\,\ddot{C} + \dot{C}u\,\ddot{C} + 3aq$	Kohlensaures Kupferoxyd Natron . . .	0,951	1,760	100 31	93 50
$2\dot{A}m\,\ddot{C} + \dddot{\bar{U}}\,\ddot{C}$	Kohlensaures Uranoxyd Ammoniak . .	0,933	0,836	100 0	94 50
$3\dot{K}\,\dddot{\bar{C}} + \dddot{\bar{F}}e\,\dddot{\bar{C}}^3 + 6aq$	Oxalsaures Eisenoxyd Kali	1,001	0,395	94 0	90 8
$3\dot{A}m\,\dddot{\bar{C}} + \dddot{\bar{F}}e\,\dddot{\bar{C}}^3 + 6aq$	„ Eisenoxyd Ammoniak				

Formel	Verbindung	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$3\dot{Na}\,\dddot{C} + \dddot{\overline{Fe}}\,\dddot{C}^3 + 9\,aq$	Oxalsaures Eisenoxyd Natron . .	1,369	1,201	100° 16′	73° 10′
$3\dot{K}\,\dddot{C} + \dddot{Cr}\,\dddot{C}^3 + 6\,aq$	„ Chromoxyd Kali	1,006	0,399	93 59	89 48
$3\dot{Am}\,\dddot{C} + \dddot{Cr}\,\dddot{C}^3 + 6\,aq$	„ Chromoxyd Ammoniak				
$3\dot{Na}\,\dddot{C} + \dddot{Cr}\,\dddot{C}^3 + 9\,aq$	„ Chromoxyd Natron .	1,387	1,201	100 24	72 30
$5\dot{K}\,\dddot{C} + 2\dddot{Sb}\,\dddot{C}^3 + 7\,aq$	„ Antimonoxyd Kali .	0,809	0,443	110 24	105 40
$\dot{K}\,\dddot{C} + \dddot{U}\,\dddot{C} + 3\,aq$	„ Uranoxyd Kali . .	0,497	0,518	113 43	131 2
$\dot{Na}\,\dddot{B}^2 + \dot{Mg}^2\,\dddot{B}^3 + 30\,aq$	Borsaures Talkerde Natron	1,176	1,121	112 28	85 45
$\dot{K}\,\dddot{S} + \dot{H}\,\dddot{S}$	2 fach schwefelsaures Kali			?	
$\dot{Am}\,\dddot{Mo}^2 + aq$	Molybdänsaures Ammoniak			?	
$2BaCy + FeCy + 6\,aq$	Baryum Eisencyanür .			?	
$\dot{K}\,\dddot{Cr} + \dot{Mg}\,\dddot{Cr} + 2\,aq$	Chromsaures Talkerde Kali			wie Gyps?	

c. Organische Verbindungen.

Formel	Verbindung	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$\dot{Mn}\,\overline{Fo} + 2\,aq$	Ameisensaures Manganoxydul		?		74 42
$\left.\begin{matrix}{}^5/_6\dot{Mn}\\ {}^1/_6\dot{Ba}\end{matrix}\right\}\overline{Fo} + 2\,aq$	Ameisensaures Manganoxydul Baryt . . .	1,316	1,208	97 32	74 56
$\dot{Zn}\,\overline{Fo} + 2\,aq$	Ameisensaures Zinkoxyd . .	1,307	1,221	97 19	75 28
$\dot{Cu}\,\overline{Fo} + 4\,aq$	Ameisensaures Kupferoxyd	1,004	0,774	101 5	90 52
$2\dot{Ba}\,\overline{Fo} + \dot{Cu}\,\overline{Fo} + 4\,aq$	Ameisensaures Kupferoxyd Baryt				
$\left.\begin{matrix}{}^4/_7\dot{Sr}\\ {}^3/_7\dot{Cu}\end{matrix}\right\}\overline{Fo} + 4\,aq$	Ameisensaures Kupferoxyd Strontian				
$2(\dot{Sr}\overline{Fo} + 2\,aq) + \dot{Cu}\overline{Fo} + 4\,aq$	desgleichen				
$\dot{Cd}\,\overline{Fo} + 2\,aq$	Ameisensaures Kadmiumoxyd	1,325	1,225	97 5	74 30

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	ε	Säulenwinkel
$\dot{Na}\,\bar{Ac} + 6aq$	Essigsaures Natron . . .	1,185	0,996	111° 44′	84° 30′
$\dot{Ba}\,\bar{Ac} + 3aq$	Essigsaures Baryt . . .	2,136	1,222	113 27	54 4
$\dot{Sr}\,\bar{Ac} + 4aq$	Essigsaures Strontian . .	1,928	1,799	96 10	55 6
$\dot{Mn}\,\bar{Ac} + 4aq$	Essigsaures Manganoxydul		?		
$\dot{Ni}\,\bar{Ac} + 4aq$	Essigsaures Nickeloxyd .	0,722	0,414	93 25	108 28
$\dot{Co}\,\bar{Ac} + 4aq$	Essigsaures Kobaltoxyd .	0,720	0,403	94 41	108 42
$\dot{Zn}\,\bar{Ac} + 3aq$	Essigsaures Zinkoxyd . .	1,557	1,843	105 34	67 24
$\dot{Pb}\,\bar{Ac} + 3aq$	Essigsaures Bleioxyd . .	2,179	2,479	109 48	52 0
$\dot{Na}\,\bar{Ac} + 2\dot{Pb}\,\bar{Ac} + 3aq$	Essigsaures Bleioxyd Natron	0,476	0,530	94 37	129 21
$\dot{Cu}\,\bar{Ac} + aq$	Essigsaures Kupferoxyd .	1,545	0,814	117 3	72 0
$\dot{H}\,\bar{T}$	Rechts und Links Weinsteinsäure	1,275	1,027	100 17	77 8
$2\dot{K}\,\bar{T} + aq$ $2(\dot{K}, \dot{Am})\,\bar{T} + aq$	Einfach weinsteinsaures Kali Einfach weinsteinsaures Kali Ammoniak	2,487	2,508	104 48	45 40
$\dot{Am}\,\bar{T} + aq$	Einfach weinsteinsaures Ammoniak . .	1,152	1,433	91 51	81 57
$\dot{Na}\,\bar{T} + \dot{Mg}\,\bar{T} + 10aq$	Weinsteinsaure Talkerde Natron . . .		?		51 ?
$C^{10}\,H^{7}\,K\,O^{8}$	Brenzweinsteinsaures Kali .	1,574	1,503	105 5	66 42
$C^{10}\,H^{11}\,N\,O^{8}$	Brenzweinsteinsaures Ammoniak . . .	1,396	1,769	114 13	75 32
$\dot{K}^{2}\,\bar{C}^{3}$	Citronensaures Kali		?		83 58
$\dot{Na}\,\bar{C} + aq$	Citronensaures Natron . . .	0,892	1,365	115 55	102 30

Formel	Name	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$C^{10} H^{4} Ba^{2} O^{8} + 8aq$	Mesaconsaurer Baryt	0,682	0,909	93° 37′	110° 30′
$C^{8} H^{9} N O^{10}$	Aepfelsaures Ammoniak	0,561	0,530	110 56	124 39
$C^{8} H^{7} N O^{8}$	Fumarsaures Ammoniak	1,430	0,430	93 9	70 0
$\dot{Na} \bar{S} + 6aq$	1 fach bernsteinsaures Natron	0,983	1,669	103 21	92 30
$\dot{Na} \bar{S}^{2} + 7aq$	2 fach bernsteinsaures Natron	0,605	0,463	96 56	118 0
$C^{18} H^{8} O^{4}$	Zimmtsäure	0,859	0,316	97 1	99 6
$C^{20} H^{8} N Na S^{2} O^{6} + 8aq$	Naphthionsaures Natron	0,832	1,180	125 43	111 55
$C^{20} H^{8} N Mg S^{2} O^{6} + 10aq$	Naphthionsaure Talkerde	1,280	1,033	96 35	76 22
$C^{12} H^{3} N^{2} Br O^{10}$	Binitrobromphen-(carbol) säure		?		106 30
$C^{8} H^{7} N O^{8}$	Asparaginsäure	0,483	1,134	91 40	128 28
$C^{8} H^{6} N Na O^{8}$	Asparaginsaures Natron	3,583	0,924	144 46	51 38
$C^{8} H^{8} N Cl O^{8}$	Chlorwasserstoff Asparaginsäure	1,774	?	119 45	66 0
$C^{8} H^{8} N^{2} O^{8}$	Paratartramid	0,948	1,147	95 47	93 22
$C^{2} H^{4} N^{2} O^{2} + Na Cl + 2aq$	Chlornatrium Harnstoff	0,374	0,298	90 36	139 0
$2(C^{2} H^{4} N^{2} O^{2}) + \dot{Mg} \dddot{N}$	Salpetersaure Talkerde Harnstoff	0,415	0,397	92 16	135 0
$2(C^{2} H^{4} N^{2} O^{2}) + \dot{Ag} \dddot{N}$	Salpetersaures Silberoxyd Harnstoff	0,655	0,397	113 31	118 0
$C^{12} H^{7} N Br Cl$	Chlorwasserstoff Bromanilin	0,517	0,888	107 42	128 35
$C^{12} H^{13} N S^{4}$	Thialdin	0,534	0,943	111 8	127 10
$C^{11} H^{11} N S^{2}$	Schwefelkohlenstoff Piperidin	0,630	0,594	98 6	116 4
$C^{40} H^{26} N^{2} Cl^{2} O^{2} + 2aq$	Chlorwasserstoff Chinidin	1,115	1,161	101 53	85 0
$C^{34} H^{19} N O^{6}$	Piperin	0,969	?	109 48	95 18
$C^{10} H^{6} O^{4}$	Xanthoxylin	1,331	0,610	97 36	74 20
$C^{8} H^{6} N^{4} O^{6}$	Allantoin	1,559	1,435	93 18	65 27
$C^{8} H^{9} N^{3} O^{4}$	Kreatin	2,318	?	108 55	46 50
$C^{8} H^{7} N^{3} O^{2}$	Kreatinin	1,157	?	110 36	81 40
$C^{4} H^{5} N O^{4}$	Glycin (Leimsüss)		?		113 45
$C^{4} H^{7} N S^{2} O^{6}$	Taurin	0,683	0,454	93 38	111 28
$C^{52} H^{44} O^{2} + 2aq$	Cholesterin	0,375	0,396	100 30	139 45
$C^{12} H^{11} O^{11}$	Rohrzucker	1,260	0,878	103 30	78 28

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	Säulenwinkel
$C^{12}\,H^{14}\,O^{12}$	Dulcose . . .	0,737	0,774	113°45′	112° 0′
$C^{14}\,H^{10}\,O^{6}$	Orcin	1,252	1,439	96 23	77 36
$C^{40}\,H^{26}\,O^{10}$	Asaron . . .	1,873	0,998	106 13	58 10

§. 140. Ein und eingliedriges System.

a. Natürliche Krystalle.

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	i'	i''
$\dot{Na}\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}^3$	Albit	sehr nahe alle gleich				
$(\dot{Na}, \dot{K})\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}^3$	Periklin					
$(\dot{Na}, \dot{K}, \dot{Ca})\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}^3$	Oligoklas					
$(\dot{Ca}, \dot{Na})\,\dddot{Si} + \dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}$	Labrador					
$\dot{Ca}^3\,\dddot{Si} + 3\,\dddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}$	Anorthit . .	0,637	1,100	116°15′	88°42′	86°49′
$\dddot{\overline{Al}}^3\,\dddot{Si}^2$	Cyanit	3,000	?	83 20	107 14	77 44
$(\dot{Ca}, \dot{Mg})^3\,(\dddot{Si}, \dddot{B})^2 + (\dddot{\overline{Al}}, \dddot{\overline{Fe}}, \dddot{\overline{Mn}})\,(\dddot{Si}, \dddot{B})$	Axinit . . .	0,642	0,352	68 58	68 8	119 7

b. Künstliche Krystalle.

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	i'	i''
$\dot{Ca}\,\ddot{S} + 6aq$	Unterschwefligsaurer Kalk .	0,785	1,533	81 16	90 0	72 47
$\dot{Mn}\,\dddot{S} + 5aq$	Schwefelsaures Manganoxydul	0,566	0,551	73 10,5	77 37,5	82 21.5
$\dot{Cu}\,\dddot{S} + 5aq$	Kupfervitriol					
$(\dot{Cu}, \dot{Mg})\,\dddot{S} + 5aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Talkerde					
$(\dot{Cu}, \dot{Zn})\,\dddot{S} + 5aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Zinkoxyd					
$(\dot{Cu}, \dot{Mn})\,\dddot{S} + 5aq$	Schwefelsaures Kupferoxyd Manganoxydul					
$(18\,\dot{Cu} + \dot{Fe})\,\dddot{S}$	Schwefelsaures Kupferoxyd Eisenoxydul					

(Die Werthe der Reihe „Schwefelsaures Manganoxydul“ bis „Schwefelsaures Kupferoxyd Eisenoxydul“ gelten durch Klammer für alle diese Salze gemeinsam; „sehr nahe alle gleich“ gilt für Albit bis Anorthit.)

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	i'	i''
$5Hg^2\,O\,3\dddot{N} + 2aq$	3/5 Salpetersaures Quecksilberoxydul . .	1,309	1,192	65°52′	72° 0′	75°15′
$\dot{K}\,\dddot{J}^3$	3fach jodsaures Kali . .			?		
$\dot{K}\,\ddot{C}^4 + 7aq$	4fach oxalsaures Kali					
$\dot{A}m\,\ddot{C} + 7aq$	4fach oxalsaures Ammoniak	0,662	0,589	77 42	81 45	76 23
$\dot{K}\,\dddot{C}r^2$	2fach chromsaures Kali . . .	0,558	0,551	89 8,5	83 47	82 0
$\dot{A}g\,\dddot{C}r^2$	2fach chromsaures Silberoxyd			?		
$3K\,Cl + U\,Cl^3 + 2\ddot{U}\,H^3$	Kalium Uranchlorid . .	0,607	0,560	77 42	91 18	80 41
$K\,Cl + Pt\,Cy^2$	Chlorkalium Platincyanid			?		
$\dot{A}m\,\ddot{S} + 3\dot{M}g\,\ddot{S} + 18aq$	Schwefligsaures Talkerde Ammoniak .			?		
$\dot{K}\,\dddot{C}r + \dot{C}a\,\dddot{C}r + 2aq$	Chromsaures Kalkerde Kali	1,009	0,896	84 21	80 43	83 51

c. Organische Verbindungen.

		$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	i'	i''
$\left.\begin{matrix}6/7\,\dot{Z}n\\1/7\,\dot{B}a\end{matrix}\right\}\overline{Fo} + 2aq$	Ameisensaurer Zinkoxyd Baryt	0,579	0,792	71 11	87 46	116 51
$C^4\,H^7\,As\,O^4$	Kakodylsäure (Alkargen) . .			?		
$\overline{U} + 2aq$	Traubensäure .	0,806	0,484	76 5	60 0	83 41
$C^{10}\,H^8\,O^8$	Brenzweinsteinsäure . . .			?		
$\dot{A}m\,\overline{C}^2$	2fach citronensaures Ammoniak			?		
$\dot{A}m\,\overline{C}^3 + aq$	3fach citronensaures Ammoniak		?	63 28	61 10	70 39
$\dot{A}m\,\overline{S}^2 + aq$	2fach bernsteinsaures Ammoniak			?		

Formel	Name	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	i	i'	i''
$\dot{N}a\,\overline{S}^2 + aq$	2fach bernsteinsaures Natron .			?		
$C^8\,H^6\,N^2$	Sinnamin . . .			?		
$C^{10}\,H^{24}\,N^2\,O^2 + \dddot{S} + 4aq$	Schwefelsaures Cinchonin . .			?		
$C^{10}\,H^{24}\,N^2\,O^2 + \ddot{\dddot{C}}l$	Ueberchlorsaures Cinchonin . .			?		

Literatur.

A. Lehr- und Handbücher der Krystallographie.

Romé de l'Isle. *Essai de Cristallographie.* Paris 1772.
Id. Versuch einer Krystallographie, übers. von Weigel. Greifswald 1777.
Id. *Cristallographie.* 2me Ed. 4 Tom. Paris 1783.
Bekkerhin, C. und Kramp, Ch. Krystallographie des Mineralreichs. Wien 1793.
Brochant de Villiers, J. M. *De la cristallisation considérée géometriquement et physiquement ou traité abrégé de cristallographie.* Strasbourg 1819. nouv. ed. Paris 1824.
Id. übersetzt von Kersten. Heidelberg 1820.
Raumer, C. v. Versuch eines ABC-Buches der Krystallkunde. Th. 1. Berlin 1820. Nachträge dazu. Berlin 1821.
Hausmann, J. F. L. Untersuchungen über die Formen der leblosen Natur. Göttingen 1821.
Hauy. *Traité de cristallographie.* T. I. II. Atlas Fol. Paris 1822.
Brooke. *A familiar introduction to crystallography.* London 1823.
Naumann, K. Fr. Grundriss der Krystallographie. Leipzig 1826.
Id. Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie. Leipzig 1829. 30.
Glocker, E. F. Uebersicht der Krystallisationssysteme in tabellarischer Form. Breslau 1829.
Germar, E. F. Grundriss der Krystallkunde. Halle 1830.
Kupffer, A. T. Handbuch der rechnenden Krystallonomie. St. Petersburg 1831.
Hessel, J. F. Ch. Krystallometrie. Leipzig 1831.
Rose, G. Elemente der Krystallographie. 2. Aufl. Berlin 1838.
Miller, W. H. *A treatise on crystallography.* Cambridge, London 1838.
Quenstädt, F. A. Methode der Krystallographie. Tübingen 1840.
Möllinger, O. Die Lehre von den Krystallformen. Solothurn 1840.
Naumann, K. Fr. Anfangsgründe der Krystallographie. Dresden und Leipzig 1841. 2. Aufl. 1854.
Griffin, J. *A system of Crystallography with its application.* Glasgow 1841.
Fröbel, J. Grundzüge eines Systems der Krystallographie. Zürich und Winterthur 1843.
Müller, J. Grundzüge der Krystallographie. Braunschweig 1845.
Kenngott, G. A. Lehrbuch der reinen Krystallographie. Breslau 1846.
Laurent. *Précis de Cristallographie.* Paris 1847.
Pecirka, J. Grundlinien der reinen Krystallographie. Prag 1848. 2. Aufl. 1853.
Kopp, H. Einleitung in die Krystallographie. Braunschweig 1849.
Barfoed, C. Den rene krystallographies Hovedtrack. Kjobenhavn 1851.
Rose, G. Krystallochemisches Mineralsystem. Leipzig 1852.
Rammelsberg, C. F. Lehrbuch der Krystallkunde. Berlin 1852.
Schröder, F. A. Elemente der rechnenden Krystallographie. Clausthal 1852.
Pfaff, F. Grundriss der mathematischen Verhältnisse der Krystalle. Nördlingen 1853.
Volger, G. H. O. Die Krystallographie oder Formenlehre der stoffeinigen Körper. Stuttgard 1854.
Rammelsberg, C. F. Handbuch der krystallographischen Chemie. Berlin 1855.
Kolenati, F. A. Elemente der Krystallographie. Brünn 1855.
Naumann, C. F. Elemente der theoretischen Krystallographie. Leipzig 1856.

B. Lehr- und Handbücher der Mineralogie und mineralogischen Propädeutik von besonderer Wichtigkeit für die Krystallographie.

Werner, A. G. Von den äusserlichen Kennzeichen der Fossilien. Leipzig 1774.
Hauy. *Traité de Minéralogie.* Paris 1801. 2me ed. Paris 1822.

Hauy. Lehrbuch der Mineralogie. Uebers. v. D. L. G. Karsten u. Ch. S. Weiss. Paris und Leipzig 1804—10.
Bournon, Cte. de. *Traité de Minéralogie.* 3 Vol. London 1808.
Mohs, F. Versuch einer Elementarmethode zur naturhistorischen Bestimmung und Erkennung der Fossilien. Wien 1812.
Leonhard, Kopp u. Gärtner. Propädeutik der Mineralogie. Frankfurt 1817.
Jameson, R. *A system of Mineralogy.* 3th ed. Edinburgh 1820.
Mohs, F. Grundriss der Mineralogie. Dresden 1822. 24.
Phillips, W. *An elementary introduction to the knowlegde of Mineralogy.* 3th ed. London 1823. 4th ed. *by* Brooke *and* Miller 1852.
Beudant, F. S. *Traité élémentaire de Minéralogie.* Paris 1824. 2de ed. 1830.
Phillips, W. *Outlines of mineralogy and geology.* 4th ed. London 1826.
Nordenskjöld, N. Försök til framställning of kemiska mineralsystemet, med afeende på öfverenstämmelsen emellan fossiliernas kemiska sammensättning och deras kristallform. Stockholm 1827.
Hausmann, J. F. L. Handbuch der Mineralogie. 2. Aufl. Th. 1. Göttingen 1828. Th. 2. 1847.
Glocker, E. F. Handbuch der Mineralogie. Nürnberg 1829.
Haidinger, W. Anfangsgründe der Mineralogie. Leipzig 1829.
Mohs, F. Leicht fassliche Anfangsgründe der Naturgeschichte des Mineralreichs. Wien 1832.
Shepard. *Treatise on Mineralogy.* New-Haven 1835. 3d ed. 1852.
Ure, A. *Dictionary of Chemistry and Mineralogy.* 4th ed. London 1835.
Breithaupt, A. Vollständiges Handbuch der Mineralogie. Dresden 1836—1847.
Lévy. *Description d'une collection des minéraux, formée par* M. Henri Heuland. 3 Vol. Londres 1837.
Glocker, E. F. Grundriss der Mineralogie. Nürnberg 1839.
Dufrénoy, A. *Traité de Minéralogie.* Tom. I—IV. Paris 1844—47.
Haidinger, W. Handbuch der bestimmenden Mineralogie. Wien 1845.
Naumann, C. F. Elemente der Mineralogie. 2. Aufl. Leipzig 1850. 3. Aufl. 1852.
Dana, J. D. *A system of Mineralogy.* 3d ed. New-York und London 1851. 4th ed. 1854.
Blum, J. R. Lehrbuch der Oryktognosie. 3. Aufl. Stuttgard 1854.
Quenstädt. Fr. A. Handbuch der Mineralogie. Tübingen 1854.

C. Besondere krystallographische Schriften und Abhandlungen.

Capeller, M. A. Prodomus crystallographiae. Lucernae 1723.
Kähler. Abhandlung von der Erzeugung der Krystalle. Grätz 1771.
Hauy. *Essai d'une théorie sur la structure des cristaux.* Paris 1784.
Jachmann, J. B. De natura crystallisationis. Edinburgh 1789.
Löscher, C. E. Uebergangsordnung bei der Krystallisation der Fossilien. Leipzig 1796.
Id. Beschreibung der Krystallisationen u. s. w. Leipzig 1801.
Weiss, Ch. S. De indagando formarum crystallinarum charactere geometrico principali. Lipsiae 1809.
Hauy. *Tableau comparatif des résultats de la crystallographie et de l'analyse chimique.* Paris 1809.
Monville. *Description des atomes.* 2 Vol. Paris 1813. 15.
Breithaupt, A. Ueber die Aechtheit der Krystalle. Freiberg 1815.
Nüsslein, Fr. A. Ueber das Verhältniss des Gefüges zur Form im Reiche der Krystallisationen. Bamberg und Leipzig 1818.
Hauy. Ebenmaassgesetz der Krystallbildung, übers. v. Hessel. Frankfurt 1819.
Hessel. Parallelepipedum ejusque sectio in usum crystallographiae. Heidelberg 1821.
Neumann, F. E. Beiträge zur Krystallonomie. Berlin u. Posen 1823.
Id. De lege zonarum. Berlin 1826.
Wakkernagel, R. Wirkungskreis der Krystallisation.
Bernhardi, J. J. Beiträge zur näheren Kenntniss der regelmässigen Krystallformen. Erfurt 1826.
Breithaupt, A. Krystallographische Ableitung der tetragonalen und hexagonalen Primärformen aus tesseralen Gestalten. 1828.
Id. Neue Abth. der hexagonalen Krystallgestalten. Freiberg 1829.
Grassmann, J. G. Zur Mathematik und Naturkunde. Bd. 1. Hft. 1. A. u. d. Titel: Zur physischen Krystallonomie und geometrischen Combinationslehre. Stettin 1829.
Succow, G. De morphologiae legibus. Jenae 1829.
Ratzeburg, F. T. C. Tabellen über die natürlichen Abtheilungen der verschiedenen Krystallisationssysteme nach Professor Weiss. Berlin 1829.
Karsten, H. De crystallographiae mathematicae problematibus nonnullis. Berlin 1829. Diss. altera Rostochii 1830.

Frankenheim, M. L. De crystallorum cohaesione. Vratislaviae 1829.
Breithaupt, A. Vorläufige Nachricht von der Auffindung 5 sehr eigenthümlicher Abtheilungen hexagonaler und tetragonaler Krystallgestalten. Freiberg 1829.
Burhenne. *De system. cryst. diclinometro et diclinoedro.* Marburg 1827.
Id. Die Raumgestalten. Carlsruhe 1832.
Uhde, A. W. J. Versuch einer genetischen Entwickelung der mechanischen Krystallisationsgesetze. Bremen 1833.
Kayser, E. De cyclo quodam legum duodecim, secundum quas crystalla generum Feldspathi familiae singular. geminatim conjuncta inveniuntur. Berolini 1834.
Frankenheim, M. L. Die Lehre von der Cohäsion. Breslau 1835.
Prestel, M. A. F. Die Gestalten der Individuen der anorganischen Natur. Lief. 1. die ein-, zwei- und dreifachen vollzähligen Combinationen des isometrischen Systems. Emden 1842.
Geinitz, H. B. Ueber die in der Natur möglichen und wirklich vorkommenden Krystallsysteme. Dresden 1843.
Kenngott, G. A. De notione et principibus crystallographiae. Vratisl. 1844.
Quenstädt, F. A. Beiträge zur rechnenden Krystallographie. Tübingen 1848.
Id. Darstellung und Entwickelung der Krystallverhältnisse vermittelst einer Projectionsmethode.
Roeber, F. G. Elementar Beitrag zur Bestimmung der Naturgesetze der Gestaltung und des Widerstandes. Dresden.
Möbius. Ueber das Gesetz der Symmetrie der Krystalle. Leipzig 1850.
Bravais, M. A. *Etudes cristallographiques.* Paris 1851.
Frankenheim, M. L. Krystallisation und Amorphie. Breslau 1852.
Kenngott, G. A. Synonymik der Krystallographie. Wien 1855.
Schabus. Bestimmung der Krystallgestalten. Wien 1855.
Sella, Q. *Sulla legge di connessione delle forme cristalline di una stessa sostanza.* Torino 1856.
Nordenskjöld, A. E. Om de kristallogr. Isomorfin och Dimorfin. Stockh. 1858.

Scopoli. Crystallographia Hungarica. Prag 1850.
Müller, J. Nachricht von den in Tyrol entdeckten Turmalinen oder Aschenziehern. Wien 1778.
Hausmann, J. F. L. Krystallographische Beiträge. Braunschweig 1803. Neue Aufl. 1822.
Id. Specimen crystallographiae metallurgicae. Göttingen 1819.
Rose, G. De sphenis atque titanitae systemate crystallino. Berlin 1820.
Koch, F. Beiträge zur Kenntniss krystallinischer Hüttenproducte. Gött. 1822.
Breithaupt, A. Die rhomboedr. Turmaline. Freiberg 1829.
Id. Neue krystallographische Bestimmung versch. Mineralspecien. 1829.
Köhler, F. Ueber die Naturgeschichte des Kreuzsteins. Berlin 1831.
Mairan, D. de. *Dissert. sur la glace.* Paris 1749.
Büchner. De glacie ejusque formatione. Lugd. Bat. 1834.
Schumacher, G. F. Die Krystallisation des Eises. Leipzig 1844.
Kokscharow, N. v. Neue Comb. d. Skapoliths und das Krystallsystem des Uralorthits. Petersburg 1848.
Id. Ueber Brookitkrystalle vom Ural. 1849.
Id. Zur Krystallographie des Pyrochlors, Granats und Kämmererits. Petersburg 1850.
Id. Ueber Krystalle des Chlorits von Achmantowsk. 1851.
Id. Einige Notizen über das Krystallsyst. des Chioliths. 1851.
Id. Materialien zur Mineralogie Russlands. Petersb. 1855—56.
Manross, N. E. *Experiments on the artificial production of cristallized Minerals.* Göttingen 1852.
Hausmann, J. F. L. Beiträge zur metallurgischen Krystallkunde. Gött. 1850. Neue Beiträge. 1852.

Marx, C. M. Ph. Geschichte der Krystallkunde. Carlsruhe u. Baden 1825.
Kobell. Fortschritte der Mineralogie seit Hauy. München 1832.
Glocker. Mineralogische Jahrhefte. Nürnberg 1835 und folg.
Haidinger. Resultate mineralogischer Forschungen. Erlangen 1845.
Kenngott. Uebersicht der Resultate mineralogischer Forschungen (Beilage zu dem Jahrbuch d. K. K. geologischen Reichsanstalt). Wien 1852 ff.

Wakkernagel, R. Netze zu Krystallmodellen. Berlin 1822.
Prestel, M. A. F. Anleitung zur perspectivischen Entwerfung der Krystallformen für Mineralogie. Göttingen 1833.
Kenngott, G. A. 60 Krystallformennetze. Wien 1853. 2. Reihe. 1854.

Bournon, Cte. de. *Description du goniomètre perfectionné de* Mr. Adelmann. Paris 1824.
Kupffer, A. T. Preisschrift über genaue Messung der Winkel an Krystallen. Berlin 1825.
Riese, F. C. Vorschläge zu einem neuen Goniometer. Bonn 1829.
Harting, P. Das Mikroskop. Uebers. von Theile. Braunschweig 1859 (Hierin über mikroskopische Winkelmessung).

D. Schriften gelehrter Gesellschaften und Zeitschriften.

In den Schriften gelehrter Gesellschaften, so wie den Zeitschriften für Physik und Chemie, für Mineralogie und Naturwissenschaften im Allgemeinen. deren Aufzählung der allgemeinen Literatur angehört, finden sich eine grosse Zahl für die Krystallographie bedeutender und dem Gebiete derselben mehr oder weniger ausschliesslich angehörender Abhandlungen, von welchen in Folgendem einige der wichtigsten hervorgehoben werden sollen.

Weiss, Ch. S. (Abh. der Berliner Akad. d. Wissenschaften.)
1814—15. Uebersichtliche Darstellung der verschiedenen natürlichen Abtheilungen der Krystallsysteme.
1816—17. Krystallographische Fundamentalbestimmung des Feldspaths. Verbesserte Methode der Bezeichnung der verschiedenen Flächen eines Krystallsystems.
1818—19. Die Hauptkörper des sphäroedrischen Systems im Verhältnisse zu ihren Gegenkörpern.
System des Epidots.
Ausführliche Bezeichnung der Flächen des sphäroedrischen Systems.
1820—21. Ueber Feldspath.
Ueber Kalkspathrhomboeder.
Ueber Gyps.
1822—23. Theorie der Sechs und sechskantner und Drei und dreikantner.
1824. Verallgemeinerung einiger, die ausführliche Bezeichnung betreffenden Lehrsätze.
1825. Ueber Verhältnisse in der Dimension der Krystallsysteme des Quarzes, Feldspaths, der Hornblende, des Augits, Epidots.
1826. Ueber die Theilung des Dreiecks.
1829. Ueber Haytorit.
Die herzförmigen Zwillinge des Kalkspaths und ähnliche des Quarzes.
Ueber Dihexaeder, deren Flächenneigung dem oberen Endwinkel gleich ist.
1831. Ueber Staurolith.
1832. Vorbegriffe einer Cohäsionslehre.
1834. Ueber Gyps.
1835. Ueber Feldspath und Kalkspath.
1836. Ueber rechts und links gewundene Bergkrystalle.
Neues Rhomboeder am Kalkspath,
1837. Ueber sechs mal acht-Flächner.
1838. Ueber Feldspath.
1840. Ueber sechs und sechskantner und Drei und dreikantner.
1841. Ueber Euklas.
1843. Ueber das Maass der körperlichen Winkel.
Neumann, F. E. (Abh. d. Berl. Akad.)
1830. Das Krystallsystem des Albits und der ihm verwandten Gattungen.
1835. Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflectirt und gebrochen wird.
Mitscherlich, E. (Abh. d. Berl. Akad.)
1818—19. Die Krystallisation der Salze, in denen die Basis zwei Proportionen Sauerstoff enthält.
1822—23. Ueber das Verhalten der Krystallform zu den chemischen Proportionen.
1825. Ueber die Ausdehnung der krystallisirten Körper durch die Wärme.
1843. Ueber ein Goniometer.
Fischer, E. G. Ueber Atomenlehre (Abh. d. Berl. Akad. 1828).
Rose, G. (Abh. d. Berl. Akad.)
1836. Ueber Form und elektrische Polarität der Krystalle des Turmalins.
1844. Ueber das Krystallsystem des Quarzes.
1849. Ueber die Krystallform der rhomboedrischen Metalle, besonders des Wismuths.

Rose, H. Lichterscheinung bei Krystallbildung (Abh. d. Berl. Akad. 1835).
Frankenheim, M. L. System der Krystalle (Acta Ac. Caes. Leop.-Car. 1842).
Riess und G. Rose. Ueber Pyroelektricität der Mineralien (Abh. d. Berl. Akad. 1843).
Percy, J. and Miller, W. H. *Report on the cristalline slags.* London 1847. (*Rep. of the British Assoc. for the advanc. of science.*)
Jasche. Bemerkungen über die Krystallisationen des im starken freien Röstfeuer geschmolzenen Eisensteins (Karsten's Archiv 1825).
Metzger, E. Die künstlichen Bleiglanzkrystalle (Ber. d. Clausthaler naturw. Vereins. Goslar 1852).
Jordan, H. Krystallisirtes Zinkoxyd aus einem Hohofen (Wiener Sitzungsb. 1854).
Hausmann, J. F. L. Beiträge zur Kenntniss der Eisenhohofenschlacken (Studien d. Götting. Ver. bergm. Freunde 1854).
Zippe, F. X. M. Die Krystallgestalten der Kupferlasur (Abh. d. böhm. Ges. d. Wissensch. 1830).
Ders. Uebersicht der Krystallgestalten des rhomboedrischen Kalk-Haloids (Denkschr. d. Wien. Akad. 1851).
Ders. Ueber die Krystallgestalten des Alunits (Jahrb. d. K. K. geolog. Reichsanstalt 1852).
Glocker, E. F. Ueber einige Erscheinungen an Kalkspathformen (Acta Ac. Caes. Leop.-Car. 1852).
Wimmer, Fr. W. Krystallographische Notizen, das hexagonale Skalenoeder betreffend (Ber. d. Clausthaler naturw. Ver. Goslar 1852).
Schabus, J. Ueber die Krystallform der Zimmtsäure oder Hippursäure und des hippursauren Kalks (Wiener Sitzungsber. 1850).
Ders. Ueber die Krystallform des Barym-Platin Cyanürs und des Kalium-Eisen Cyanids, so wie den Pleochroismus des letztern (ebend. 1851).
Ders. Monographie des Euklases (ebend. 1852).
Ders. Krystallform des Zinkoxyds (ebend. 1854).
Haidinger, W. Die Kalkspathkrystalle vom Agnes Stollen bei Moldawa (Jahrb. d. K. K. geol. Reichsanst. 1853).
Ders. Eine Bemerkung über die Anordnung der kleinsten Theilchen in Krystallen (Wiener Sitzungsber. 1853).
Ders. Ueber Pleochroismus (ebend. 1854).
Ders. Ueber gewundene Bergkrystalle (ebend. 1854).
Ders. Graphische Methode annähernder Winkelmessungen (ebend. 1854).
Grailich, J. Untersuchungen über den ein- und zweiaxigen Glimmer (ebend. 1853).
Kenngott, A. Mineralogische Untersuchungen und Notizen (1852, 1853, 1854).
Hochstetter, F. Das Krystallsystem des rhomboedrischen Kalk Haloids (Denkschr. d. Wiener Akad. 1854).
Leydolt, F. Ueber eine neue Methode die Structur und Zusammensetzung der Krystalle zu untersuchen (Wiener Sitzungsb. 1855).
Hessenberg, F. Ueber die Krystallgestalt des Quecksilberhornerzes (Abh. d. Senkenberg. naturf. Ges. 1854).
Naumann, K. F. Resumé einer grösseren krystallographischen Abhandlung über das Gesetz der Rationalität der Tangenten einer und derselben Zone (Ber. üb. d. Verh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. zu Leipzig 1854).

Benzenberg. Ueber das Gesetz der Cohäsion (Gilb. Ann. 16).
Link Theorie der Flüssigkeit und Festigkeit (Gilb. Ann. 47).
Breithaupt. Krystallform und chemische Zusammensetzung (Gilb. Ann. 60).
Mohs. Gleichungen zur Entwickelung und Berechnung zusammengesetzter Krystallgestalten des rhomb. pyramid. u. prism. Syst. (Gilb. Ann. 68).
Kupffer. Ueber Kupfervitriol nebst Bemerkungen über 1 u. 1 gl. Syst. (Pogg. Ann. 8).
Ders. Ueber Adular nebst Bemerkungen über das zwei und eingliedrige System.
Naumann. Ueber das hexagonale System (Pogg. Ann. 9).
Rose. Einige Körper des regul. Systems (Pogg. Ann. 12).
Strombeck, v. Ueber das reguläre Krystallsystem (Pogg. Ann. 21).
Quenstädt. Darstellung der Krystalle durch eine Projection (Pogg. Ann. 34).
Kopp. Abhängigkeit der Krystallform vom Atomvolum (Pogg. Ann. 52).
Frankenheim. Ueber Hemiedrie (Pogg. Ann. 56).
Buys-Ballot. Abhängigkeit der Krystallform von den Atomen (Pogg. Ann. 67).
Müller. Beiträge zur rechnenden Krystallographie (Pogg. Ann. 84).
Angström. Molecular Constanten des monoklinoedr. Syst. (Pogg. Ann. 86).
Seguin. Theorie der Cohäsion (Pogg. Ann. 88).

RAMMELSBERG. Ueber das Verhältniss, in welchem isomorphe Körper zusammen krystallisiren, und den Einfluss desselben auf die Form der Krystalle (Pogg. Ann. 91).
NAUMANN. Rhombotype Hemiedrie des Tetragonalsystems (Pogg. Ann. 96).
FRANKENHEIM. Ueber die Anordnung der Molekule in Krystallen (Pogg. Ann. 97).
PFAFF. Messung der ebenen Winkel und deren Verwerthung für die Ableitung der Flächen (Pogg. Ann. 102).

GILBERT. Ueber das Wollastonsche Goniometer (Gilb. Ann. 37. 49).
BIOT. Das Goniometer von CAUCHOIX (Gilb. Ann. 37).
STUDER. Beschreibung zweier verbesserten Repetitionsgoniometer von BREITHAUPT und STUDER (Gilb. Ann. 66).
BAUMGÄRTNER. Neues Reflexionsgoniometer (Gilb. Ann. 71).
NAUMANN. Ueber das Wollastonsche Goniometer (Pogg. Ann. 22).
DEGEN. Verbesserung am Reflexionsgoniometer (Pogg. Ann. 27).
SANDBERGER. Kantenmessung mittels des geognostischen Compasses. Leptometer (Pogg. Ann. 94)

NAUMANN. Zeichnungsmethode für triklinometrische Krystalle (Pogg. Ann. 14).
Ders. Ueber die Zeichnung der Krystallformen (Pogg. Ann. 44).

HAUY. Beobachtungen über die Elektricität der metallischen Substanzen (Gilb. Ann. 17).
BREWSTER. Ueber Verschluckung des Lichts durch Krystalle von doppelter Strahlenbrechung (Gilb. Ann. 65).
Ders. Ueber den Zusammenhang zwischen den Kern- oder Grundgestalten der Krystalle und der Anzahl ihrer Axen doppelter Strahlenbrechung (Gilb. Ann. 69).
Ders. Ueber den Zusammenhang zwischen der optischen Structur und der chemischen Zusammensetzung der Mineralien (Gilb. Ann. 69).
MILLER. Ueber die optischen Axen in hemiprismatischen Krystallen (Pogg. Ann. 55).
MAC CULLAGH. Dispersion der optischen Axen u. Elastic. Axen in zweiaxigen Krystallen (Pogg. Ann. 58).
RAMMELSBERG. Isomorphie und optische Eigenschaften (Pogg. Ann. 80. 81).
HAIDINGER. Ueber Pleochroismus (Pogg. Ann. 65. 70. 71. 76. 77).
Ders. Ein optisch-mineralogisches Aufschraubegoniometer (Pogg. Ann. 97).
SÉNARMONT, DE. Reflexion und Doppelbrechung durch metallisch undurchsichtige Krystalle (Pogg. Ann. Erg. 2).
PASTEUR. Krystallform, drehende Polarisation und chemische Zusammensetzung (Pogg. Ann. 82).
BEER. Pleochromatische Krystalle (Pogg. Ann. 82).
Ders. Zur Dioptrik optisch einfacher Krystalle (Pogg. Ann. 88. 89).
SALM-HORSTMAR, Fürst. Verhalten einiger Krystalle gegen polar. Licht (Pogg. Ann. 84).
Ders. Optisches Verhalten eines Bergkrystallprisma (Pogg. Ann. 85).
HEUSSER. Brechung des farbigen Lichts in einigen krystallinischen Medien (Pogg. Ann. 87).
Ders. Optische Axen in Arragonit u. Schwerspath (Pogg. Ann. 89).
WILDE. Epoptische Farben dünner Blättchen und einaxiger Krystallplatten (Pogg. Ann. 88. 89).
DOVE. Absorption des polarisirten Lichts in Krystallen (Pogg. Ann. 89).
WILDE. Ueber die Berechnung der Axenwinkel der zweiaxigen Krystalle (Pogg. Ann. 80. 90).
GRAILICH. Brechung und Reflexion an Zwillingsflächen (Pogg. Ann. 98).
HANKEL. Thermoelektricität der Krystalle (Pogg. Ann. 49. 50. 53. 56. 62).
WIEDEMANN. Elektrisches Verhalten krystallisirter Körper (Pogg. Ann. 76. 77).
SÉNARMONT, DE. Wärmeleitung in Krystallen (Pogg. Ann. 73).
Ders. Thermische Eigenschaften des Turmalins (Pogg. Ann. 80).
KNOBLAUCH. Abhängigkeit des Durchgangs strahlender Wärme durch Krystalle von der Richtung (Pogg. Ann. 85).
PLÜCKER u. BEER. Magnetismus und Diamagnetismus (72. 76. 78. 81. 82. 86).
FARADAY. Krystallpolarität des Wismuth (Pogg. Ann. 76. Erg. 3).
KNOBLAUCH u. TYNDALL. Magnetismus u. Diamagnetismus (Pogg. Ann. 79. 81. 83).

Druck von F. A. Brockhaus in Leipzig.

